

# УСТАНОВКИ И МЕТОДИКИ ИССЛЕДОВАНИЯ



УДК 539.2 548.4 548.73 620.187

Я.С.Белехов, М.Н.Петров, Ю.А.Дроздов

## СОПОСТАВЛЕНИЕ ФУРЬЕ- И ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА В ЦИФРОВОЙ ОБРАБОТКЕ ТОПОГРАФИЧЕСКОГО КОНТРАСТА ДЕФЕКТОВ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ СТРУКТУР

Application of computer processing for the analysis and decoding of diffraction images of structure defects in 6H-SiC single crystals, revealed by X-ray anomalous transmission method is considered. The computer processing was applied to reduce graininess of photoemulsion. It allows to improve a quality of the experimental contrast from edge dislocations. The Fourier transform and wavelet transform for numerical image processing was applied. Comparison of efficiency and applicability for both method is carried out.

### Введение

Одной из задач полупроводникового материаловедения является разработка и дальнейшее развитие методик цифровой обработки топографических изображений, полученных методами аномального прохождения рентгеновских лучей (АПРЛ), Ланга и фотоупругости, для анализа и расшифровки дефектов в монокристаллах. В их числе розеточная методика, когда дефекты структуры отображаются на снимке в виде полей упругих механических напряжений, образуемых дефектами в толще полупроводника. Задача специалиста, исходя из контраста, образованного деформацией (розетки), идентифицировать дефект и локализовать его в объеме монокристалла. Но тут возникает множество факторов, затрудняющих или сводящих на нет расшифровку дефектов на топограмме. Перед специалистом встают вопросы, как:

- уменьшить влияние зернистости и дефектов самих фотоматериалов;
- более полно выделить области топограммы, представляющие интерес для исследования, и особенности изображения дефектов;
- выровнять неоднородность засветки фотопластин, возникающую вследствие протяженных механических макронапряжений самого кристалла, или повысить слабую контрастность снимка.

Ясно, что все это невозможно без применения машинной обработки экспериментального контраста [1,2]. Наиболее распространенными математическими подходами для решения подобного рода задач до сих пор были *Фурье-анализ*, когда контраст рассматривается как некий сигнал, обладающий определенными спектральными характеристиками, и *нелинейное преобразование* (усиление) цветовых и яркостных составляющих изображения (преобразование яркостного динамического диапазона). Недавно стал применяться новый более перспективный подход, основанный на математическом аппарате *вейвлет-анализа*.

В статье рассматривается опыт использования Фурье- и вейвлет-анализа применительно к обработке топографических изображений краевых дислокаций в монокристаллах 6H-SiC. Рентгенотопограммы были получены методом АПРЛ.

### Фурье-анализ

Под Фурье-анализом сигнала  $s(x)$  подразумевают прежде всего прямое преобразование Фурье (ППФ), когда переходят от пространственного (или временного) представления сигнала к его частотному представлению [3]:

$$\dot{F}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x)e^{-i2\pi fx} dx,$$

где  $i$  — мнимая единица;  $f$  — частота гармоники. Такая функция является спектром сигнала. Вещественная часть функции предоставляет амплитудный спектр сигнала, а мнимая — соответственно его фазовый спектр. Амплитудный спектр представляет собой набор амплитуд гармоник (синусоид, представленных в комплексной форме членом  $e^{-i2\pi fx}$ ), вычисленных в каждой произвольно заданной частоте  $f$ . Фазовый спектр — соответственно набор фаз данных гармоник.

Обратное преобразование Фурье (ОПФ) возвращает исходный сигнал как

$$s(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{F}(f)e^{i2\pi fx} df.$$

На практике удобнее представлять сигнал не через его спектральную функцию  $\dot{F}(f)$ , а в виде ряда Фурье — бесконечной суммы произведений синусоид  $e^{-ijx}$  на коэффициенты Фурье  $C_j$  в каждой точке  $j$ :

$$s(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} C_j e^{ijx}. \quad (1)$$

Совокупность комплексных экспонент различной частоты под знаком суммы представляет собой базис разложения сигнала, а сама экспонента называется базисной функцией. Недостатком Фурье-гармоник является то, что они не локализованы во временной (пространственной) области и оккупируют всю действительную ось, но зато строго локализованы в частотном спектре (имеют единичное значение частоты). Такая пространственная нелокализованность затрудняет анализ некоторых особенностей сигналов.

Проблема в том, что в ряд Фурье раскладываются только периодические сигналы. Если в качестве периода взять длительность нашего конечного сигнала (речь идет об участке изображения), то коэффициенты ряда Фурье в пределах периода можно найти так [4]:

$$C_j = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} s(x)e^{-ijx} dx.$$

Коэффициенты ряда — комплексные величины и их модули содержат амплитудный спектр. Т.е. непрерывная последовательность точек исходного сигнала заменяется дискретной последовательностью гармоник, представленной рядом Фурье (1). И вся информация о сигнале содержится в коэффициентах ряда. Собственно процедура нахождения данных коэффициентов и называется дискретным Фурье-анализом.

На практике применяют быстрое дискретное преобразование Фурье (БПФ), когда при анализе сигнала используются прореживание по частоте и пирамидальный алгоритм, исключающий повторные вычисления одинаковых членов Фурье-ряда. При этом не увеличивается погрешность преобразования и экономится вычислительная мощность.

Зависимость сигнал-шум для исследуемых топограмм характеризуется наличием протяженных дефектов самой фотопленки, соизмеримостью размеров ее зерна в некоторых случаях с дефектами монокристалла, сложной яркостной характеристикой изображения в случае фоновой неоднородности.

Предполагается, что гармоники зерен фотоэмульсии располагаются преимущественно в области верхних частот спектра изображения. А медленно меняющиеся детали контраста в случае фоновой неоднородности, напротив, соответствуют низкочастотной области спектра.

Используя алгоритм БПФ, находят амплитудный и фазовый спектры изображения. Далее из амплитудного спектра удаляются гармоники частот, соответствующих поме-

хам, — осуществляется линейная фильтрация. Или же используется метод ППФ, когда удаляются гармоники с амплитудой больше или меньше определенного порога (в зависимости от типа фильтруемых помех). Предполагается, что зерна фотоэмульсии имеют малую амплитуду гармоник (ниже определенного порога). Гармоники фоновой неоднородности имеют большую амплитуду (выше определенного значения). ОПФ дает обработанное изо-



бражение.

а)

б)

в)

Рис. 1. Исходные (а) и обработанные методами фильтрации гармоник по частотам (б) и прямого изменения амплитудного спектра (в) фрагменты топографического изображения краевых дислокаций монокристалла 6H-SiC. В данном случае изображение отчищалось от зернистости фотоэмульсии

Отличительной особенностью обработанных изображений (рис.1) является наличие искажений вследствие явления Гиббса — импульсного шума, вносимого самим Фурье-фильтром. Это явление объясняется ограничением числа членов теоретически-бесконечного Фурье-ряда. В итоге появляются вышеуказанные искажения при реконструкции отфильтрованного сигнала. На практике невозможно полностью восстановить исходный сигнал после ППФ (так как невозможно сделать ряд бесконечным). Кроме того, оказывается затруднительным в Фурье-спектре изображения отделить помехи и контраст от дефектов или усилить особенности контраста без потерь для самого снимка. Линейные фильтры гасят часть полезного сигнала, не удаляя при этом полностью помеховые составляющие, так как зависимость сигнал-шум после прямого Фурье-представления — мультипликативная. Ситуация значительно улучшается, когда предварительно перед фильтрацией Фурье-спектра используется нелинейное преобразование характеристик контраста. В итоге получается так называемая нелинейная фильтрация, когда зависимость сигнал-шум становится аддитивной. При этом значительно проще разделить спектры обеих составляющих для последующей линейной фильтрации.

#### Вейвлет-анализ

По аналогии с Фурье-преобразованием вейвлет-преобразование — это точно такое же разложение сигнала в ряд базисных элементов, помноженных на определенные коэффициенты. Только базисной функцией ряда в этом случае является не гармоника, а так называемый *вейвлет* (всплеск). При построении ряда вейвлет-функция представляется своими различными сжатыми или растянутыми версиями, смещенными в определенные местоположения на временной (координатной) шкале сигнала. Абстрактно функция записывается как [4]

$$\psi(x) = a^{-1/2} \psi_0\left(\frac{x-b}{a}\right),$$

где  $a$  — параметр, задающий степень сжатия или растяжения (масштаб) вейвлет-функции;

$b$  — параметр, задающий смещение функции по координатной (временной) оси;  $\psi_0$  — сама базисная функция, определяемая типом вейвлета. Вейвлет-функция должна удовлетворять

условиям конечности своей энергии и иметь нулевое среднее значение:  $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0$ .

В отличие от гармоник Фурье большинство вейвлет-функций компактно локализованы в пространстве и частотной области. На сегодня существуют сотни разновидностей вейвлетов, применяемых в различных областях науки и техники. Многие из них имеют сложный вид и представляются только итерационными методами.

В общем случае формула прямого непрерывного вейвлет-преобразования выглядит так:

$$C(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} s(x) a^{-1/2} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx,$$

$C(a, b)$  — совокупность вейвлет-коэффициентов, несущая всю информацию о сигнале.

В дискретном случае анализа параметры  $a$  и  $b$  заменяются на дискретные значения  $a = 2^j$  и  $b = k2^j$ , где  $j$  и  $k$  — целые числа. Тогда вейвлет-функция будет иметь вид

$$\psi_{j,k} = a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} x - k), \tag{2}$$

а прямое вейвлет-преобразование записывается так:

$$C(j, k) = \int_{-\infty}^{\infty} a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} x - k) s(x) dx.$$

Обратное дискретное вейвлет-преобразование (реконструкция) сигнала задается по формуле

$$s(x) = \frac{1}{C_\psi} \sum_j \sum_k C(j, k) a_0^{-j/2} \psi(a_0^{-j} x - k), \tag{3}$$

где  $C_\psi$  — некая константа, определяемая функцией  $\psi(x)$ .

Выражение (3) — основная формула вейвлет-ряда, используемая в большинстве математических пакетов. Если коэффициенты Фурье-преобразования дают информацию только о частотных свойствах сигнала, то вейвлет-коэффициенты позволяют получить информацию о сигнале одновременно и в частотном и в пространственном отношении.

Существует также понятие кратномасштабного вейвлет-анализа. Когда вводится так

называемая скейлинг\*-функция  $\phi(x) \left( \int_{-\infty}^{\infty} \phi(x) dx = 1 \right)$  — другой базис разложения, формируе-

мый на основе вейвлет-функции. Скейлинг-функция находится только для вейвлетов, удовлетворяющих условиям ортогональности [4]. Она позволяет реконструировать приближенную (грубую) копию сигнала. Т.е. в кратномасштабном вейвлет-анализе сигнал рассматривается посредством последовательных приближений его формы с различной степенью детализации. Задается как бы масштаб разложения и представления сигнала. Нулевому масштабу соответствует сам сигнал  $s(x)$ . Приближение (аппроксимация) сигнала соответствует итерационной формуле

$$s_j(x) = \sum_j C(j, k) \phi_{j,k}(x).$$

Причем масштаб или, как еще говорят, глубина разложения задается непосредственно па-

---

\* Масштабирующая (англ.).

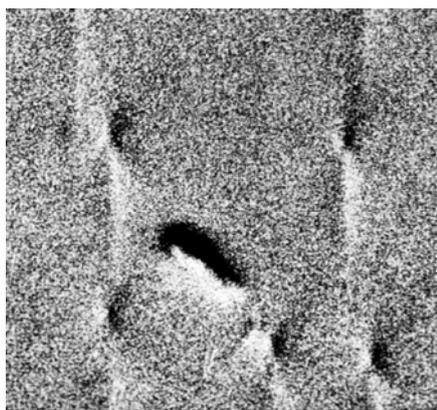
раметром  $a$  вейвлет-коэффициентов (номером  $j$ ). Разложение сигнала принято также называть *декомпозицией*, а глубину разложения – *декомпозицией сигнала уровня  $j$* . Нулевой уровень — это исходный сигнал.

Если используется ортогональный вейвлет, то для анализа общей формы сигнала применяется базис  $\varphi(x)$ , а для анализа локальных особенностей сигнала — соответственно базис  $\psi(x)$ . Сумма приближенного и детализирующего компонентов анализа восстанавливает исходный сигнал для заданного уровня декомпозиции. В отличие от Фурье-анализа вейвлеты позволяют реконструировать сигнал с наибольшей точностью. Ортогональные вейвлеты за счет функции  $\varphi(x)$  позволяют восстановить сигнал полностью — *реставрировать* его.

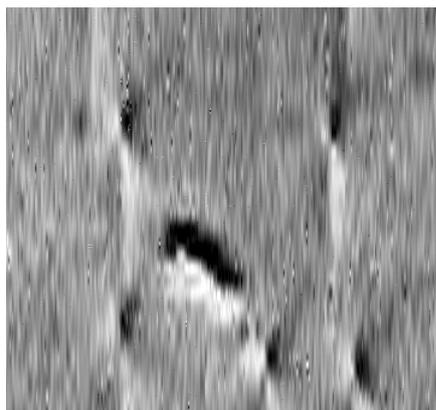
В вейвлет-анализе также существует понятие «спектра» сигнала. Вейвлет-спектр представляет собой двумерную картинку, где по оси ординат откладываются значения масштаба  $a$ , а по оси абсцисс — координата (время) сигнала. В такой плоскости откладываются значения коэффициентов, номера  $j$  которых соответствуют дискретным значениям масштаба на вертикальной оси. Номера коэффициентов идут снизу вверх — от нулевого (сам сигнал) до наибольшего (грубая копия сигнала). Значения коэффициентов в двумерной плоскости представляются различной яркостью точек. Такая «вейвлет-спектрограмма» несет в себе избыточную информацию о сигнале и позволяет выявлять детали сигнала, совершенно не заметные на обычном спектре Фурье. Например, небольшие разрывы, изменение знака первой и второй производной и т.д. Современная прикладная наука с оптимизмом утверждает, что, правильно расшифровав вейвлет-спектрограмму, о сигнале можно сказать абсолютно все.

Предполагается, что такая избыточность и наглядность вейвлет-преобразования позволит без труда выделить полезные составляющие контраста и отфильтровать помехи, не прибегая к нелинейной фильтрации. Главное, точно знать, какие вейвлет-коэффициенты содержат помехи, а какие — изображение самих дефектов и как они связаны между собой. Затруднение заключается в подборе оптимального для таких изображений вейвлет-преобразования. При этом глубина разложения должна обеспечивать полное сохранение всех особенностей экспериментального контраста при экономии вычислительных ресурсов. Важен выбор самого вейвлет-базиса. С трудом представляется и характер зависимости сигнал-шум, получаемый при разложении. Возможно применение нелинейных преобразований для разделения двух компонент. Импульсная характеристика самого фильтра по возможности тоже должна строиться на вейвлет-базисе.

Для пробной оценки возможностей вейвлет-анализа в рамках пакета MATLAB с помощью модуля Wevelet Toolbox было обработано рентгенопографическое изображение краевых дислокаций (рис.2).



а)



б)

Рис.2. Исходные (а) и обработанные методом вейвлет-фильтрации (б) фрагменты топографического изображения краевых дислокаций монокристалла 6H-SiC

С целью уменьшения зернистости фотоэмульсии применялась вейвлет-процедура автоматизированной очистки от шума:  $wden(V_i, 'sqtwolog', 'h', 'mln', 6, 'coif4')$  [4].

Вейвлет-фильтрация проводилась построчно сверху вниз, каждая строка изображения задавалась в цикле вектором  $V_i$  дискретных значений яркости в диапазоне черно-белого. Дело в том, что данная процедура применима только для фильтрации одномерных сигналов. Строки прогонялись через один и тот же фильтр независимо друг от друга.

Выше, при использовании Фурье-анализа, для очистки от шума (зернистости) применялось удаление высокочастотных гармоник. Импульсная характеристика использовавшегося Фурье-фильтра – двухмерная.

Применительно же к вейвлетам есть еще один способ — ограничение уровня детализирующих коэффициентов. Кратковременные особенности сигнала порождают детализирующие коэффициенты с большими случайными выбросами значений. Множество таких повторяющихся деталей можно смело отнести к высокочастотным шумовым компонентам сигнала. Задав некоторый порог для уровня коэффициентов и срезав их по этому порогу, можно уменьшить уровень шумов. Более того, уровень ограничения можно устанавливать для каждого коэффициента отдельно, что позволяет строить фильтры, адаптивные к изменениям сигнала.

Выбор значения порога задается вторым параметром в скобках процедуры. Значение  $sqtwolog$  параметра устанавливает порог исходя из выражения  $\sqrt{2 \log(\text{длительность}_s(x))}$ .

Значение порога устанавливалось жестко (третий параметр —  $h$ ), при гибком пороге ( $s$ ) зерно очищается не эффективно.

Четвертый параметр определяет тип порогового мультипликативного перемасштабирования (в случае небелого шума). Значение  $mln$  параметра задает перемасштабирование с использованием оценки уровня шума на каждом уровне декомпозиции. Если не использовать перемасштабирование порога ( $one$ ), то порог выбирается напрямую из второго параметра. При этом все детализирующие коэффициенты будут считаться носителями шума и удаляться. В крайнем случае, значение порога берется средним от значений детализирующих коэффициентов первого уровня декомпозиции — и остается неизменным для всех оставшихся уровней. В итоге остается только аппроксимированная копия сигнала. Такой подход прекрасно работает для белого шума — детализирующие коэффициенты от нулевого до первого уровней (на следующих уровнях они исчезают). Но он совершенно неприемлем для нашего случая. Характер шума зерна гораздо более сложный, и его структура присутствует на всех уровнях разложения. Поэтому применяется метод, когда порог пересчитывается для каждого уровня декомпозиции.

Уровень декомпозиции задается пятым параметром. В данном случае он равен 6. В качестве базиса использовался ортогональный вейвлет Коифлета —  $coif4$  (последний параметр в скобках);  $j = 4$  в названии вейвлета задает начальное растяжение вейвлет-функции согласно (2).

Алгоритм работы фильтра напоминает прямое изменение амплитудного спектра сигнала, использовавшееся выше при Фурье-обработке. Но там к зернам фотоэмульсии относились гармоники с малыми амплитудами (ниже заданного порога). В случае же вейвлет-фильтрации изображения зерен содержали коэффициенты с большими значениями (выше заданного порога).

В общем картинка, получаемые при обоих подходах, схожи. Размытие и шумы, вносимые самим вейвлет-фильтром, аналогичны получаемым при Фурье-обработке. Негативную роль сыграла также одномерность процедуры  $wden()$ .

### Вывод

Контраст исследуемых топограмм достаточно сложен для анализа. Необходимо более детальное рассмотрение картины, получаемой при вейвлет-разложении на каждом уровне. И, конечно же, дальнейший анализ и проектирование фильтров немыслимы без применения пакетных двумерных вейвлетов и перевода работ на двухмерную плоскость.

---

1. Дроздов Ю.А., Окунев А.О., Ткаль В.А., Шульпина И.Л. // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. 2002. № 12. С.30-37.
2. Дроздов Ю.А., Окунев А.О., Ткаль В.А. // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2002. № 8. С.6-12.
3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов: Учебник для вузов. СПб.: Питер, 2002. 608 с.
1. Дьяконов В., Абраменкова И. MATLAB. Обработка сигналов и изображений: Спец. справочник. СПб.: Питер, 2002. 608 с.