

Л.А.Рассветалов

АМПЛИТУДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭХО-ПРОЦЕССОРА ПРИ СТОХАСТИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ

The paper deals with possible determining of the accidental excitation echo-processor amplitude characteristics by means of the Bloch equations solution for rectangular impulses with subsequent averaging.

Введение

Стохастическое возбуждение ЯМР, предложенное Р.Эрнстом [1], применяется в Фурье-спектроскопии высокого разрешения. Методы ЯМР- и ЭПР-спектроскопии позволяют изучать особенности электронной и кристаллической структур, динамических процессов в твердых телах, недоступные другим экспериментальным методикам. В настоящее время они широко и успешно применяются также в медицине, биологии и других областях, где требуется методы интроскопии.

Стохастическое возбуждение естественно присутствует при обработке оптических и радиосигналов эхо-процессорами, так как обрабатываемые сигналы всегда сопровождаются шумами, а в современных радиосистемах и используемые сигналы относятся к классу случайных или псевдослучайных. Следует ясно представлять, что в случае малосигнального приближения эхо-процессор (ЭП) является линейным устройством независимо от используемого режима работы и имеет особенности только при выходе за пределы этого режима. Исследование нелинейных режимов ЭП проводилось в работах [2,3], а также в ряде других работ. В частности, в [3] для исследования стохастического возбуждения ЭП гауссовым шумом введены стохастические уравнения Блоха в интерпретации Стратоновича, решение которых позволило найти амплитудные характеристики (АХ) ЭП в широком диапазоне входных мощностей. Однако само решение сопровождается большими вычислительными затратами. Поэтому представляется актуальным рассмотрение других, более простых в вычислительном плане, возможностей определения АХ ЭП при стохастическом возбуждении.

Модель откликов ЭП на стохастическое возбуждение

Сущность предлагаемой модели состоит в замене входного шума набором парциальных импульсов с амплитудой, равной значению огибающей входной реализации, и длительностью $\tau_i \leq 1/2\Delta F_{\text{эфф}}$, где $\Delta F_{\text{эфф}}$ — эффективная полоса частот, занимаемая спиновой системой. Модели формирования эхо-сигналов двух типов представлены на рис. 1.

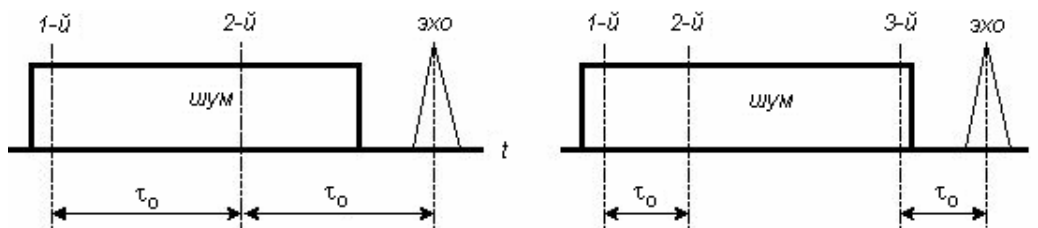


Рис.1. Формирование двухимпульсного (слева) и трехимпульсного (справа) эхо-сигналов из выборки шума

Двухимпульсное (зеркальное) эхо для фиксированного момента времени генерируется всеми парами парциальных импульсов шума с учетом зеркальной симметрии. Трех-

импульсное (стимулированное) эхо в фиксированный момент времени генерируется всеми тройками парциальных импульсов шума с учетом перемещающейся во времени симметрии.

Будем считать стохастическое возбуждение стационарным белым гауссовым шумом. На самом деле достаточным является условие постоянства его спектральной плотности в пределах существования линии поглощения $g(\omega)$ (отсюда условие $\tau_i \leq 1/2\Delta F_{\text{эфф}}$). Тогда амплитуды A_i всех парциальных импульсов являются независимыми и распределенными по релеевскому закону:

$$W(A_i) = \frac{A_i}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A_i^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

где σ^2 — дисперсия шума в выборке.

Рассмотрим классическое возбуждение эхо-сигналов в средах, описываемых уравнениями Блоха для магнитных или псевдоэлектрических диполей. Поскольку описание фотонного эха отличается от спинового только учетом пространственных волновых векторов, что несущественно в данном контексте, далее речь будет идти о спиновом эхе. Благодаря тому, что входной случайный процесс моделируется теперь набором парциальных импульсов, имеющих случайную, но конкретную для данной реализации шума амплитуду, можно искать для каждой пары или тройки таких импульсов решение уравнений Блоха в виде огибающей поперечной намагниченности для каждого изохроматического пакета, а результат усреднить с плотностью (1).

Методы решения уравнений Блоха достаточно полно представлены в имеющейся литературе [4,5]. Используя матричный метод [6,7] решения уравнений Блоха для воздействия в виде трех прямоугольных импульсов, можно получить для поперечной компоненты намагниченности $m_+ = u + jv$ одной изохроматы следующее выражение:

$$m_+ = \left(\frac{2\delta A_1}{\beta_1^2} \sin^2 \frac{\beta_1 \tau_1}{2} + j \frac{A_1}{\beta_1} \sin \beta_1 \tau_1 \right) \left(\frac{\delta A_2}{\beta_2^2} \sin^2 \frac{\beta_2 \tau_2}{2} + j \frac{A_2}{2\beta_2} \sin \beta_2 \tau_2 \right) \times \\ \times \left(\frac{2\delta A_3}{\beta_3^2} \sin^2 \frac{\beta_3 \tau_3}{2} - j \frac{A_3}{\beta_3} \sin \beta_3 \tau_3 \right) M_0 \exp[j\delta(t - t_2 - t_1)], \quad (2)$$

где δ — расстройка пакета относительно центральной частоты возбуждения; $\beta_i = \sqrt{A_i^2 + \delta^2}$; τ_i — длительности импульсов, $i=1,2,3$ — номера импульсов; t_1, t_2 — моменты включения второго и третьего импульсов соответственно. Под амплитудой A_i , как обычно, понимается произведение гиромагнитного отношения γ на амплитуду высокочастотного магнитного поля h : $A_i = \gamma h$. Огибающую сигнала стимулированного эха $Y(t)$ можно получить, суммируя вклады всех пакетов с учетом формы линии поглощения $g(\delta)$:

$$Y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \overline{m_+(t, \delta)} g(\delta) d\delta,$$

где черта означает усреднение с плотностью вероятностей (1).

Достаточно часто требуется форма АХ не для полного отклика, а для отдельного пакета. Такая ситуация, например, встречается при анализе селективного по частоте ограничения. В любом случае вычисления усредненного значения $\overline{m_+(t, \delta)}$ избежать не удастся. Даже беглого взгляда на (2) достаточно, чтобы представить сложность конечного результата, однако условие $\tau_i \leq 1/2\Delta F_{\text{эфф}}$ влечет за собой при $A_i \tau_i \geq \pi/2$ неравенство $A_i \gg \delta_{\text{max}}$, позволяющее пренебречь в (2) членами, содержащими δ/β . Так как при релеевском законе распределения амплитуды импульсов могут принимать значения $A_i \ll \delta$, в этой области A_i/δ стремится к нулю. Остается небольшая область $A_i \approx \delta$, в которой выражение (2) нельзя упростить, но она мала по сравнению со всей областью интегрирования, и это является погрешностью метода. После указанных упрощений выражение (2) принимает вид, известный для воздействия в виде трех коротких интенсивных импульсов [5]:

$$m_+ = j \frac{M_0}{2} \sin A_1 \tau_1 \sin A_2 \tau_2 \sin A_3 \tau_3 \exp[j\delta(t - t_2 - t_1)]. \quad (3)$$

Промежуточным между (2) и (3) является выражение

$$m_+ = j \frac{M_0}{2} \sin \beta_1 \tau_1 \sin \beta_2 \tau_2 \sin \beta_3 \tau_3 \exp[j\delta(t - t_2 - t_1)]. \quad (4)$$

Совершив предельный переход от возбуждения белым шумом к возбуждению стимулированного эха тремя короткими ($\tau_i < 1/2\Delta F_{\text{эфф}}$) радиочастотными импульсами, из которых третий, считывающий, импульс имеет постоянную амплитуду $A_3\tau_3 = \pi/2$, а первые два — случайную с распределением (1). Усреднение (3) с (1) можно получить аналитически:

$$\overline{m_+} = j \frac{M_0}{4} \pi^2 \tau^2 \exp(-\sigma^2 \tau^2),$$

усреднение выражений (4) и (2) производилось в среде Mathcad.

На рис.2 представлены АХ отдельного изохроматического пакета, вычисленные усреднением с плотностью (1) по точному (2) и приближенным (3), (4) выражениям. При расчетах принято: $\delta_{\text{max}} = 10$, что соответствует $\Delta F_{\text{эфф}} = 20$ и $\tau_1 = \tau_2 = 0,025$. Для частотных расстройек пакета $\delta < 5$ вычисления по точной и приближенным формулам различий не дают (рис.2а). Они появляются при относительно больших расстройках $5 < \delta < 10$, при которых вклад в эхо-сигнал при гауссовой или лоренцевой форме линии поглощения пренебрежимо мал. Как видно из рис.2б, даже при максимальной расстройке разница между кривыми не столь существенна.

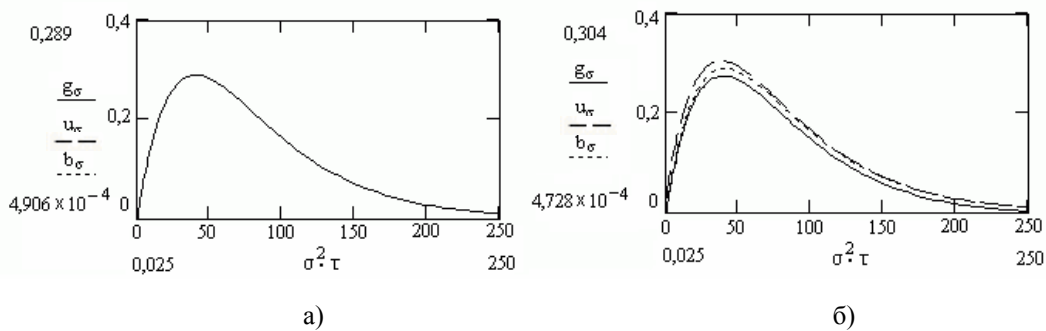


Рис.2. Зависимости средней амплитуды стимулированного эха от энергетического спектра возбуждающих импульсов, вычисленные усреднением с ПРВ Релея (1) выражений: g_a — (2), u_a — (4), b_a — (3); а) $\delta = 0$; б) $\delta = \delta_{\text{max}} = 10$

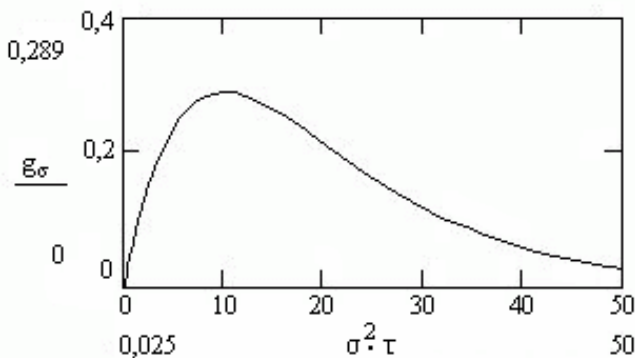


Рис.3. Зависимость амплитуды стимулированного эха от энергетического спектра шума

При возбуждении спиновой среды протяженной шумовой выборкой (рис.1) длительностью T следует учитывать увеличение результирующей дисперсии по сравнению с рассмотренным выше случаем. Если разместить третий (считывающий) импульс непосредственно после выборки шума, то усреднять первый и второй парциальные импульсы нужно по-прежнему с плотностью вероятности (1), в которой дисперсия должна быть увеличена в T/τ раз.

Зависимости амплитуды намагниченности отдельного спинового пакета для длительности выборки шума $T = 10$ мкс, длительности считывающего импульса $\tau_3 = 0,025$ мкс и нулевой расстройке по частоте, рассчитанные по точной формуле, представлены на рис.3. Из рисунка видно, что, как и следовало ожидать, отличие от возбуждения отдельными импульсами состоит в масштабе по оси абсцисс.

Полученные зависимости совпадают по форме с кривыми, полученными в [3], и отличаются лишь значениями максимума: в [3] он составляет 0,25, в приводимых расчетах — 0,289.

Вывод

Приведенные результаты и их сравнение с результатами [3] свидетельствуют о корректности использования упрощенной формулы (3) для расчетов амплитудных характеристик эхо-процессора при стохастическом возбуждении.

1. Ernst R.R. // J. Magn. Reson. 1970. V.3. P. 10-27.
2. Рассветалов Л.А. // Радиотехника и электроника. 1989. Т. 34. № 5. С.997-1001.
3. Баруздин С.А. // Квантовая электроника. 2001. Т. 31. № 8. С.719-722.
4. Fernbach S., Proctor W.G. // J. Appl. Phys. 1955. V. 26. № 3. P.170-192.
5. Anderson A.G., Garwin R.L., Hahn E.L. // J. Appl. Phys. 1955. V.26. № 11. P.1324-1338.
6. Гантмахер Ф.Г. Теория матриц. М.: Наука, 1967. 576 с.
7. Устинов В. Б., Рассветалов Л.А., Ковалевский М.М. // Изв. ЛЭТИ. 1979. Вып. 135. С. 10-18.