ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

УДК 621.777.24

А.М.Дмитриев, А.Л.Воронцов

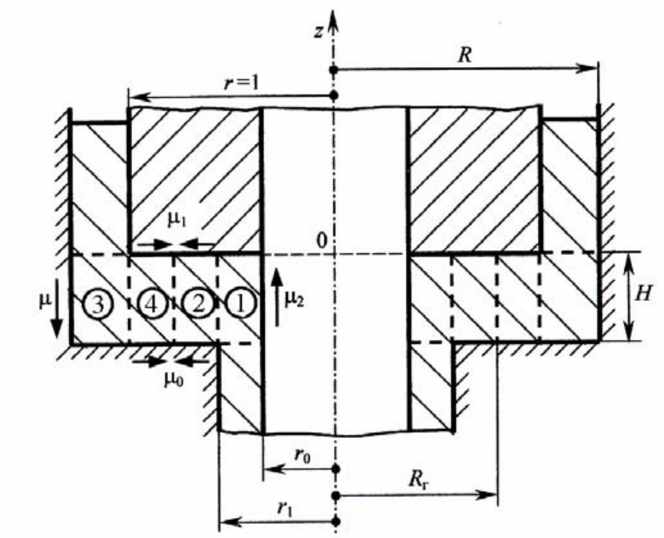
АНАЛИЗ ОПЕРАЦИИ И РАСЧЕТЫ ПРИ КОМБИНИРОВАННОМ ВЫДАВЛИВАНИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ СТАКАНОВ С ВНУТРЕННИМ СТЕРЖНЕМ

Stressed condition of a blank, at combined pressing-out of the inside rod cylindric sleeve, is determined. Formulae for estimating basic technological parameters of combined pressing-out process are obtained. Precision of obtained calculations is proved by comparison with numerous experimental data.

В машиностроении и автомобилестроении применяется большое количество деталей, имеющих форму стакана с внутренним стержнем в донной части [1]. Наиболее эффективным способом изготовления таких деталей является комбинированное выдавливание (см. рис.), при котором металл имеет несколько направлений течения, что приводит к снижению удельной силы по сравнению с традиционным выдавливанием. Это расширяет технологические возможности процесса, позволяя за один переход получать изделия большей геометрической сложности при достаточной стойкости штампового инструмента.

Аналитическое определение напряженного состояния заготовки при таком выдавливании ранее не производилось. Между тем исследование напряженного состояния необходимо как для вычисления величины деформирующей силы, так и для определения максимального давления на стенку матрицы, а также для прогнозирования возможного разрушения заготовки. Последние параметры нужны для расчета матрицы на прочность и для выбора предельного формоизменения заготовки за один переход.

Таким образом, разработка теории комбинированного выдавливания стаканов с внутренним стержнем с целью создания методов расчета основных технологических параметров процесса является весьма актуальной.



Расчетная схема комбинированного выдавливания

Для теоретического анализа используем расчетную схему (см. рис.), в которой применена цилиндрическая система координат ρ, θ, z, а очаг пластической деформации представлен в виде четырех областей: из областей **1** и **2** металл течет во внутренний стержень, а из областей **3** и **4** — в стенку стакана. Важнейшей характеристикой процесса является радиус границы между этими областями $R_г$, методика определения которого будет изложена ниже.

В основу анализа положены соотношения наиболее общей на современном уровне теории пластического течения. Принимаются следующие допущения: 1) материал считается жесткопластическим, а упрочнение усредняется по очагу пластической деформации величиной напряжения текучести σ_s; 2) силы контактного трения определяются по закону Зибеля как $\tau_к = \mu\beta\sigma_s$, где β — коэффициент Лоде, а μ — коэффициент трения по напряжению текучести. При хорошей смазке следует принимать μ, μ_1 и μ_2 равными 0,1, при значительном трении — 0,3.

В приводимых далее формулах используются относительные величины: силовые параметры, отнесенные к средней по очагу пластической деформации величине напряжения текучести материала заготовки σ_s, и геометрические параметры, отнесенные к радиусу калибрующего участка пуансона $r = 1$ (например, R — относительный радиус матрицы).

Рассмотрим область 1. Кинематически возможную осевую скорость возьмем в следующем общем виде:

$$v_z = A[z - \varphi(\rho)], \tag{1}$$

где A — коэффициент, определяемый из условия постоянства расхода, а $\varphi(\rho)$ — произвольная функция, определяющая форму верхней границы очага пластической деформации в области **1** (на рис. горизонтальные границы в областях **1** и **3** для упрощения чертежа условно показаны прямыми линиями). При необходимости функция $\varphi(\rho)$ может быть найдена по методике работы [2].

Из условия несжимаемости

$$\xi_z + \xi_\rho + \xi_\theta = 0,$$

которое для осесимметричной задачи имеет вид

$$\frac{\partial v_z}{\partial z} + \frac{\partial v_\rho}{\partial \rho} + \frac{v_\rho}{\rho} = 0,$$

или

$$\frac{1}{\rho}\left[\frac{\partial}{\partial \rho}(v_\rho \rho)\right] = -\frac{\partial v_z}{\partial z}, \tag{2}$$

можно найти, что

$$v_\rho = -\frac{A}{2}\rho + \frac{f(z)}{\rho}.$$

Из граничного условия $v_\rho = 0$ при $\rho = r_0$ следует, что

$$f(z) = \frac{A}{2} r_0^2.$$

Тогда окончательно радиальная скорость определяется равенством

$$v_\rho = \frac{A}{2}\left(\frac{r_0^2}{\rho} - \rho\right). \tag{3}$$

Находим скорости деформаций:

$$\begin{cases} \xi_\rho = \dfrac{\partial v_\rho}{\partial \rho} = -\dfrac{A}{2}\left(\dfrac{r_0^2}{\rho^2} + 1\right), \\ \xi_\theta = \dfrac{v_\rho}{\rho} = \dfrac{A}{2}\left(\dfrac{r_0^2}{\rho^2} - 1\right), \\ \xi_z = \dfrac{\partial v_z}{\partial z} = A, \\ \eta_{\rho z} = \dfrac{\partial v_\rho}{\partial z} + \dfrac{\partial v_z}{\partial \rho} = -A\varphi'(\rho), \end{cases} \tag{4}$$

и интенсивность скоростей деформаций:

$$\xi_i = \beta|\xi_{max}| = \beta\xi_z = \beta A. \quad (5)$$

Уравнения связи Леви — Мизеса имеют вид

$$\begin{cases} \sigma_\rho = \sigma + \dfrac{2}{3}\dfrac{\xi_\rho}{\xi_i}, \\ \sigma_\theta = \sigma + \dfrac{2}{3}\dfrac{\xi_\theta}{\xi_i}, \\ \sigma_z = \sigma + \dfrac{2}{3}\dfrac{\xi_z}{\xi_i}, \\ \tau_{\rho z} = \dfrac{1}{3}\dfrac{\eta_{\rho z}}{\xi_i}, \end{cases} \quad (6)$$

где

$$\sigma = \frac{\sigma_\rho + \sigma_\theta + \sigma_z}{3} \quad — \quad (7)$$

среднее главное напряжение (гидростатическое давление).

Уравнения равновесия для данной задачи имеют вид

$$\begin{cases} \dfrac{\partial\sigma_\rho}{\partial\rho} + \dfrac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial z} + \dfrac{\sigma_\rho - \sigma_\theta}{\rho} = 0, \\ \dfrac{\partial\sigma_z}{\partial z} + \dfrac{\partial\tau_{z\rho}}{\partial\rho} + \dfrac{\tau_{z\rho}}{\rho} = 0. \end{cases} \quad (8)$$

Тогда из системы (6) с учетом соотношения (5) и системы (4) следует, что касательное напряжение $\tau_{\rho z}$ зависит только от ρ, а

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{3\xi_i}(\xi_\rho - \xi_\theta) = -\frac{2r_0^2}{3\beta\rho^2}. \quad (9)$$

В этом случае из первого уравнения системы (8) получаем:

$$\sigma_\rho = -\frac{r_0^2}{3\beta\rho^2} + f_1(z) + C_1 \quad (10)$$

С учетом этого выражения и условия пластичности

$$\sigma_z - \sigma_\rho = \beta \quad (11)$$

второе уравнение системы (8) сводится к виду

$$\frac{\partial f_1(z)}{\partial z} = -\frac{\partial\tau_{\rho z}}{\partial\rho} - \frac{\tau_{\rho z}}{\rho}. \quad (12)$$

Так как левая часть уравнения (12) зависит только от z, а правая — только от ρ, то обе эти части равны постоянной величине C_2. Представив правую часть уравнения (12) в виде

$$-\frac{1}{\rho}\frac{\partial}{\partial\rho}[\tau_{\rho z}\rho] = C_2,$$

получим

$$\tau_{\rho z} = -\frac{C_2\rho}{2} + \frac{C_3}{\rho}. \quad (13)$$

Приравняв постоянной величине C_2 левую часть уравнения (12), найдем, что

$$f_1(z) = C_2 z. \quad (14)$$

Из граничных условий $\tau_{\rho z} = -\mu_2\beta$ при $\rho = r_0$, $\tau_{\rho z} = 0{,}5\beta$ при $\rho = r_1$, следует, что

$$\begin{cases} C_2 = -\beta \dfrac{r_1 + 2\mu_2 r_0}{r_1^2 - r_0^2}, \\ C_3 = -0{,}5\beta r_0 r_1 \dfrac{r_0 + 2\mu_2 r_1}{r_1^2 - r_0^2}. \end{cases} \tag{15}$$

Подставив в выражение (11) формулы (10) и (14), найдем

$$\sigma_z = \beta - \frac{r_0^2}{3\beta\rho^2} + C_2 z + C_1. \tag{16}$$

Использовав граничное условие $\sigma_z = 0$ при $z = -h_1$ и $\rho = r_1$, определим произвольную постоянную

$$C_1 = -\beta + \frac{r_0^2}{3\beta r_1^2} + C_2 h_1. \tag{17}$$

Подставив формулы (16) и (17) в выражение (11), при $z = -h_1/2$ и $\rho = r_1$ найдем среднее радиальное напряжение, действующее со стороны области **1** на область **2**:

$$\sigma_{\rho 1} = -\beta + 0{,}5 C_2 h_1. \tag{18}$$

Рассмотрим область 2. Кинематически возможную осевую скорость возьмем в следующем общем виде:

$$v_z = -f_2(z).$$

Используя граничное условие $v_\rho = 0$ при $\rho = R_г$, аналогично изложенному выше находим:

$$v_\rho = \frac{1}{2}\frac{\partial f_2(z)}{\partial z}\left(\frac{\rho^2 - R_г^2}{\rho}\right).$$

С учетом этого по общим частям выражений системы (4) находим скорости деформаций:

$$\begin{cases} \xi_z = -\dfrac{\partial f_2(z)}{\partial z}, \\ \xi_\rho = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial f_2(z)}{\partial z}\left(1 + \dfrac{R_г^2}{\rho^2}\right), \\ \xi_\theta = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial f_2(z)}{\partial z}\left(1 - \dfrac{R_г^2}{\rho^2}\right), \\ \eta_{\rho z} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 f_2(z)}{\partial z^2}\left(\dfrac{\rho^2 - R_г^2}{\rho}\right). \end{cases} \tag{19}$$

Аналогично выражению (5) полагаем, что интенсивность скоростей деформации

$$\xi_i = \beta \frac{\partial f_2(z)}{\partial z}. \tag{20}$$

С учетом выражений (19) и (20) из четвертой формулы системы (6) получаем:

$$\tau_{\rho z} = \frac{1}{6\beta}\frac{\dfrac{\partial^2 f_2(z)}{\partial z^2}}{\dfrac{\partial f_2(z)}{\partial z}}\left(\frac{\rho^2 - R_г^2}{\rho}\right) = f_3(z)\left(\frac{\rho^2 - R_г^2}{\rho}\right). \tag{21}$$

Подставив выражение (21) во второе уравнение системы (8), найдем, что

$$\sigma_z = -2\int f_3(z)dz + f(\rho) + C. \tag{22}$$

Подставив соотношение (22) в условие пластичности $\sigma_\rho - \sigma_z = \beta$, получим

$$\sigma_\rho = \beta - 2\int f_3(z)dz + f(\rho) + C. \tag{23}$$

Далее используем условие пластичности

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \beta. \tag{24}$$

Более строго было бы получить и использовать выражение, аналогичное соотношению (9), при котором дальнейшее решение также не представляет затруднений (в качестве примера укажем на решение похожей задачи, приведенное в [2] на с.222). Однако сопоставление показывает, что при использовании приближенного условия (24) окончательные выражения значительно упрощаются без заметной потери точности.

Подставляя соотношения (21), (23) и (24) в первое уравнение системы (8) получаем уравнение

$$\frac{\rho}{\rho^2 - R_г^2}\left[\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} + \frac{\beta}{\rho}\right] = -\frac{\partial f_3(z)}{\partial z}.$$

Так как левая часть этого уравнения зависит только от ρ, а правая — только от z, то обе эти части должны равняться постоянной величине C_4, откуда

$$f_3(z) = -C_4 z + C_5, \tag{25}$$

$$f(\rho) = \frac{C_4\rho^2}{2} - (\beta + C_4 R_г^2)\ln\rho. \tag{26}$$

Подставив выражение (25) в формулу (21), найдем касательное напряжение

$$\tau_{\rho z} = (C_4 z - C_5)\left(\frac{R_г^2 - \rho^2}{\rho}\right). \tag{27}$$

Из граничных условий $\tau_{\rho z} = \beta\mu_1$ при $\rho = r_1$ и $z = 0$, $\tau_{\rho z} = -0{,}5\beta$ при $\rho = r_1$ и $z = -h_1$ следует, что

$$\begin{cases} C_4 = \dfrac{\beta(0{,}5 + \mu_1)r_1}{h_1(R_г^2 - r_1^2)}, \\ C_5 = -\dfrac{\beta\mu_1 r_1}{R_г^2 - r_1^2}. \end{cases} \tag{28}$$

Подставив выражения (25) и (26) в соотношения (22) и (23), получим:

$$\begin{cases} \sigma_z = (C_4 z - 2C_5)z + C_4(0{,}5\rho^2 - R_г^2\ln\rho) - \beta\ln\rho + C, \\ \sigma_\rho = \beta + (C_4 z - 2C_5)z + C_4(0{,}5\rho^2 - R_г^2\ln\rho) - \beta\ln\rho + C. \end{cases} \tag{29}$$

Для определения произвольной постоянной C воспользуемся средним значением $\sigma_{\rho 1}$ на границе между областями **1** и **2**, определяемым выражением (18), приравнивая его значению σ_ρ из системы (29) при $\rho = r_1$ и $z = 0$. В результате получим:

$$C = \beta(\ln r_1 - 2) + 0{,}5C_2 h_1 - C_4(0{,}5r_1^2 - R_г^2\ln r_1). \tag{30}$$

Использовав при $z = 0$ формулы (15), (28), (29), (30) и подставив среднее значение коэффициента Лоде $\beta = 1{,}1$, найдем удельную силу, действующую на пуансон со стороны области **2**:

$$q_1 = \frac{2\pi\int_{r_1}^{R_г}|\sigma_z|\rho d\rho}{\pi(R_г^2 - r_1^2)} = \frac{1{,}1}{R_г^2 - r_1^2}\left\{1{,}5(R_г^2 - r_1^2) + \left[\frac{(0{,}5 + \mu_2' r_0)(R_г^2 + r_1^2 - 2r_0^2)}{r_1^2 - r_0^2} - (0{,}5 - \mu_1)r_1\right]h_1 + \right.$$

$$\left. + R_г^2\ln\frac{R_г}{r_1} + \frac{(0{,}5 + \mu_1)\left[R_г^4\left(\ln\dfrac{R_г}{r_1} - 0{,}75\right) + R_г^2 r_1^2 - 0{,}25r_1^4\right]r_1}{(R_г^2 - r_1^2)h_1}\right\}. \tag{31}$$

Значение расчетного коэффициента трения μ_2' выбирается в зависимости от типа применяемой оправки: при закрепленной оправке $\mu_2' = \mu_2$, при незакрепленной оправке $\mu_2' = 0$, при выдавливании с принудительно перемещаемой в сторону истечения оправкой $\mu_2' = -\mu_2$.

Высота пластических областей **1** и **2** находится из условия минимума выражения (31):

$$h_1 = \sqrt{\frac{(0{,}5+\mu_1)\left[R_\text{г}^4\left(\ln\frac{R_\text{г}}{r_1}-0{,}75\right)+R_\text{г}^2 r_1^2-0{,}25 r_1^4\right]r_1}{(R_\text{г}^2-r_1^2)\left[\frac{(0{,}5+\mu_2' r_0)(R_\text{г}^2+r_1^2-2r_0^2)}{r_1^2-r_0^2}-(0{,}5-\mu_1)r_1\right]}}. \quad (32)$$

Если $h_1 > H$, то в областях **1** и **2** имеет место стесненное выдавливание, и следует принимать $h_1 = H$.

Рассмотрим область 3. Кинематически возможную осевую скорость возьмем в общем виде, аналогичном выражению (1). В этом случае, как показано в работе [2] применительно к традиционному выдавливанию, напряженное состояние в данной области определяется выражениями

$$\begin{cases} \tau_{\rho z} = -\frac{C_6\rho}{2}+\frac{C_7}{\rho}, \\ \sigma_\rho = -\beta-\beta\ln\frac{R}{\rho}+C_6 z-q_\text{тр}, \\ \sigma_z = \sigma_\rho+\beta, \end{cases} \quad (33)$$

где член, учитывающий влияние прогиба матрицы на удельную силу выдавливания, —

$$q_\text{тр} = 1{,}1\frac{\mu R}{1+\mu R}, \quad (34)$$

а

$$\begin{cases} C_6 = \beta\frac{1+2\mu R}{R^2-1}, \\ C_7 = 0{,}5\beta R\frac{R+2\mu}{R^2-1}. \end{cases} \quad (35)$$

В соответствии со вторым выражением системы (33) при $\rho = R$ и $z = -h_2$ можно найти максимальное давление на стенку матрицы:

$$p = 1{,}1\left[1+\frac{1+2\mu R}{R^2-1}h_2\right]+q_\text{тр}. \quad (36)$$

При $\rho = 1$ среднее значение радиального напряжения на границе между областями **3** и **4**

$$\sigma_{\rho 2} = -\beta\left[1+\ln R+\frac{1+2\mu R}{2(R^2-1)}h_2\right]-q_\text{тр}. \quad (37)$$

Рассмотрим область 4. Принимая $v_z = -f_4(z)$ и используя граничное условие $v_\rho = 0$ при $\rho = R_\text{г}$, аналогично решению, выполненному выше для области **2**, находим:

$$v_\rho = \frac{1}{2}\frac{\partial f_4(z)}{\partial z}\left(\frac{\rho^2-R_\text{г}^2}{\rho}\right).$$

С учетом этого по общим частям выражений (4) скорости деформаций определяются равенствами

$$\begin{cases} \xi_z = -\dfrac{\partial f_4(z)}{\partial z}, \\ \xi_\rho = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial f_4(z)}{\partial z}\left(1+\dfrac{R_г^2}{\rho^2}\right), \\ \xi_\theta = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial f_4(z)}{\partial z}\left(1-\dfrac{R_г^2}{\rho^2}\right), \\ \eta_{\rho z} = \dfrac{1}{2}\dfrac{\partial^2 f_4(z)}{\partial z^2}\left(\dfrac{\rho^2 - R_г^2}{\rho}\right). \end{cases} \tag{38}$$

В соответствии с выражением (13) интенсивность скоростей деформации

$$\xi_i = \beta\frac{\partial f_4(z)}{\partial z}. \tag{39}$$

С учетом формул (38) и (39) аналогично выражению (21) получаем:

$$\tau_{\rho z} = f_5(z)\left(\rho - \frac{R_г^2}{\rho}\right), \tag{40}$$

$$\sigma_\rho - \sigma_\theta = \frac{2}{3\xi_i}(\xi_\rho - \xi_\theta) = \frac{2}{3\beta}\frac{R_г^2}{\rho^2}. \tag{41}$$

Подставив выражение (40) во второе уравнение системы (8), найдем, что

$$\sigma_z = -2\int f_5(z)dz + f_1(\rho) + C_8. \tag{42}$$

Используя формулы (40), (41) и условие пластичности

$$\sigma_\rho - \sigma_z = \beta, \tag{43}$$

с учетом выражения (42) из первого уравнения системы (8) получаем уравнение

$$\frac{\rho}{\rho^2 - R_г^2}\left(\frac{\partial f(\rho)}{\partial \rho} + \frac{2}{3\beta}\frac{R_г^2}{\rho^3}\right) = -\frac{\partial f_5(z)}{\partial z}.$$

Так как левая часть этого уравнения зависит только от ρ, а правая — только от z, то обе эти части должны равняться постоянной величине C_9, откуда

$$f_5(z) = -C_9 z + C_{10}, \tag{44}$$

$$f_1(\rho) = \frac{1}{3\beta}\frac{R_г^2}{\rho^2} + C_9\frac{\rho^2}{2} - C_9 R_г^2 \ln\rho. \tag{45}$$

Подставив выражение (44) в формулу (40), найдем, что

$$\tau_{\rho z} = (C_{10} - C_9 z)\left(\frac{\rho^2 - R_г^2}{\rho}\right). \tag{46}$$

Из граничных условий $\tau_{\rho z} = -\beta\mu_1$ при $\rho = 1$ и $z = 0$, $\tau_{\rho z} = 0{,}5\beta$ при $\rho = 1$ и $z = -h_2$ следует, что

$$\begin{cases} C_9 = \dfrac{\beta(0{,}5+\mu_1)}{h_2(1-R_г^2)}, \\ C_{10} = -\dfrac{\beta\mu_1}{1-R_г^2}. \end{cases} \tag{47}$$

Подставив выражения (44) и (45) в формулу (42), получим:

$$\sigma_z = (C_9 z - 2C_{10})z + C_9(0{,}5\rho^2 - R_г^2\ln\rho) + \frac{1}{3\beta}\frac{R_г^2}{\rho^2} + C_8. \tag{48}$$

Подставив выражение (48) в соотношение (43), найдем радиальное напряжение

$$\sigma_\rho = \beta + (C_9 z - 2C_{10})z + C_9(0{,}5\rho^2 - R_г^2\ln\rho) + \frac{1}{3\beta}\frac{R_г^2}{\rho^2} + C_8. \tag{49}$$

Для определения произвольной постоянной C_8 воспользуемся средним значением $\sigma_{\rho 2}$ из выражения (37) на границе между областями **3** и **4**, приравнивая его значению σ_ρ при $\rho = 1$ и $z = 0$. В результате получим:

$$C_8 = -\frac{C_9}{2} - \frac{R_г^2}{3\beta} - 2\beta - \beta\ln R - \frac{1+2\mu R}{2(R^2-1)}h_2 - q_{тр}. \quad (50)$$

Использовав формулы (7), (34), (47), (48) и (50) при $z = 0$, а также подставив среднее значение коэффициента Лоде $\beta = 1{,}1$, найдем удельную силу, действующую на пуансон со стороны области **4**:

$$q_2 = \frac{2}{1-R_г^2}\int_{R_г}^{1}|\sigma_z|\rho d\rho = 1{,}1\left\{2 + \ln R + \frac{1+2\mu R}{2(R^2-1)}h_2 + \frac{(0{,}5+\mu_1)[1-4R_г^2 + R_г^4(3-4\ln R_г)]}{4(1-R_г^2)^2 h_2} + \frac{\mu R}{1+\mu R}\right\}. \quad (51)$$

Высота пластических областей **3** и **4** вычисляется из условия минимума выражения (51):

$$h_2 = \sqrt{\frac{(R^2-1)(0{,}5+\mu_1)[1-4R_г^2 + R_г^4(3-4\ln R_г)]}{2(1-R_г^2)^2(1+2\mu R)}}. \quad (52)$$

Если $h_2 > H$, то в областях **3** и **4** имеет место стесненное выдавливание, и следует принимать $h_2 = H$.

Относительная удельная сила комбинированного выдавливания стакана с внутренним стержнем определяется выражением

$$q = \frac{q_1(1-R_г^2) + q_2(R_г^2 - r_1^2)}{1-r_1^2}. \quad (53)$$

Величина $R_г$ определяется из условия минимума выражения (53). Получающееся уравнение не может быть решено в квадратурах, в связи с чем необходимо проводить минимизацию численным методом. Ниже приведена программа на языке «Бэйсик» для определения величины $R_г$ и других параметров выдавливания стаканов с внутренним стержнем.

Расшифровка входящих в программу обозначений

R	r1	R0	H	M	M1	M2	Rг	h1	q1	h2	q2	q
R	r_1	r_0	H	μ	μ_1	μ_2'	$R_г$	h_1	q_1	h_2	q_2	q

```
1 DIM R3(102),H1(102),Q1(102),H2(102),Q2(102),Q(102)
2 INPUT "R =";R
3 INPUT "r1=";R1
4 INPUT "ro=";R0
5 INPUT "H =";H
6 INPUT "M =";M
7 INPUT "M1=";M1
8 INPUT "M2=";M2
9 Q(0)=100
10 X=R^2
11 Y=R1^2
12 Z=R0^2
13 FOR I=1 TO 101
14 R3(I)=1-0.01*(1-R1)*(I)
15 J=R3(I)
16 U=J^2
17 T1=(0.5+M1)*(1-4*U+U^2*(3-4*LOG(J)))/(2*(1-U)^2)
18 T2=(X-1)/(1+2*M*R)
```

```
19 H1(I)=SQR(T1*T2)
20 IF H1(I)>H THEN H1(I)=H
21 Q1(I)=1.1*(2+LOG(R)+0.5*H1(I)/T2+0.5*T1/H1(I)+M*R/(1+M*R))
22 T3=(0.5+M2*R0)*(U+Y-2*Z)/(Y-Z)-(0.5-M1)*R1
23 F=U-Y
24 T4=(0.5+M1)*(U^2*(LOG(J/R1)-0.75)+U*Y-0.25*Y^2)*R1/F
25 H2(I)=SQR(T4/T3)
26 IF H2(I)>H THEN H2(I)=H
27 Q2(I)=1.1*(1.5*F+U*LOG(J/R1)+T3*H2(I)+T4/H2(I))/F
28 Q(I)=(Q1(I)*(1-U)+Q2(I)*F)/(1-Y)
29 IF Q(I)>=Q(I-1) THEN 31
30 NEXT I
31 PRINT USING "Rг=#.### h1=#.### q1=#.### h2=#.### q2=#.###  q=#.###";R3(I-1),H1(I-1),Q1(I-1),H2(I-1),Q2(I-1),Q(I-1)
32 END
```

При вероятности стесненного выдавливания в п.5 программы вводится значение H, соответствующее моменту окончания выдавливания. При свободном выдавливании можно вводить условное $H = 2$.

При выполнении практических расчетов в случаях выдавливания стаканов со сплошным стержнем ($r_0 = 0$) или использования незакрепленной (свободно плавающей) оправки можно руководствоваться табл.1, полученной с помощью приведенной программы.

Таблица 1

Величина относительного радиуса границы $R_г$ при $\mu = \mu_1 = 0,1$ и $\mu_2' = 0$

r_1	R / r_0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
0,2	0,0	0,328	0,264	0,240	0,224	0,216	0,216	0,216	0,216	0,216	0,216
	0,1	0,304	0,248	0,232	0,224	0,216	0,216	0,216	0,216	0,216	0,216
0,3	0,0	0,496	0,412	0,384	0,370	0,363	0,356	0,363	0,363	0,363	0,370
	0,1	0,482	0,405	0,377	0,363	0,356	0,356	0,356	0,356	0,363	0,363
	0,2	0,447	0,377	0,356	0,349	0,342	0,342	0,342	0,342	0,342	0,342
0,4	0,0	0,628	0,550	0,520	0,502	0,502	0,496	0,502	0,508	0,514	0,520
	0,1	0,622	0,544	0,514	0,502	0,496	0,496	0,496	0,502	0,508	0,514
	0,2	0,604	0,532	0,502	0,490	0,484	0,484	0,484	0,490	0,496	0,502
	0,3	0,556	0,496	0,472	0,466	0,460	0,460	0,460	0,460	0,466	0,472
0,5	0,0	0,735	0,665	0,640	0,630	0,625	0,630	0,635	0,645	0,650	0,660
	0,1	0,730	0,665	0,635	0,625	0,625	0,625	0,635	0,640	0,650	0,660
	0,2	0,720	0,655	0,630	0,620	0,615	0,620	0,625	0,630	0,640	0,650
	0,3	0,700	0,635	0,615	0,605	0,600	0,605	0,605	0,615	0,620	0,625
	0,4	0,655	0,600	0,580	0,575	0,570	0,570	0,575	0,580	0,585	0,590
0,6	0,0	0,816	0,764	0,744	0,740	0,740	0,748	0,756	0,768	0,780	0,796
	0,1	0,816	0,760	0,744	0,736	0,740	0,748	0,756	0,768	0,780	0,792
	0,2	0,808	0,756	0,736	0,732	0,736	0,740	0,748	0,760	0,772	0,784
	0,3	0,800	0,748	0,728	0,724	0,724	0,732	0,740	0,748	0,760	0,772
	0,4	0,784	0,732	0,712	0,708	0,708	0,712	0,720	0,728	0,736	0,748
	0,5	0,744	0,696	0,680	0,676	0,676	0,680	0,684	0,688	0,696	0,700

С достаточной для практических расчетов точностью величина $R_г$ может быть также определена по следующей приближенной зависимости:

$$R_{\text{г}} = \frac{Rr_1 - r_0}{R - 1 + r_1 - r_0}.$$

Если бы определение исходных параметров выдавливания было исключительно точным, а коэффициенты трения в процессе выдавливания не менялись, то величина $R_{\text{г}}$ также была бы достаточно точной и постоянной, — тогда высоты стенки выдавливаемых стержня и стакана можно было бы рассчитать по следующим зависимостям:

$$h_{\text{с}1} = \frac{R_{\text{г}}^2 - r_0^2}{r_1^2 - r_0^2} s;$$

$$h_{\text{с}2} = \frac{R^2 - R_{\text{г}}^2}{R^2 - 1} s.$$

Однако на практике данные условия не выполняются, в связи с чем подобные расчеты не являются надежными и не могут быть положены в основу проектирования технологического процесса.

Таблица 2

Сравнение относительных удельных сил традиционного и комбинированного выдавливания в зависимости от относительного радиуса матрицы R при $\mu = \mu_1 = 0{,}1$

R	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0
$r_1 = 0$	3,866	3,530	3,429	3,401	3,404	3,423	3,451	3,484	3,520	3,557
$r_1 = 0{,}5$	3,350	3,233	3,205	3,211	3,234	3,264	3,298	3,333	3,369	3,404
δ, %	15,4	9,2	7,0	5,9	5,3	4,9	4,7	4,5	4,5	4,5

В табл. 2 представлено сопоставление расчетных значений относительной удельной силы традиционного выдавливания (значения взяты из табл. 2.3 работы [3]) и выдавливания со сплошным внутренним стержнем. Видно, что при выдавливании тонкостенных стаканов комбинированное выдавливание позволяет снизить удельную силу на 10-15%, что полностью совпадает с экспериментальной оценкой, приведенной на с.185 справочника [1]. Совпадает с этой оценкой и то, что закономерность изменения удельной силы при наличии внутреннего стержня аналогична имеющей место при традиционном выдавливании, а ее экстремум зависит от относительного радиуса матрицы R. Из таблицы также видно, что эффект снижения силы комбинированного выдавливания при увеличении R уменьшается — это связано с соответствующим увеличением зазора истечения в стенку стакана, приводящим к преимущественному течению металла в этот зазор, а не в стержень.

Для учета упрочнения наиболее точно было бы определять накопленные деформации и, соответственно, средние напряжения текучести отдельно для областей **1** и **2** (по методу работы [3] для выдавливания ступенчатых стержней) и для областей **3** и **4** (по методу той же работы для выдавливания изделий со сквозной ступенчатой полостью). В этом случае можно было бы учесть влияние упрочнения на радиус границы $R_{\text{г}}$. Однако выполнение таких расчетов достаточно трудоемко, в связи с чем рекомендуется определять единую для всего очага среднюю величину накопленной деформации по изложенному ниже методу. Проведенные авторами расчеты показывают достаточную точность такого подхода для определения силовых параметров процесса выдавливания стаканов с внутренним стержнем.

Предлагаемое определение накопленной деформации производится в следующем порядке.

1. Определяются условная начальная высота очага пластической деформации

$$h = \sqrt{\frac{(R^2 - 1)(0{,}5 + \mu_1)}{2(1 + 2\mu R)}}$$

и его расчетная (текущая) высота

$$h_e = h\,[1 + k_{\text{у}}(1 - 0{,}2e^{-s} - 0{,}8e^{-5s})],$$

где e — основание натурального логарифма, а $k_{\text{у}}$ — коэффициент упрочнения, учитывающий влияние среднего угла наклона кривой упрочнения на высоту очага пластической деформации:

$$k_{\text{у}} = 1 - \exp\left(-10\frac{\sigma_{s2}/\sigma_{s1} - 1}{e_2 - e_1}\right),$$

здесь σ_{s1} и σ_{s2} — напряжения текучести, взятые с кривой упрочнения выдавливаемого материала при значениях логарифмических деформаций e_1 = 0,2…0,4 и e_2 = 1,0...1,2. При необходимости величины e_1 и e_2 можно уменьшить, однако следует помнить, что при сильном приближении их друг к другу точность расчета уменьшается.

Примеры определения коэффициента упрочнения исследованных авторами материалов приведены в табл. 3.

Таблица 3

Коэффициенты упрочнения экспериментальных материалов

Материал	e_1	σ_{s1}, МПа	e_2	σ_{s2}, МПа	$k_{\text{у}}$
Алюминиевый сплав АВ	0,4	240	1,2	300	0,956
Алюминиевый сплав Д16	0,2	290	1,2	405	0,981
Сталь 10	0,2	470	1,2	705	0,993
Сталь 20	0,2	610	1,0	980	0,999
Сталь 12Х18Н9Т	0,1	600	0,6	1000	1,000
Сталь 12Х18Н9Т (закалка)	0,1	560	0,6	960	1,000

Расчеты показывают, что для большинства используемых при холодном выдавливании материалов значения коэффициента упрочнения находятся в пределах от 0,9 до 1. Так как при крайних значениях $k_{\text{у}}$ расчетные величины высоты очага пластической деформации отличаются друг от друга не более чем на 5%, то при отсутствии достаточно точной кривой упрочнения можно принимать $k_{\text{у}}$ = 0,95.

2. Вычисляются коэффициент обжатия заготовки $\psi = \dfrac{1}{R^2 - 1}$ и вспомогательная величина $n = \dfrac{s}{h_e}$.

3. Определяется рабочий ход, при котором поле деформаций в области, примыкающей к стенке матрицы, становится стационарным:

$$s_{\text{ст}} = \frac{h_e}{\psi}\ln(1 + \psi).$$

4. Если рабочий ход $s < s_{\text{ст}}$, то вычисляется координата z_1 границы между зонами стационарных и нестационарных деформаций:

$$z_1 = \frac{h_e}{\psi}\left(\mathrm{e}^{\psi n} - 1 - \psi\right).$$

Если $s \geq s_{\text{ст}}$, то $z_1 = 0$.

5. Вычисляется величина накопленной деформации на выходе в стенку стакана: если $s < s_{\text{ст}}$, используется формула $e_{i\text{А}} = 1{,}155\psi n$, а если $s \geq s_{\text{ст}}$, используется формула $e_{i\text{А}} = 1{,}155\ln(1+\psi)$.

6. Находится средняя величина накопленной деформации в области **3**:

$$e_{i1} = 0{,}5\left(1 - \frac{z_1}{h_e}\right)e_{i\text{А}}.$$

7. Вычисляется средняя величина накопленной деформации в областях под торцом пуансона:

$$e_{i2} = 0{,}5n(1 + \mathrm{e}^{-n}).$$

8. Находится средняя величина накопленной деформации во всем очаге пластической деформации:

$$e_i = \frac{3e_{i1}(R^2 - 1) + e_{i2}(R^2 + R + 1)}{3R^2}.$$

Если кривая упрочнения приведена не для логарифмических, а для относительных деформаций, то последние можно определить по формуле $e = 1 - \mathrm{e}^{-e_i}$.

Проведенная проверка выведенных формул подтвердила их достоверность и хорошую сходимость с экспериментальными данными, что позволяет рекомендовать использование этих формул в практических расчетах основных параметров комбинированного выдавливания цилиндрических стаканов с внутренним стержнем.

1. Холодная объемная штамповка: Справочник / Под ред. Г.А.Навроцкого. М.: Машиностроение, 1973. 496 с.
2. Осадчий В.Я., Воронцов А.Л., Безносиков И.И. Теория и расчеты технологических параметров штамповки выдавливанием: Учеб. пособие для вузов. М.: МГАПИ, 2001. 307 с.
1. Дмитриев А.М., Воронцов А.Л. Технология ковки и объемной штамповки. Часть 1. Объемная штамповка выдавливанием: Учебник для вузов. М.: Высшая школа, 2002. 400 с.