МАТЕРИАЛОВЕДЕНИЕ

УДК 539.4.011

В.Г.Малинин

ВОЛНОВЫЕ УРАВНЕНИЯ СТРУКТУРНО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ МЕЗОМЕХАНИКИ

The paper deals with the wave equations describing process of plastic current on meso-scale and macro-levels.

Как известно [1,2], особенностью движения мезополос в деформируемом твердом теле является сложный характер взаимодействия эффективных сдвиговых напряжений с подсистемой структурных несовершенств, что в заданных граничных условиях (определяемых направлением главных осей напряженного состояния в пространстве напряжений при «мягких» траекториях нагружения или соответствующими направлениями в пространстве деформаций при жестких режимах нагружения) приводит к волновому характеру распространения пластического течения.

Примем в качестве обобщенной координаты на масштабном уровне мезо-2 [3] сдвиговую компоненту тензора дисторсии φ_{31}. Для построения волнового уравнения необходимо ввести тензорный параметр $\Delta_\Omega \varphi_{31} \delta_{i3} \delta_{k1}$ (Δ_Ω — оператор Лапласа). Однако более целесообразно рассмотреть соответствующий аналог по компоненте $\left\langle B_{31}^H \right\rangle$ в виде параметра $\Delta_\Omega \left\langle B_{31}^H \right\rangle \delta_{i3} \delta_{k1}$. Такой прием является непоследовательным для процессов переноса, описываемых в рамках одного масштабного уровня. В нашем же случае многоуровневого анализа он оказывается естественным и методически оправданным, так как позволяет организовать дополнительную связность процессов эволюции деформационных структур на микро-, мезо- и макромасштабных уровнях. С учетом сказанного введем в рассмотрение тензорный параметр d_{ik} в виде

$$d_{ik} = \Delta_\Omega \left\langle B_{31} \right\rangle \delta_{i3} \delta_{k1} = d_{31} \delta_{i3} \delta_{k1}. \tag{1}$$

Волновое уравнение для сдвиговой компоненты деформации на мезоструктурном уровне мезо-2 можно представить следующим уравнением:

$$\begin{aligned} m_2 \ddot{\varphi}_{31}(\Omega) + m_1 \dot{\varphi}_{31}(\Omega) + m_0 \varphi_{31}(\Omega) = A_B d_{31}(\Omega) + \\ + \int_{\{\Omega_2'\}} f(\Omega') A(\Omega, \Omega') \frac{1}{2} \left[\alpha_{m3}(\Omega') \alpha_{n1}(\Omega') + \alpha_{m1}(\Omega') \alpha_{n3}(\Omega') \right] \overline{D}\left(\dot{\sigma}_{mn}^* \right) d\Omega' + \\ + \int_{\{\Omega_2''\}} f(\Omega'') B(\Omega, \Omega'') \frac{1}{2} \left[\alpha_{m3}(\Omega'') \alpha_{n1}(\Omega'') + \alpha_{m1}(\Omega'') \alpha_{n3}(\Omega'') \right] \overline{D}\left(\sigma_{mn}^* \right) d\Omega'', \end{aligned} \tag{2}$$

здесь Δ_Ω — оператор Лапласа для гидродинамического ориентационного пространства $\{\Omega_2\}$, m_0, m_1, m_2, A_B — константы материала. Наличие зависящих от ориентационных координат и времени составляющих правой части уравнения (1) свидетельствует о сильном затухании волн пластического течения в структурно-неоднородной среде. Специфика инициирования колебаний мезоструктуры в процессе деформации позволяет характеризовать ее, как активную возбудимую среду [1,2].

Имеющиеся экспериментальные данные [1,2] убедительно свидетельствуют об автоволновой природе сдвигов мезополос деформации на мезоструктурном уровне. Уравнение (2) является естественным обобщением уравнения (25) в [3] и учитывает волновой характер процесса деформации.

Учет описания автоволновых процессов на масштабном уровне макро-1 приводит к появлению в уравнении для расчета компонент тензора неупругой деформации $\varepsilon_{ik}^{н}\{V_{m2}\}$ производных как первого, так и второго порядка, что естественным образом описывает осциллирующий характер распространения бегущего импульса в активной упругопластической среде [2].

Выполнив ориентационное усреднение соотношений (2) мезомасштабного уровня, получим искомые волновые уравнения на макромасштабном уровне в виде

$$m_2\ddot{\varepsilon}_{ik}^{н}\{V_{m2}\}+m_1\dot{\varepsilon}_{ik}^{н}\{V_{m2}\}+m_0\varepsilon_{ik}^{н}\{V_{m2}\}=A_B D_{ik}\{V_{m2}\}+A_{ikmn}\dot{\sigma}_{mn}^{*}+B_{ikmn}\sigma_{mn}^{*}\,. \quad (3)$$

Здесь параметр $D_{ik}\{V_{m2}\}$ вычисляется с помощью формулы

$$D_{ik}\{V_{m2}\}=\frac{1}{2}\int\limits_{\{\Omega_2\}} f\{\Omega_2\}\left[\alpha_{ik}(\Omega)\alpha_{kl}(\Omega)+\alpha_{i1}(\Omega)\alpha_{k3}(\Omega)\right]d_{31}(\Omega)d\Omega_2.$$

В уравнения (3) входят тензорные параметры, характеризующие эволюцию структуры на макромасштабном уровне: A_{ikmn} — кинетические коэффициенты структурной податливости, B_{ikmn} — кинетические коэффициенты структурной неоднородности, σ_{mn}^{*} — эффективное напряжение. Обозначенные параметры являются функционалами, зависящими от истории нагружения во времени и в пространстве напряжений (или деформаций), и рассчитываются по методике, изложенной в [3] при выводе определяющих соотношений для макромасштабного уровня.

Представленная модель может быть использована при анализе напряженно-деформационного состояния для выбора оптимальных условий пластического деформирования.

1. Панин В.Е. // Физическая мезомеханика. 1998. №1. С.5-22.
2. Панин В.Е. // Физическая мезомеханика. 2000. Т. 3. №6. С. 5-36.
3. Малинин В.Г., Малинина Н.А. // Вопросы материаловедения. 2002. №1(29). С.123-143.