

# Расчетно-графическое задание № 1 для студентов гр. 3011, 3012

(весенний семестр 2024 г.)

Автор: А.В. Ласунский

Группа: 3011

- Год поступления: 2023
- Курс: 1
- Направление (специальность): 11.03.01 Радиотехника
- Профиль: Радиотехнические средства передачи, приёма и обработки сигналов
- Институт: ИЭИС
- Форма обучения: очная

| № п/п | ФИО                             |
|-------|---------------------------------|
| 1     | Абакулов Саидбек Атабекович     |
| 2     | Абдуллозода Мухаммад Абдулло    |
| 3     | Ахмадов Ёсинджон Рахматуллоевич |
| 4     | Васильев Игорь Дмитриевич       |
| 5     | Глухов Артём Григорьевич        |
| 6     | Исламов Альберт Рашидович       |
| 7     | Каландарзода Нурулло Баходур    |
| 8     | Мирзахмедов Темир-Бек Еркинович |
| 9     | Мирзоев Мухаммад Хикматович     |
| 10    | Пашурин Вячеслав Анатольевич    |
| 11    | Рузиев Хофиз Ахлиддинович       |
| 12    | Слободенюк Софья Дмитриевна     |
| 13    | Соколов Юрий Григорьевич        |
| 14    | Суляров Владислав Кириллович    |
| 15    | Щербаков Андрей Евгеньевич      |
| 16    | Юлдашев Бобур Абдукаримович     |

## Группа: 3012

- Год поступления: 2023
- Курс: 1
- Направление (специальность): 11.03.01 Радиотехника
- Профиль: Радиотехнические средства передачи, приёма и обработки сигналов
- Институт: ИЭИС
- Форма обучения: очная

| № п/п | ФИО                            |
|-------|--------------------------------|
| 1     | Весельев Никита Юрьевич        |
| 2     | Долинин Фёдор Сергеевич        |
| 3     | Егоров Иван Андреевич          |
| 4     | Йулдошев Умид Йулдош Угли      |
| 5     | Кудрявцев Максим Вячеславович  |
| 6     | Никольский Владимир Сергеевич  |
| 7     | Нурмамадов Тимур Вохидович     |
| 8     | Сорокин Иван Владимирович      |
| 9     | Строганов Глеб Алексеевич      |
| 10    | Строкина Татьяна Александровна |
| 11    | Толстиков Иван Павлович        |
| 12    | Усмонов Абубакр Алишерович     |
| 13    | Хайитбоев Шохрух Шерзод Угли   |

**Ваш номер варианта равен вашему номеру в списке группы, который  
приведен выше**

## Расчетно-графическое задание № 1.

**Неопределенный интеграл. Определенный интеграл от функций одной переменной. Несобственные интегралы. Функции многих переменных.**

**Задание I.** Найти неопределенные интегралы.

1. а)  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{4-\sin^2 x}}$  б)  $\int x \cos 3 x dx$  в)  $\int \sin 5 x \sin 3 x dx$  г)  $\int \frac{2x^2+3x+1}{x^2+2x} dx$

2. а)  $\int \frac{dx}{\sin^2 x (ctg^2 x + 9)}$  б)  $\int \frac{dx}{x^2+2x}$  в)  $\int \ln(x+1) dx$  г)  $\int \cos^3 4 x dx$

3. а)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-\ln^2 x}}$  б)  $\int \arccos 2 x dx$  в)  $\int \cos^2 3 x dx$  г)  $\int \frac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+1} dx$

4. а)  $\int x \sin 4 x dx$  б)  $\int \frac{dx}{1+\sin^2 x}$  в)  $\int \frac{x^2+x+4}{x^2+4} dx$  г)  $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$

5. а)  $\int \frac{\arccos^2 3 x dx}{\sqrt{1-9x^2}}$  б)  $\int \frac{2x+1}{x^2-4} dx$  в)  $\int \arctg 3 x dx$  г)  $\int \cos^4 2 x dx$

6. а)  $\int \frac{e^x}{e^{2x}+4} dx$  б)  $\int \frac{2x}{x^2+4x+5} dx$  в)  $\int \ln^2 x dx$  г)  $\int \sin 6 x \cos 4 x dx$

7. а)  $\int \frac{\cos x dx}{\sqrt{9-\sin^2 x}}$  б)  $\int \frac{2x-1}{x^2+1} dx$  в)  $\int \operatorname{arccotg} 2 x dx$  г)  $\int \cos 7 x \cos 3 x dx$

8. а)  $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$  б)  $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$  в)  $\int \frac{3x^2+2x+4}{x^2+4} dx$  г)  $\int \cos^5 x \sin^3 x dx$

9. а)  $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{1-4^x}}$  б)  $\int \sin x \cos 2 x dx$  в)  $\int \frac{x^3+x+4}{x^2+4x+4} dx$  г)  $\int (2x+1) \ln x dx$

10. а)  $\int \frac{\sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx$  б)  $\int \ln(x^2+1) dx$  в)  $\int \frac{2x+4}{x^2+4x+13} dx$

г)  $\int \cos 5 x \cos 2 x dx$

11. а)  $\int x \cos 3 x dx$  б)  $\int \sin 2 x \cos^2 x dx$  в)  $\int \frac{3x^3+1}{x^2+4x-5} dx$  г)  $\int \frac{1}{\sqrt{10x-x^2}} dx$

12. а)  $\int \frac{dx}{\cos^2 x (tg^2 x + 4)}$  б)  $\int \frac{dx}{4x^2+4x+5}$  в)  $\int (3x+5) \cos 2 x dx$  г)  $\int \cos^3 5 x dx$

13. а)  $\int \frac{dx}{x\sqrt{4-9\ln^2 x}}$  б)  $\int \arcsin 3 x dx$  в)  $\int \frac{x^2+5}{x^2+2x-8} dx$  г)  $\int \cos 6 x \cos 4 x dx$

14. а)  $\int (2x+1) \sin x dx$  б)  $\int \frac{2x+1}{x^2-x} dx$  в)  $\int \frac{4x}{\sqrt{16+10x+x^2}} dx$  г)  $\int \sin^4 4 x dx$

15. а)  $\int \frac{\arcsin^2 2 x dx}{\sqrt{1-4x^2}}$  б)  $\int \frac{dx}{\cos 2 x}$  в)  $\int \frac{x^3+2x^2+3}{x^2-x-2} dx$  г)  $\int (3x+2) \sin 2 x dx$

16. а)  $\int e^x \sqrt{e^x + 2} dx$  б)  $\int \frac{2x}{3x^2 + x - 4} dx$  в)  $\int (2x + 7) \sin 2x dx$   
 г)  $\int \sin 4x \cos 7x dx$

17. а)  $\int \sqrt{2x + 3} dx$  б)  $\int \sin 3x \cdot \cos 5x dx$  в)  $\int \frac{2x^2 + 5x + 3}{x^2 + 9} dx$   
 г)  $\int (5x + 6) \cos 3x dx$

18. а)  $\int \frac{\cos \frac{1}{x}}{x^2} dx$  б)  $\int \frac{\ln x}{x^2 \sqrt{x}} dx$  в)  $\int \frac{x^3 + x + 3}{x^2 - 1} dx$  г)  $\int \cos^3 5x dx$

19. а)  $\int \frac{2^x dx}{\sqrt{9 - 4^x}}$  б)  $\int \sin^4 x dx$  в)  $\int \frac{3x^2 + x + 5}{x^2 + 2x} dx$  г)  $\int \frac{\ln x}{x^3 \sqrt{x}} dx$

20. а)  $\int \frac{1 - \sqrt{\arccos x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx$  б)  $\int e^{2x} (3x + 2) dx$  в)  $\int \frac{x^2 + x + 2}{x^2 + 2x + 1} dx$   
 г)  $\int \sin 7x \cdot \sin 2x dx$

**Задание II. Вычислить определенные интегралы**

|           |                                                        |
|-----------|--------------------------------------------------------|
| Вариант 1 | $\int_0^8 x \sqrt{1 + x} dx$                           |
| Вариант 2 | $\int_0^1 \frac{x^2 dx}{x^2 + 4x + 5}$                 |
| Вариант 3 | $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \cos 4x dx$                    |
| Вариант 4 | $\int_0^1 x \arctg x dx$                               |
| Вариант 5 | $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2 \sin^2 x}$             |
| Вариант 6 | $\int_0^{\ln 5} \frac{e^x \sqrt{e^x - 1}}{e^x + 3} dx$ |
| Вариант 7 | $\int_0^{\pi} \sin^3 x dx$                             |
| Вариант 8 | $\int_0^{0,5} \arcsin x dx$                            |

|            |                                                        |
|------------|--------------------------------------------------------|
| Вариант 9  | $\int_1^4 \frac{1 + \sqrt{x}}{x^2} dx$                 |
| Вариант 10 | $\int_0^2 \sqrt{4 - x^2} dx$                           |
| Вариант 11 | $\int_0^{12} x\sqrt{1 + 2x} dx$                        |
| Вариант 12 | $\int_0^{\sqrt{27}-3} \frac{dx}{x^2 + 6x + 18}$        |
| Вариант 13 | $\int_0^{\pi/2} \sin 4x \cdot \cos 6x dx$              |
| Вариант 14 | $\int_0^1 x \operatorname{arccot} x dx$                |
| Вариант 15 | $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + 2 \cos^2 x}$             |
| Вариант 16 | $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x \sqrt{e^x + 3}}{e^x + 3} dx$ |
| Вариант 17 | $\int_0^{2\pi} \sin^3 \frac{x}{2} dx$                  |
| Вариант 18 | $\int_0^{0,25} \arcsin 2x dx$                          |
| Вариант 19 | $\int_1^{16} \frac{3 + \sqrt{x}}{x^3} dx$              |
| Вариант 20 | $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$                           |
| Вариант 21 | $\int_0^6 x\sqrt{1 + 4x} dx$                           |
| Вариант 22 | $\int_0^1 \frac{dx}{4x^2 + 4x + 5}$                    |

|            |                                                        |
|------------|--------------------------------------------------------|
| Вариант 23 | $\int_0^{\pi/2} \sin 3x \cdot \cos 5x dx$              |
| Вариант 24 | $\int_0^{\sqrt{3}} x \arctg x dx$                      |
| Вариант 25 | $\int_0^{\pi/4} \frac{dx}{1 + \sin^2 2x}$              |
| Вариант 26 | $\int_0^{\ln 8} \frac{e^x \sqrt{e^x + 8}}{e^x + 3} dx$ |
| Вариант 27 | $\int_0^{\pi/8} \frac{dx}{1 + 2 \sin^2 2x}$            |
| Вариант 28 | $\int_0^3 \sqrt{9 - x^2} dx$                           |
| Вариант 29 | $\int_0^{\pi/2} \sin 2x \cdot \cos 7x dx$              |
| Вариант 30 | $\int_0^{\pi} \cos^3 \frac{x}{2} dx$                   |
| Вариант 31 | $\int_0^{0,25} \arccos 2x dx$                          |

**Задание III.** Вычислить несобственные интегралы (или установить их расходимость)

|           |                                                    |           |                                                  |
|-----------|----------------------------------------------------|-----------|--------------------------------------------------|
| Вариант 1 | $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$         | Вариант 6 | $\int_{-\infty}^{-2} \frac{x^2 dx}{(x^3 + 1)^2}$ |
| Вариант 2 | $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^2 x}$                    | Вариант 7 | $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}$          |
| Вариант 3 | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2 + 4x + 8}$ | Вариант 8 | $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{x^2 - 4}$            |

|            |                                                        |            |                                                              |
|------------|--------------------------------------------------------|------------|--------------------------------------------------------------|
| Вариант 4  | $\int_0^e \frac{dx}{x \ln x}$                          | Вариант 9  | $\int_{\frac{4\pi}{3}}^{\frac{5\pi}{3}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ |
| Вариант 5  | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$ | Вариант 10 | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{4x^2-9}$                         |
| Вариант 11 | $\int_{-\infty}^0 \frac{dx}{x^2-4x+13}$                | Вариант 12 | $\int_{-\infty}^{-1} \frac{x^2 dx}{(2x^3+1)^2}$              |
| Вариант 13 | $\int_1^e \frac{dx}{x \ln^3 x}$                        | Вариант 14 | $\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$                      |
| Вариант 15 | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+6x+18}$        | Вариант 16 | $\int_5^{+\infty} \frac{dx}{x^2-9}$                          |
| Вариант 17 | $\int_0^{\pi} \frac{dx}{\cos x}$                       | Вариант 18 | $\int_0^{0,5\pi} \frac{dx}{\sin x}$                          |
| Вариант 19 | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\arctg^2 x}{1+x^2} dx$ | Вариант 20 | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{9x^2-1}$                         |
| Вариант 21 | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{4x^2+12x+13}$      | Вариант 22 | $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{4x^2-9}$                         |
| Вариант 23 | $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt[3]{x-1}}$                    | Вариант 24 | $\int_{-\infty}^{-4} \frac{dx}{x^2-9}$                       |
| Вариант 25 | $\int_0^{0,25\pi} \frac{dx}{\cos 2x}$                  | Вариант 26 | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{16x^2-25}$                       |
| Вариант 27 | $\int_2^{+\infty} \frac{dx}{4x^2-9}$                   | Вариант 28 | $\int_{0,25\pi}^{0,5\pi} \frac{dx}{\sin 2x}$                 |
| Вариант 29 | $\int_0^{+\infty} x e^{-x} dx$                         | Вариант 30 | $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+8x+17}$              |

|            |                                     |            |                                |
|------------|-------------------------------------|------------|--------------------------------|
| Вариант 31 | $\int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ | Вариант 32 | $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx$ |
|------------|-------------------------------------|------------|--------------------------------|

#### Задание IV.

Вариант 1. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arcsin x$  и прямыми  $x = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$ .

Вариант 2. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = (x + 1)^2$  и  $y^2 = x + 1$ .

Вариант 3. Найти площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $x = 2(t - \sin t)$ ,  $y = 2(1 - \cos t)$  и осью  $Ox$ .

Вариант 4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $r = a \cos 3\varphi$ , заданной в полярной системе координат.

Вариант 5. Найти длину одной арки циклоиды

$$x = 3(t - \sin t), \quad y = 3(1 - \cos t).$$

Вариант 6. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной кривыми  $y = x^3$  и  $y = \sqrt{x}$ .

Вариант 7. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos x$ ,  $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 8. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin^2 x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 9. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $0 \leq x \leq \pi$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Oy$ .

Вариант 10. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной эллипсом  $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ , вокруг оси  $Oy$ .

Вариант 11. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arccos x$  и прямыми  $x = 0$ ,  $y = 0$ .

Вариант 12. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = (x + 4)^2$  и  $y^2 = x + 4$ .

Вариант 13. Найти площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $x = 3(t - \sin t)$ ,  $y = 3(1 - \cos t)$  и осью  $Ox$ .

Вариант 14. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $r = 3 \cos 4 \varphi$ , заданной в полярной системе координат.

Вариант 15. Найти длину одной арки циклоиды

$$x = 3(t - \sin t), \quad y = 3(1 - \cos t).$$

Вариант 16. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной кривыми  $y = x^2$  и  $y = \sqrt{x}$ .

Вариант 17. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos 2x$ ,  $-\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 18. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos^2 x$ ,  $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 19. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \sin x$ ,  $y = 1$ ,  $x = 0$ ,  $(0 \leq x \leq \frac{\pi}{2})$ , вокруг оси  $Oy$ .

Вариант 20. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной эллипсом  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 21. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arcsin x$  и прямыми  $x = 1$ ,  $y = 0$ .

Вариант 22. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = (x + 3)^2$  и  $y^2 = x + 3$ .

Вариант 23. Найти площадь фигуры, ограниченной одной аркой циклоиды  $x = 5(t - \sin t)$ ,  $y = 5(1 - \cos t)$  и осью  $Ox$ .

Вариант 24. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $r = 4 \cos 6 \varphi$ , заданной в полярной системе координат.

Вариант 25. Найти длину одной арки циклоиды

$$x = 6(t - \sin t), \quad y = 6(1 - \cos t).$$

Вариант 26. Найти объем тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной кривыми  $y = x^5$  и  $y = \sqrt{x}$ .

Вариант 27. Вычислить объем тела, полученного при вращении плоской фигуры, ограниченной линиями  $y = \cos \frac{x}{2}$ ,  $-\pi \leq x \leq \pi$ ,  $y = 0$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 28. Вычислить объем тела, полученного при вращении части гиперболы  $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{4} = 1$ ,  $4 \leq x \leq 8$ , вокруг оси  $Ox$ .

Вариант 29. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arccos x$  и прямыми  $x = -1$ ,  $y = 0$ .

Вариант 30. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arcsin 2x$  и прямыми  $x = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{2}$ .

Вариант 31. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = \arctg x$  и прямыми  $x = 0$ ,  $y = \frac{\pi}{4}$ .

### Задание V.

Варианты 1 и 11. Дана функция  $z = xy + x \sin \frac{y}{x}$ . Показать, что

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = xy + z.$$

Варианты 2 и 12. Дана функция  $z = \frac{y^2}{3x} + \arcsin(xy)$ . Показать, что

$$x^2 \frac{\partial z}{\partial x} - yx \frac{\partial z}{\partial y} + y^2 = 0.$$

Варианты 3 и 13. Дана функция  $z = \ln(x^2 + y^2 + 2y + 1)$ . Показать, что

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Варианты 4 и 14. Дана функция  $z = (x^2 + y^2) \operatorname{tg} \frac{x}{y}$ . Показать, что

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = 2z.$$

Варианты 5 и 15. Дана функция  $z = \sin^2(y - ax)$ . Показать, что  $a^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ .

Варианты 6 и 16. Дана функция  $z = \arctg \frac{x}{y}$ . Показать, что  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0$ .

Вариант 7. Дана функция  $z = \frac{\sin(x-y)}{x}$ . Показать, что

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( x^2 \frac{\partial z}{\partial x} \right) - x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$

Вариант 8. Дана функция  $z = y^2 - x^2 + y \ln \frac{x}{y}$ . Показать, что

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - x^2 + y^2.$$

Вариант 9. Дана функция  $z = \cos y + (y - x) \sin y$ . Показать, что

$$(x - y) \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} - \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

Вариант 10. Дана функция  $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5}$ . Показать, что

$$\frac{1}{x} \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{y} \frac{\partial z}{\partial y} - \frac{z}{y^2} = 0.$$

**Задание VI.** Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z(x, y)$  в замкнутой области  $D$ .

|                 |                            |                                                                  |
|-----------------|----------------------------|------------------------------------------------------------------|
| Варианты 1 и 11 | $z = 12 + 2xy - x^2$       | $D: 0 \leq y \leq 4 - x^2$                                       |
| Варианты 2 и 12 | $z = x^2 + xy$             | $D: -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 3$                           |
| Варианты 3 и 13 | $z = 5 - 2x^2 - xy - y^2$  | $D: 0 \leq x \leq 2, y \geq 0, y \leq x$                         |
| Варианты 4 и 14 | $z = x^2 + 2y^2 + 1$       | $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 6$                            |
| Варианты 5 и 15 | $z = x^2 + y^2 - 4xy - 4$  | $D: 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 6.$                           |
| Варианты 6 и 16 | $z = x^2 - xy - x + y + 3$ | $D: \begin{cases} y = \frac{4}{3}x^2 - 1, \\ y = 2. \end{cases}$ |
| Вариант 7       | $z = x^2 - xy + y$         | $D: \begin{cases} y = \frac{4}{3}x^2, \\ y = 3. \end{cases}$     |

|            |                                |                                                                       |
|------------|--------------------------------|-----------------------------------------------------------------------|
| Вариант 8  | $z = 2x^3 + 2y^3 - 3xy$        | $D: \begin{cases} 0 \leq x \leq 1, \\ -1 \leq y \leq 2. \end{cases}$  |
| Вариант 9  | $z = (x + 1)^2 y(4 - x - y)$   | $D: \begin{cases} x = -1, \\ y = 0, \\ x + y = 5. \end{cases}$        |
| Вариант 10 | $z = x^2 - xy + y^2 - 7x + 2y$ | $D: \begin{cases} x = 1, \\ y = -1, \\ 2x + 2y - 11 = 0. \end{cases}$ |