

### Индивидуальное домашнее задание № 4 по теме «Графы».

1. Определить все возможные степени 4-6 вершин в графе с шестью вершинами и  $(11 - (\min(k, l)))$  - ребрами, если степени предыдущих:  $(k+1), (l+1), n$  (если такого графа не существует, то необходимо изменить один параметр из заданных). Построить, с точностью до изоморфизма, соответствующие графы.
2. Приведите пример графа с  $(k+1)$ - компонентой связности и  $l+m$  ребрами.
3. Для одного из графов из первого задания построить остовные деревья, соответствующие обходам по глубине и ширине. Определить, содержит ли данный граф мосты и точки сочленения. Найти его вершинную и реберную связность. Является ли данный граф планарным, если да/нет, то сколько ребер необходимо добавить/убрать, чтобы он стал не планарным/планарным. Найти наименьшие вершинное покрытие и реберное покрытие, наибольшие независимые множества вершин и ребер. Определить, будет ли данный граф эйлеровым и гамильтоновым циклом.
4.  $A$  – матрица смежности псевдографа  $G$ .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & m & 1 & 1 & 0 & m \\ m & 0 & k & l & k & l \\ 1 & k & 2 & 0 & k & 1 \\ 1 & l & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & k & k & 1 & 0 & y \\ m & l & 1 & x & y & 0 \end{pmatrix}$$

5. При каких наименьших значениях  $x, y$  псевдограф  $G$  будет эйлеровым циклом, эйлеровой цепью? Выделите их.
6. Приведите пример орграфа с  $(n+1)$ - компонентами сильной связности и  $m$  дугами в первой компоненте,  $l$  – во второй.
7.  $A$  – матрица смежности орграфа шестого порядка.

$$a_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i, j) \in \{(1, k), (m, n), (2, l), (3, m), (m, k), (5, k), (k, 1), \\ & (6, m+1), (n+2, 5), (2, 6), (6, 1)\} \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Определите вид его связности, найдите матрицы связности и сильной связности, изобразите компоненты сильной связности. Постройте орграф (конденсацию исходного орграфа), соответствующий компонентам сильной связности.