ПРЕДИСЛОВИЕ

Колебательные процессы часто встречаются в природе и широко используются в технике, поэтому важно изучить закономерности, которым они подчиняются, проводя экспериментальные исследования.

В данный сборник включены описания лабораторных работ по колебаниям и волнам, выполняемых студентами НовГУ по общему курсу физики.

Для наиболее осознанного усвоения физических закономерностей приводятся теоретические сведения и вопросы для самоподготовки.

Все формулы, используемые в данном сборнике, выводятся и записываются в Международной системе единиц (СИ).

Сборник может быть рекомендован студентам НовГУ всех специальностей дневной и заочной формы обучения, изучающим общий курс физики.

1 Лабораторная работа. ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ

Цель работы: определение коэффициента жесткости пружины, частоты и периода собственных колебаний груза известной массы, зависимости периода колебаний от массы и коэффициента жесткости пружины, коэффициента жесткости при последовательном и параллельном соединении пружин.

1.1 Основные понятия и закономерности

Колебаниями называют процессы, отличающиеся той или иной степенью повторяемости.

Различают *свободные* колебания, *вынужденные* колебания, *автоколебания* и *параметрические* колебания.

Свободными колебаниями называются колебания, которые происходят в системе, предоставленной самой себе после того, как она была выведена из положения равновесия. Например, колебания грузика на пружине, колебания шарика, подвешенного на нити (маятник), колебания напряжения и тока в колебательном контуре.

Вынужденными называются колебания, происходящие в системе, которая подвергается воздействию внешней периодической силы. Например, при прохождении света через вещество на электроны действует со стороны электрического поля световой волны периодическая сила, в результате чего они совершают вынужденные колебания.

Автоколебания отличаются от вынужденных колебаний тем, что действие внешней силы осуществляется в определенные моменты времени, которые задаются самой колеблющейся системой. Например, в часах маятник получает толчки в момент прохождения его через среднее положение.

1.1.1 Собственные колебания

В качестве примера колебательной системы рассмотрим грузик, подвешенный на абсолютно упругой пружине (рисунок 1). Очевидно, что в состоянии равновесия сила тяжести $\vec{F}_m$ компенсируется статической упругой силой $\vec{F}_{cm}$, т. е. $\vec{F}_m + \vec{F}_{cm} = 0$.

Если вывести грузик из положения равновесия, например, оттянуть вниз и удерживать его в этом положении, то внешняя сила будет уравновешиваться избыточной упругой силой $\vec{F} = -k \cdot \vec{x}$, где $\vec{x}$ – смещение грузика от положения равновесия; k – коэффициент жесткости пружины.

После прекращения действия внешней силы избыточная упругая сила вызывает движение грузика к положению равновесия, уменьшаясь при этом до нуля. Если в начальный момент движения вверх скорость грузика была равна нулю, то в момент прохождения им положения равновесия она достигнет максимального значения, и грузик по инерции будет продолжать движение вверх.

При этом начнет возрастать избыточная упругая сила, обусловленная деформацией сжатия, а скорость движения грузика начинает уменьшаться. При достижении грузиком максимального отклонения от положения равновесия его скорость станет равной нулю, а избыточная упругая сила достигнет своего максимального значения, модуль которого равен модулю внешней силы, вызвавшей смещение грузика из положения равновесия. В дальнейшем характер движения повторится. Таким образом, в результате действия силы, пропорциональной смещению тела от положения равновесия, в системе возникнут собственные колебания (осцилляции).

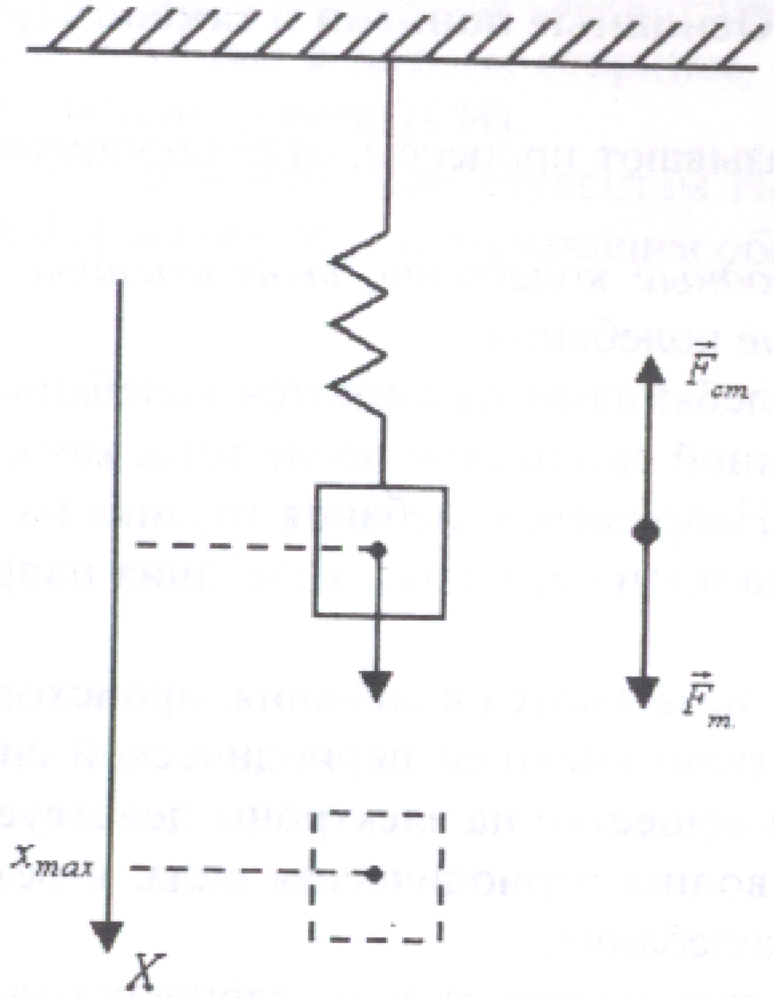

Рисунок 1

Определим уравнение, описывающее эти колебания. Ось x направим вдоль направления смещения грузика. Согласно второму закону Ньютона результирующая сила $\vec{F}$, действующая на грузик, сообщает ему ускорение

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}. \tag{1}$$

Так как проекция ускорения $\vec{a}_x$ и силы $\vec{F}_x$ на ось x равны соответственно

$$a_x = \frac{d^2x}{dt^2},\ F_x = -k \cdot x,$$

то уравнение (1) в проекциях будет иметь вид

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{k}{m}x. \tag{2}$$

Таким образом, уравнение движения колебательной системы $x = x(t)$ представляет собой функцию, вторая производная по времени от которой пропорциональна самой функции, взятой с противоположным знаком. Таким условиям удовлетворяют тригонометрические функции синус и косинус, аргументы которых $\varphi(t)$ линейно изменяются со временем.

Пусть, например, смещение $x(t)$ описывается уравнением

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{3}$$

тогда, вычисляя производные, получим

$$\frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \cdot \sin(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{4}$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi_0), \tag{5}$$

т. е.

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega_0^2 x. \tag{6}$$

Сравнивая (6) и (2), получим, что

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}. \tag{7}$$

Величину A называют *амплитудой колебаний*. Так как функции синус и косинус изменяются в пределах от – 1 до + 1, то x (t) изменяется в пределах от – A до + A.

Величина

$$\varphi_t = \omega_0 t + \varphi_0 \tag{8}$$

называется фазой колебания.

φ_0 – начальная фаза колебаний. При заданной амплитуде фаза характеризует состояние колебательной системы в момент времени t, а начальная фаза – в момент времени t=0.

Промежуток времени T, в течение которого совершается одно полное колебание, называется *периодом колебаний*. Величина, обратная периоду, определяющая число колебаний за единицу времени, называется *частотой колебаний*:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

Если T– период колебаний, то в моменты времени t и $t + T$ состояния системы совпадают, т. е.

$$A\cos(\omega_0 t + \varphi_0) = A\cos[\omega_0(t + T) + \varphi_0]. \tag{9}$$

Так как период косинуса равен 2π, т. е. $\cos\alpha = \cos(2\pi + \alpha)$, то $\omega_0 T = 2\pi$,

или

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu. \tag{10}$$

Из (8) следует, что ω_0 характеризует быстроту изменения фазы и называется круговой, или циклической, частотой колебаний. Так как $\omega_0 = \sqrt{k/m}$, то период колебаний грузика на пружине определяется согласно (10) выражением

$$T = 2\pi\sqrt{m/k}. \qquad (11)$$

При колебаниях, когда возвращающая сила пропорциональна величине смещения, период и частота колебаний зависят только от свойств колеблющейся системы (например, массы тела и жесткости пружины) и не зависят от амплитуды (размаха) колебаний.

Амплитуда колебаний определяется не свойствами самой системы, а начальными условиями ее движения, т. е. начальным "толчком", выводящим систему из положения равновесия.

Потенциальная энергия колеблющегося тела равна

$$W_p = \frac{kx^2}{2} = \frac{kA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}. \qquad (12)$$

Кинетическая энергия

$$W_к = \frac{m\vartheta^2}{2}. \qquad (13)$$

Так как скорость $\upsilon = \upsilon_x = \dfrac{dx}{dt}$, то согласно (4) и (7) выражение (13) можно записать в виде

$$W_к = \frac{kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2}. \qquad (14)$$

В положениях наибольшего смещения тела от положения равновесия его потенциальная энергия максимальна, а при прохождении им положения равновесия максимальна кинетическая энергия. В промежуточном положении полная энергия равна

$$W = W_к + W_p = \frac{kA^2\cos^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} + \frac{kA^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi_0)}{2} = \frac{kA^2}{2}. \qquad (15)$$

Таким образом, полная энергия собственных колебаний постоянна и пропорциональна квадрату амплитуды колебаний.

На рисунке 2 представлены графики зависимости от времени смещения, скорости, ускорения, потенциальной и кинетической энергий колеблющегося тела, соответствующие начальной фазе колебаний $\varphi_0 = 0$.

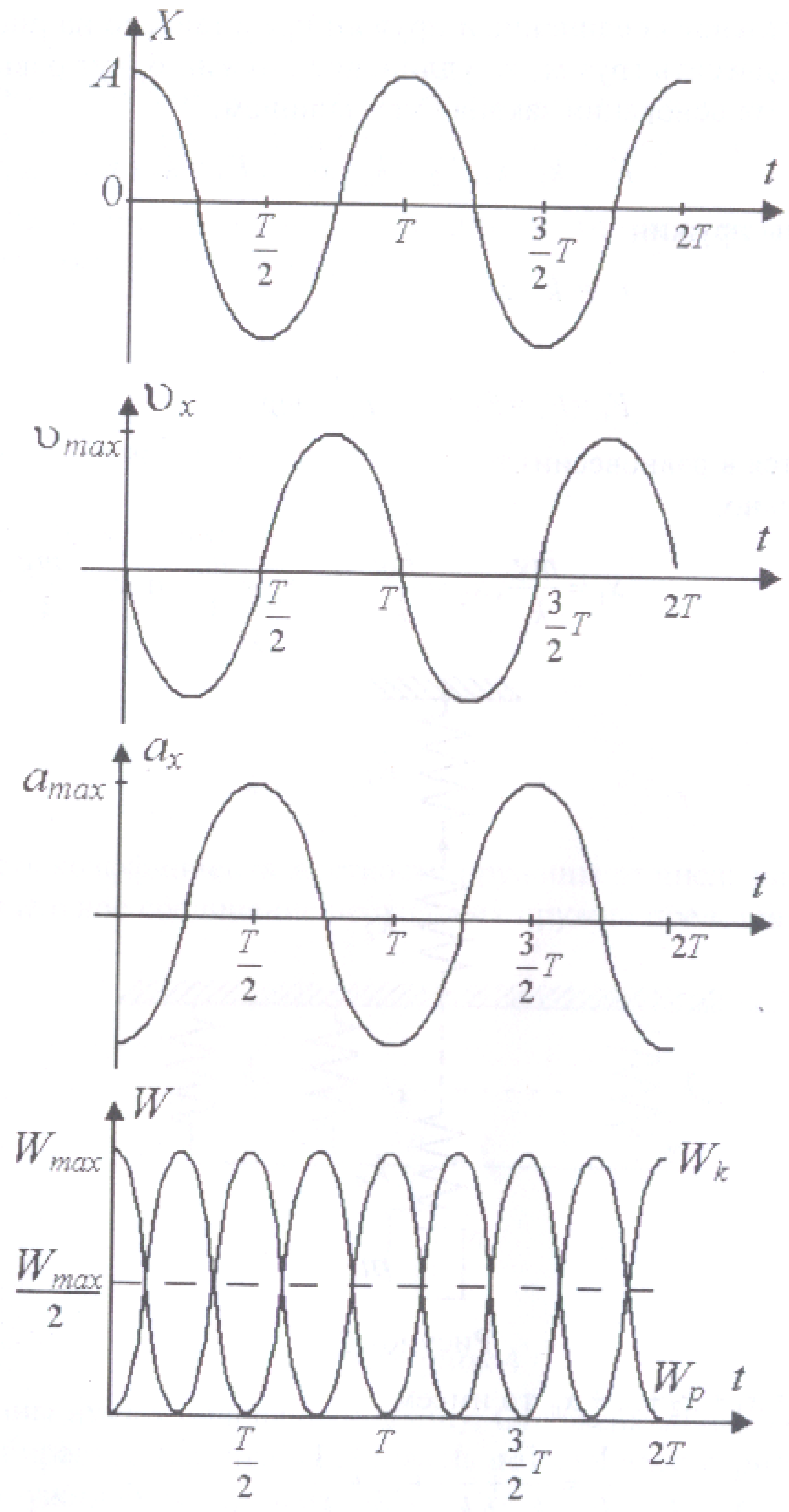

Рисунок 2

1.1.2 Последовательное и параллельное соединение пружин

Последовательное соединение n пружин представлено на рисунке 3. Если к этой системе подвесить груз m, то удлинения пружин будут равны соответственно $x_1, x_2,..., x_n$. На основании закона Гука запишем:

$$F_1 = k_1 \cdot x_1,\ F_2 = k_2 \cdot x_2,\ ...\ F_n = k_n \cdot x_n.$$

Для системы пружин

$$F_c = k_c \cdot x_c\ .$$

Но

$$F_c = F_1 = F_2 = ... = F_n = mg$$

(система находится в равновесии).

Следовательно:

$$x_1 = \frac{mg}{k_1},\ x_2 = \frac{mg}{k_2},\ ...\ x_n = \frac{mg}{k_n} \text{ и } x_c = \frac{mg}{k_c}\ .$$

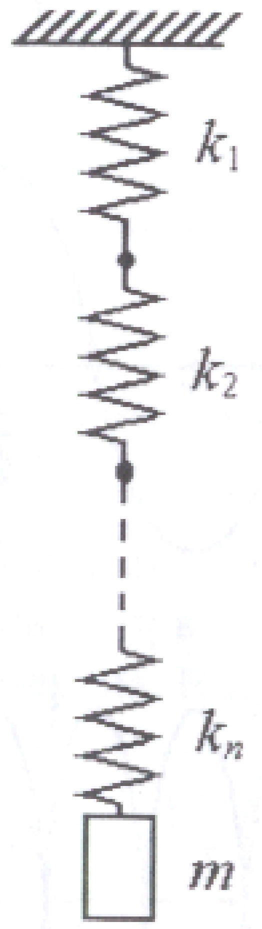

Рисунок 3

Так как $x_c = x_1 + x_2 + ... + x_n$, то имеем

$$\frac{1}{k} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + ... + \frac{1}{k_n}\ . \qquad (16)$$

Если имеем n пружин с одинаковыми коэффициентами жесткости k_1, то

$$\frac{1}{k_c} = \frac{n}{k_1},$$

или

$$k_c = \frac{k_1}{n}\ . \qquad (17)$$

Длинную пружину с коэффициентом жесткости k_0 можно рассматривать как систему n последовательно соединенных одинаковых пружин с коэффициентом жесткости k.

Если число витков длинной пружины N_0, то число витков одной пружины с коэффициентом жесткости k равно

$$N = \frac{N_0}{n}\ .$$

Таким образом,имеем: $\dfrac{1}{k_0} = \dfrac{n}{k}$, а $n = \dfrac{N_0}{N}$.

Из этих двух уравнений получаем:

$$\frac{k}{k_0} = \frac{N_0}{N},$$

или

$$k = \frac{N_0 \cdot k_0}{N} \qquad (18)$$

– зависимость коэффициента жесткости пружины от числа витков.

Параллельное соединение нескольких пружин представлено на рисунке 4.

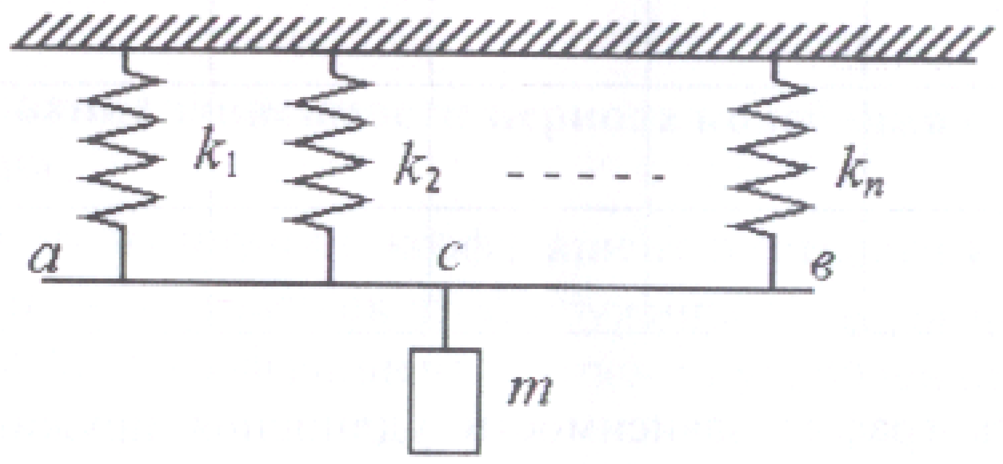

Рисунок 4

Пружины имеют одинаковую длину. Стержень ***ав*** невесом. Точка подвеса груза m подбирается так, чтобы стержень ***ав*** оставался горизонтальным. Тогда удлинения пружин будут одинаковы, т. е. $x_1 = x_2 = ... = x_n = x_c = x$.

Сила тяжести груза m уравновешивается силами упругости пружин, т. е.

$$mg = F_1 + F_2 + ... + F_n,$$

так как

$$F_1 = k_1 \cdot x_1,\ F_2 = k_2 \cdot x_2,\ ...\ F_n = k_n \cdot x_n,$$

то

$$mg = k_1 x + k_2 x + \ldots + k_n x.$$

Для системы пружин $mg = k_c \cdot x$.

Приравняв правые части последних двух уравнений, получим

$$k_c = k_1 + k_2 + \ldots + k_n. \qquad (19)$$

1.2 Порядок выполнения работы

1.2.1 Определение коэффициента жесткости пружины статическим методом

1 Подвешивая к пружине грузы различной массы, измеряйте статическое удлинение пружины – x. Данные опыта занести в таблицу 1.

Таблица 1

Измеренная величина	Номер измерения					Результат измерения и погрешность	
	1	2	3	4	5	$k \pm \Delta k$ Н/м	ε, %
m, г							
$F = mg$, Н							
x, мм 1 пружина							
x, мм 2 пружина							

2 Построить график зависимости удлинения пружины от силы, т. е. $x = f(F)$.

3 По угловому коэффициенту полученной прямой определить коэффициент жесткости. Оценить погрешность измерений.

Опыт проделать для двух пружин.

1.2.2 Исследование зависимости периода колебаний от массы груза и определение коэффициента жесткости пружины динамическим способом

1 Подвесить к пружине груз и привести его в колебательное движение. Измерить время n = 10–30 полных колебаний и вычислить период колебаний $T = \dfrac{\langle t \rangle}{n}$.

2 Повторить опыт с другими грузами. Данные опыта занести в таблицу 2.

Таблица 2

Измеренная величина		Номер измерения					Результат измерения и погрешность	
		1	2	3	4	5	$k \pm \Delta k$, Н/м	ε, %
I пружина	m, г							
	t_c 1							
	2							
	3							
	$\langle t \rangle$, с							
	T, с							
	T^2, с							
II пружина	m, г							
	t_c 1							
	2							
	3							
	$\langle t \rangle$, с							
	T, с							
	T^2, с							

3 Построить график зависимости $T^2 = f(m)$. По угловому коэффициенту полученной прямой и уравнению (11) определить коэффициент жесткости пружины. Опыт проделать с двумя пружинами. Оценить погрешность измерения $\boldsymbol{k}$.

1.2.3 Исследование зависимости периода колебания от коэффициента жесткости пружины

1 Выбрать одну из пружин, коэффициент жесткости которой уже определен – $\boldsymbol{k_0}$. Сосчитать число витков этой пружины N_0. Если число витков пружины уменьшить до N, то коэффициент жесткости укороченной пружины будет равен

$$k = \frac{N_0}{N} \cdot k_0,$$

т. е.

$$k \sim \frac{1}{N}.$$

Таким образом, меняя число витков пружины, можно изменять ее коэффициент жесткости.

2 В этом опыте масса груза остается величиной постоянной. Подобрать такую массу груза, чтобы при минимальном числе витков пружины $N = \frac{1}{5}N_0 - \frac{1}{4}N_0$ период можно было измерить.

3 Изменяя число витков пружины так, чтобы получилось не меньше 5 опытов, определить время n = 10–30 полных колебаний; по формуле $T = \frac{\langle t \rangle}{n}$ определите период колебания. Данные опыта занести в таблицу 3.

Таблица 3

Измеренная величина	Номер измерения				
	1	2	3	4	5
Масса груза m, г					
N Число витков					
$k = \frac{N_0}{N} \cdot k_0$ Н/м					
t, с 1					
2					
3					
< t >, с					
T, с					
T^2					

По данным опыта построить график зависимости $T^2 = f(k)$.

1.2.4. Определение коэффициента жесткости системы пружин при последовательном соединении

1 Статическим методом не менее трех раз определить коэффициент жесткости системы пружин k_c (рисунок 5). Данные опыта занести в таблицу 4. Полученное экспериментально значение k_c сравнить с теоретическим значением, которое получится из формулы (16) для двух пружин.

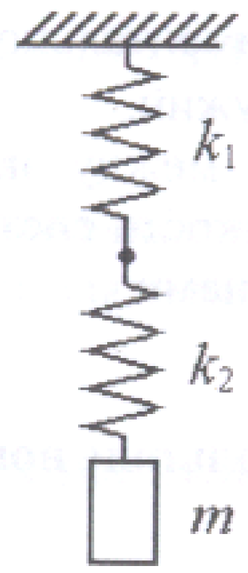

Рисунок 5

Таблица 4

Номер изм.	m, г	$F = mg$, Н	x, см	k_c, Н/м	$\langle k_c \rangle$, Н/м	Δk_c	$\langle \Delta k_c \rangle$	ε,%
1								
2								
3								

Оценить в процентах разницу между теоретическим и экспериментальными значениями коэффициента жесткости системы пружин.

Проделать опыт с тремя пружинами.

1.2.5 Определение коэффициента жесткости системы пружин при параллельном соединении

1 Возьмите две пружины одинаковой длины и подвесьте их, как показано на рисунке 6, **ав** – невесомый стержень. Точка С на стержне должна быть подобрана так, чтобы при подвешивании груза m стержень **ав** оставался горизонтальным. Для этого должно выполняться условие (условие равновесия системы):

$$k_1 \cdot AC = k_2 \cdot CB. \tag{20}$$

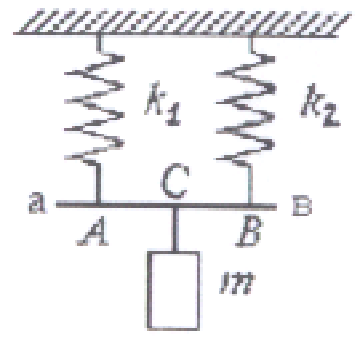

Рисунок 6

Коэффициент жесткости системы определить аналогично пункту 4 (для последовательного соединения).

Сравнить полученное экспериментально значение k_c с теоретическим значением – формула 19 для двух пружин.

Оценить в процентах разницу между экспериментальным и теоретическим значениями коэффициента жесткости системы пружин.

Проделать опыт с тремя пружинами.

1.3 Контрольные вопросы

1 Гармонические колебания. Получите уравнение гармонических колебаний.

2 Закон Гука. Физический смысл коэффициента жесткости пружины.

3 Выведите формулу частоты и периода свободных колебаний пружинного маятника.

4 Смещение, скорость и ускорение при гармоническом колебании. Их графики.

5 Энергия гармонического колебания.

6 Выведите зависимость коэффициента жесткости пружины от числа витков (формула 18).

7 Выведите формулу для определения коэффициента жесткости при последовательном соединении пружин (формула 16).

8 Выведите формулу для определения коэффициента жесткости при параллельном соединении пружин (формула 19).

9 Докажите условие 20.

1.4 Техника безопасности

1 В процессе выполнения работы следить за тем, чтобы пружины и грузы были прочно закреплены на подставке.

2 Лабораторная работа. УНИВЕРСАЛЬНЫЙ МАЯТНИК

Цель работы: определение ускорения свободного падения при помощи математического и физического маятников.

2.1 Основные понятия и закономерности

2.1.1 Основные закономерности

Физическим маятником называется реальное твердое тело, закрепленное на горизонтальной неподвижной оси вращения, не проходящей через центр масс, и способное совершать колебания под действием силы тяжести. На рисунке 7 точка С – центр тяжести тела, ось вращения проходит через точку О. Если маятник отклонить от положения равновесия на некоторый угол φ и отпустить, то он будет колебаться около положения равновесия.

Для описания движения маятника используем основное уравнение динамики вращательного движения:

$$\vec{M} = I \cdot \vec{\varepsilon}\,, \tag{21}$$

где I – момент инерции тела относительно оси вращения, проходящей через точку О;

$\varepsilon = \dfrac{d^2\varphi}{dt^2}$ – угловое ускорение;

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$ – вращающий момент;

$M = -amg \cdot \sin\varphi$;

$|\vec{r}| = a$ – расстояние от оси вращения до центра тяжести тела. Знак “–” обусловлен тем, что момент силы тяжести направлен так, что он стремится возвратить тело в положение равновесия.