

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС

Эминов
_____ 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины
Дискретная математика

по направлению подготовки
09.03.01 Информатика и вычислительная техника
Направленность (профиль)
Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем

СОГЛАСОВАНО
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС

 П.В. Лысухо
«25» мая 2020 г.

Заведующий выпускающей
кафедрой ИТС

 П.В. Петров
«25» мая 2020 г.

Разработал
Профессор КПМИ

 В.А. Едемский
«15» мая 2020 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 11 от «22» мая 2020 г.
Заведующий кафедрой ПМИ

 А.С. Татаренко
«22» мая 2020 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цель освоения учебной дисциплины: формирование компетентности студентов в области фундаментальных знаний математических наук, и использования их в профессиональной деятельности; использования существующих математических методов и систем программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.

Задачи:

- a) формирование системы знаний по основным разделам дискретной математики;
- b) анализ прикладных задач, для решения которых применяются методы дискретной математики;
- c) формирование умений использования комбинаторных методов и их приложений;
- d) развитие навыков владения прикладными аспектами теории алгебраических структур и графов.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина входит в обязательную часть учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 09.03.01 Информатика и вычислительная техника, направленность (профиль) Программное обеспечение вычислительной техники и автоматизированных систем. В качестве входных требований выступают сформированные ранее компетенции обучающихся, приобретенные ими в рамках следующих дисциплин (модулей, практик): Математика, Информатика. Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин (модулей, практик): Защита информации, Моделирование систем, Базы данных.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

Общепрофессиональные компетенции:

ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Таблица 1 - Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
	Знать основы высшей математики	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных знаний	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности			

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам
		4 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	3	3
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	54	54
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) (при наличии)	-	-
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	54	54
5. Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	Дифференцированный зачет	Дифференцированный зачет

Таблица 3 – Трудоемкость учебной дисциплины для заочной формы обучения

Части учебной дисциплины	Всего	Распределение по семестрам	
		2 семестр	3 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	3	-	3
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	12	2	10
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) (при наличии)	-	-	-
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	96	-	96
5. Промежуточная аттестация (зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)	Дифференцированный зачет	-	Дифференцированный зачет

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел № 1 Отношения

1.1. Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений. Представление отношений в ЭВМ.

1.2. Отношения эквивалентности. Отношения порядка. Транзитивное и рефлексивное транзитивное замыкания. Алгоритм Уоршалла.

Раздел № 2 Комбинаторика

2.1. Перебор подмножеств данного множества. Перебор элементов прямого произведения множеств.

2.2. Перестановки. Перебор перестановок. Размещения и сочетания. Перебор сочетаний.

2.3. Биномиальная и полиномиальная формулы.

Раздел № 3 Алгебраические структуры

3.1. Основные алгебраические структуры.

3.2. Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля. Характеристика конечного поля.

3.3. Построение конечных полей. Арифметика конечного поля.

Раздел № 4 Графы

4.1. Графы. Подграфы и дополнения. Маршруты, цепи, пути и циклы. Матрицы графов.

4.2. Связность и компоненты графа. Операции над графами. Изоморфизм.

4.3. Деревья.

4.4. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Планарные графы. Формула Эйлера. Теорема Куратовского. Покрытия и раскраски.

4.5. Ориентированные графы.

4.6. Алгоритмы для работы с графами. Представление графов в ЭВМ. Транзитивное замыкание. Поиск в глубину и в ширину. Оптимизационные алгоритмы. Кратчайшие пути.

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 4 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№	Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)			В т.ч. СРС	Внеауд. СРС (в АЧ)	Формы текущего контроля
		Аудиторная					
		ЛЕК	ПЗ	ЛР			
1.	Отношения	6	6		2	12	КР №1, ИДЗ №1
2.	Комбинаторика	6	6		2	12	КР №2, ИДЗ №2
3.	Алгебраические структуры	6	6		2	12	КР №3, ИДЗ №3
4.	Графы	9	9		3	18	КР №4, ИДЗ №4
	<i>Промежуточная аттестация</i>						<i>Дифференцированный зачет</i>
	ИТОГО	27	27		9	54	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
1.	Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений. Представление отношений в ЭВМ (вводная лекция).	2

2.	Отношения эквивалентности. Отношения порядка. Транзитивное и рефлексивное транзитивное замыкания. Алгоритм Уоршалла (информационная лекция).	2
3.	Перебор подмножеств данного множества. Перебор элементов прямого произведения множеств (вводная лекция).	2
4.	Перестановки. Перебор перестановок. Размещения и сочетания. Перебор сочетаний (информационная лекция).	3
5.	Биномиальная и полиномиальная формулы (информационная лекция).	3
6.	Основные алгебраические структуры (вводная лекция).	2
7.	Аддитивный и мультипликативный порядки. Конечные поля. Характеристика конечного поля (информационная лекция).	2
8.	Построение конечных полей. Арифметика конечного поля (обзорная лекция).	2
9.	Графы. Подграфы и дополнения. Маршруты, цепи, пути и циклы. Матрицы графов. Связность и компоненты графа. Операции над графами. Изоморфизм (вводная лекция).	2
10.	Алгоритмы для работы с графами. Представление графов в ЭВМ. Транзитивное замыкание. Поиск в глубину и в ширину. Оптимизационные алгоритмы. Кратчайшие пути (обзорная лекция).	2
11.	Деревья. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Планарные графы. Формула Эйлера. Теорема Куратовского. Покрытия и раскраски (информационная лекция).	2
12.	Ориентированные графы (информационная лекция).	3
	ИТОГО	27

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоём- ность в АЧ
1.	Бинарные отношения. Композиция отношений. Свойства отношений (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме).	2
2.	Отношения эквивалентности. Отношения порядка (решение задач по теме. Самообразовательная деятельность).	2
3.	Транзитивное и рефлексивное транзитивное замыкания. Алгоритм Уоршалла (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме).	2
4.	Перестановки. Перебор перестановок. Размещения и сочетания (решение задач по теме. Самообразовательная деятельность).	3
5.	Биномиальная и полиномиальная формулы (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме).	3
6.	Основные алгебраические структуры (решение задач по теме. Самообразовательная деятельность).	2
7.	Построение конечных полей (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме)..	2
8.	Мультипликативная группа конечного поля (решение задач по теме. Самообразовательная деятельность).	2
9.	Маршруты, цепи, пути и циклы. Матрицы графов (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме).	2
10.	Связность и компоненты графа. Операции над графами. Изоморфизм. Алгоритмы для работы с графами. Представление графов в ЭВМ (решение задач по теме. (решение задач по теме. Самообразовательная деятельность).	2

11.	Свойства деревьев. Ориентированные графы (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме).	2
12.	Эйлеровы и гамильтоновы графы. Планарные графы. Формула Эйлера. Теорема Куратовского. Покрытия и раскраски (решение задач. Работа в группах. Формирование умений и навыков решения задач по теме).	3
	ИТОГО	27

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

Таблица 6 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению	Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения
1.	Наличие учебной аудитории	Учебная мебель, доска
2.	Мультимедийное оборудование	1 компьютер, проектор, экран, выход в интернет
3.	Программное обеспечение	Microsoft Windows XP Professional. Лицензия «Open License» № 45257130; Microsoft Office 2007. Лицензия «Open License» № 47742190.

Приложение А
(обязательное)
Фонд оценочных средств
учебной дисциплины Дискретная математика

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1.	Индивидуальное домашнее задание № 1	Отношения	10	ОПК-1
2.	Контрольная работа №1	Отношения	20	ОПК-1
3.	Индивидуальное домашнее задание № 2	Комбинаторика	10	ОПК-1
4.	Контрольная работа № 2	Комбинаторика	20	ОПК-1
5.	Индивидуальное домашнее задание № 3	Алгебраические структуры	10	ОПК-1
6.	Контрольная работа № 3	Алгебраические структуры	20	ОПК-1
7.	Индивидуальное домашнее задание № 4	Графы	30	ОПК-1
8.	Контрольная работа № 4	Графы	30	ОПК-1
<i>Промежуточная аттестация</i>				
	Дифференцированный зачет			ОПК-1
	ИТОГО		150	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

- 1) Индивидуальные домашние задания

Таблица А.2 – Индивидуальные домашние задания

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
Количество правильных ответов	25	4-5
Использование терминологии		
Обоснованность решений		

Демонстрационные варианты индивидуальных домашних заданий

ИДЗ №1 по теме «Отношения»

Для отношения $R = \{(x, y) \mid 2x > y\}$, $R \subset M \times M$, $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ построить матрицу отношения, найти область определения $\text{Dom}(R)$, область значений $\text{Im}(R)$, дополнение R , обратное отношение. Определить, выполняются ли для данного отношения свойства рефлексивности, симметричности, антисимметричности, транзитивности, полноты.

ИДЗ №2 по теме «Комбинаторика»

1. Из города А в город В ведут 3 дороги, а из города В в город С ведут 5 дорог. Сколькими способами можно попасть из города А в город С через город В?
2. Группа студентов изучает 8 дисциплин. Сколькими способами можно составить расписание занятий в среду, если в этот день должно быть 3 различных занятия; не более 3 различных занятий?
3. На собрании присутствует 25 человек. Им нужно избрать председателя собрания, заместителя председателя и секретаря. Сколькими способами можно это сделать?
4. Сколько различных семизначных чисел можно записать, используя цифры 3, 5, 7?
5. У бабушки 2 яблока, 2 банана и 3 апельсина. Каждый день в течение недели она выдает внуку по одному фрукту. Сколькими способами она может это сделать?

ИДЗ №3 по теме «Алгебраические структуры»

- 1) Пусть $a=3$, $b=4$, $c=5$ в поле $GF(13)$.
 1. Найти $a+b$, $2a+3b$, $a-4c$, ab , a^2 , ab^3 , c^5 , b^6 , a^{-1} , $a:b$, $(a+c):(d+c)$, c^{2010} .
 2. Решить уравнение: $a^{2x} = c$.
 3. Определить порядки элементов a, b, c .
- 2)
 1. Найти все значения e при которых многочлен $p(x) = x^2 + 2x + e$ – неприводим в поле $GF(5)$.
 2. Построить поле $GF(5^2)$ для одного из найденных неприводимых многочленов. Пусть $a = \overline{2x+1}$, $b = \overline{3x+2}$, $c = \overline{4x+3}$. Выполнить следующие действия: $a+b$, $c-a$, $2a+3b$, $3a-2b$, ab , ac , c^5 , b^6 , $a:b$, $c:b$.
 3. Определить порядки элементов a, b, c .
 4. Найти несколько образующих мультипликативной группы $GF(5^2)$.

ИДЗ №4 по теме «Графы»

1. Определить возможные степени 5 и 6 вершин в графе с шестью вершинами и 11 - ребрами, если степени предыдущих: 3, 4, 4, 5.
2. А – матрица смежности графа шестого порядка.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Изобразите его, найдите степени всех вершин, число компонент связности. Изобразите остовные деревья (лес), соответствующие обходам по глубине и ширине.

3. Приведите пример слабосвязного орграфа с 3- компонентами сильной связности и 15 ребрами.

4. A – матрица смежности псевдографа G .

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & x \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & y \\ 1 & 0 & 1 & x & y & 0 \end{pmatrix}$$

При каких наименьших значениях x, y псевдограф G будет эйлеровым циклом, эйлеровой цепью? Выделите их.

2) Контрольные работы

Таблица А.3 – Контрольная работа

Критерии оценки	Количество вариантов заданий	Количество вопросов
Количество правильных ответов	25	4-5
Использование терминологии		
Обоснованность решений		
Демонстрация знания основных понятий раздела		

Демонстрационные варианты контрольных работ

Контрольная работа № 1 по теме “Отношения”

1. Занумеруем свойства отношений: 1) рефлексивность; 2) симметричность; 3) транзитивность; 4) полнота.

Привести пример отношения, для которого:

- а) выполняются свойства 1, 2, 4, а 3 – не выполняется;
 б) выполняются свойства 2, 3, а 1, 4 – не выполняется.

2. Отношение R задано матрицей четвертого порядка, элементы которой

$$r_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i,j) \in \{(1,1), (3,2), (2,1), (3,3), (1,3), (3,1)\}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Изобразите его диаграмму, определите свойства, найдите R^2, R^+, R^* различными способами.

3. Отношение S задано матрицей четвертого порядка, элементы которой

$$s_{i,j} = \begin{cases} 1, & \text{если } (i,j) \in \{(2,3), (1,4), (2,1)\}, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

Найдите $S^o R, R^o S, S^3, S^+$ и изобразите соответствующие диаграммы.

4. Определите минимальное число пар, которое необходимо добавить к S для получения отношения эквивалентности. Выпишите различные классы эквивалентности.

Контрольная работа № 2 по теме “Комбинаторика”

1. На площадке может быть только пять игроков одной команды, а всего в команде двенадцать человек, которых в свою очередь выбирали из дубля, в котором двадцать пять человек игроков. Сколько существует вариантов выбора игроков для выхода на площадку?

2. У нашей команды дружеские отношения с двумя базами отдыха; на каждую базу выезжает по тринадцать игроков (вместе с тренером всего в команде двадцать шесть человек). Сколько существует вариантов размещения игроков?

3. Тренировка команды проходит обычно в полном составе, то есть в ней принимают участие двадцать пять человек, Часто приходится разбивать команду на связки по пять человек и на четыре связки по четыре (при этом с пятью оставшимися работают индивидуально). Сколькими способами это можно сделать?

4. Найти коэффициент при t^{13} в разложении $(1 + 2t^3 - t^5)^{10}$.

5. Сколько существует различных вариантов для разложения 10 шаров по 3 коробкам?

Контрольная работа № 3 по теме “Алгебраические структуры”

Задание 1.

Пусть $a=3, b=2, c=4$ в поле $GF(11)$.

1. Найти $a+b, 2a+3b, a-4c, ab, a^2, ab^3, c^5, b^6, a^{-1}, a:b, (a+c):(d+c), c^{2010}$.

2. Решить уравнение: $a^{2x} = c$.

3. Определить порядки элементов a, b, c .

Задание 2

1. Найти все значения e при которых многочлен $p(x) = x^2 + 4x + e$ – неприводим в поле $GF(7)$.

2. Построить поле $GF(7^2)$ для одного из найденных неприводимых многочленов. Пусть

$$a = \overline{x+1}, b = \overline{3x+2}, c = \overline{4x+3}.$$

Выполнить следующие действия: $a+b, c-a, 2a+3b, 3a-2b, ab, ac, c^5, b^6, a:b, c:b$.

3. Определить порядки элементов a, b, c .

4. Найти несколько образующих мультипликативной группы $GF(7^2)$.

Контрольная работа № 4 по теме “Графы”

1. Какие значения возможны для степеней 5-й и 6-й вершин 10 реберного графа, если степени предыдущих 5,4,3,4 соответственно.

2. Привести пример односторонне связного орграфа с тремя компонентами сильной связности.

$$3. A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 2 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

A – матрица смежности псевдографа. Доказать, что он является эйлеровым циклом и найти его цикл с использованием простых циклов.

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б
(обязательное)

Карта учебно-методического обеспечения
Учебной дисциплины Дискретная математика

1. Основная литература*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов.- СПб.: Питер. 2007, 2009. – 383 с.	55	
2. Кузнецов О.П. Дискретная математика для инженеров.- СПб.: Лань. 2004. – 394с.	15	
Электронные ресурсы		
1. Электронная библиотека механико-математического факультета Московского государственного университета [Электронный ресурс] : [официальный сайт] / Московск. гос. ун-т. –М., 2002-2015. –Режим доступа: http://www.lib.mexmat.ru/ , свободный. -Загл. с экрана (дата обращения: 17.01.2017).	http://poisk.knig.ru	электронная библиотека учебников Мех-Мата МГУ, Москва
2. Общероссийский математический портал Math-Net.Ru [Электронный ресурс] / Математич. институт им.В.А.Стеклова РАН. -М.; 2002-2015. -Режим доступа: http://www.mathnet.ru/about.phtml?option_lang=rus , свободный - Загл. с экрана (дата обращения: 17.01.2017).	http://www.mathnet.ru/	общероссийский математический портал

**См. требования п. 4.3.3 ФГОС 3++ (как правило, при использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль)).*

2. Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Яблонский С.В. Введение в дискретную математику : учеб. пособие для студентов вузов. - 4-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2003. - 384с.	5	
2 Гаврилов Г.П. Задачи и упражнения по дискретной математике : учеб. пособие для вузов. - 3-е изд., перераб. - М. : Физматлит, 2004. - 416с.	1	

Электронные ресурсы		
1. Интернет-университет информационных технологий [Электронный ресурс] : [офиц. сайт] / НОУ «ИНТУ-ИТ», 2003 – 2015. -Режим доступа: http://www.intuit.ru/свободный . -Загл. с экрана (дата обращения: 17.01.2017).	http://www.intuit.ru/	Интернет-университет информационных технологий [Электронный ресурс].

Зав. кафедрой  (А.С. Татаренко)
« _____ » _____ 20__ г.

