

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра прикладной математики и информатики

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС

С.И. Эминов

2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
Учебной дисциплины

Дифференциальные уравнения

По направлению подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) Прикладная математика и информатика

СОГЛАСОВАНО

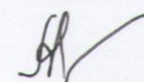
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС


П.В. Лысухо

« 25 » мая 2020 г.

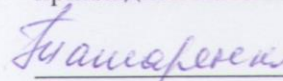
Разработал

Профессор кафедры ПМИ


А.В. Ласунский

« 15 » мая 2020 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 11 от « 22 » мая 2020 г.
Заведующий кафедрой
прикладной математики и информатики


А.С. Татаренко

« 22 » мая 2020 г.

1 Цели и задачи учебной дисциплины

Цели учебной дисциплины:

- а) дать, по возможности, целостное представление о предмете и методах общей теории дифференциальных уравнений;
- б) рассмотреть методы интегрирования наиболее важных в теоретическом отношении и часто встречающихся в приложениях типов дифференциальных уравнений;
- в) воспитать высокую математическую культуру студента, развить его интеллект, способности к абстрактному мышлению.

В результате изучения курса дифференциальных уравнений студенты должны свободно ориентироваться в разделах этой теории, овладеть основными приемами и методами исследования и решения задач, сводящихся к дифференциальным уравнениям, уметь анализировать полученные результаты, иметь навыки самостоятельного изучения литературы по данному разделу математики и приложениям.

Задачи учебной дисциплины «Дифференциальные уравнения»:

- а) развитие математического мышления;
- б) формирование навыков построения и применения моделей при решении задач естествознания;
- в) формирование у студентов понимания значимости знаний и умений по дифференциальным уравнениям в их дальнейшей профессиональной работе;
- г) стимулирование студентов к самостоятельной деятельности по освоению учебной дисциплины и формированию необходимых компетенций.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к обязательной части основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика направленности (профилю) Прикладная математика и информатика.

Для успешного усвоения учебной дисциплины необходимы знания по математическому анализу, геометрии и алгебре, а также школьного курса математики.

Освоения учебной дисциплины может являть компетентностным ресурсом для изучения таких учебных дисциплин, как физика, разностные уравнения, уравнения математической физики, методы оптимизации, вычислительная математика, математическое моделирование, КСЕ1: проблемы и методы современных естественных наук, КСЕ2: математические модели в естествознании и экологии, цепи Маркова и теория случайных процессов.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Перечень компетенций, который формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

Общепрофессиональные дисциплины:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Таблица 1 – Результаты освоения учебного модуля

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
	Знать фундаментальные понятия в области математических и естественных наук	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний, полученных в области математических или естественных наук	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением фундаментальных знаний, полученных в области математических или естественных наук
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности			

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебного модуля	Всего	Распределение по семестрам
		3 семестр
1. Трудоемкость учебной дисциплины в зачетных единицах (ЗЕТ)	6	6
2. Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	90	90
3. Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) <i>(при наличии)</i>	-	-
4. Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	90	90
5. Промежуточная аттестация <i>дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)</i>	36 экзамен	36 экзамен

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1. Дифференциальные уравнения

1.1 Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия и определения. Задача Коши. Поле направлений. Изоклины. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.

1.2 Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейное уравнение первого порядка, Уравнение Бернулли. Уравнения в симметричной форме. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

1.3 Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Параметрические методы решения уравнения. Уравнения Лагранжа и Клеро.

1.4 Линейные уравнения n-го порядка. Основные понятия и определения. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского. Комплексные решения линейных однородных уравнений. Линейные неоднородные уравнения. Построение общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). По-

строение фундаментальной системы решений линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.

Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости

2.1 Основные понятия. Канонические системы, нормальные системы. Переход от линейного дифференциального уравнения к нормальной системе дифференциальных уравнений.

2.2 Линейные однородные и неоднородные системы (ЛОС и ЛНС). Общее и частное решения. Линейная зависимость и линейная независимость вектор-функций. Критерий линейной независимости решений ЛОС. Теорема о связи между фундаментальными матрицами ЛОС. Теорема об общем решении ЛОС. Простейшие свойства решений ЛНС. Теорема об общем решении ЛНС. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС.

2.3 Построение фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными действительными коэффициентами по методу Эйлера. Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами. Построение ЛОС по заданной фундаментальной матрице.

2.4 Понятие об устойчивости решения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Оценка нормы фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными коэффициентами. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.

2.5 Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению.

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№	Наименование разделов (тем) учебного модуля, УЭМ, наличие КП/КР	Контактная работа (в АЧ)					Вне-ауд. СРС (в АЧ)	Формы текущего контроля
		Аудиторная			В т.ч. СРС	Э К 3		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР				
Раздел 1. Дифференциальные уравнения								
1.1	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия и определения. Задача Коши. Поле направлений. Изоклины. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши.	3	3		2		10	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
1.2	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения. Линейное уравнение первого порядка, Уравнение Бернулли. Уравнения в симметричной форме. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	5	8		3		15	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
1.3	Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно	5	8		2		10	контроль выполнения рас-

	производной. Параметрические методы решения уравнения. Уравнения Лагранжа и Клеро.							четно-графического задания № 1
1.4	Линейные уравнения n-го порядка. Основные понятия и определения. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского. Комплексные решения линейных однородных уравнений. Линейные неоднородные уравнения. Построение общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). Построение фундаментальной системы решений линейного неоднородного уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.	5	8		2		10	защита расчетно-графического задания № 1
Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости								
2.1	Основные понятия. Канонические системы, нормальные системы. Переход от линейного дифференциального уравнения к нормальной системе дифференциальных уравнений.	2	2		1		5	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
2.2	Линейные однородные и неоднородные системы (ЛОС и ЛНС). Общее и частное решения. Линейная зависимость и линейная независимость вектор-функций. Критерий линейной независимости решений ЛОС. Теорема о связи между фундаментальными матрицами ЛОС. Теорема об общем решении ЛОС. Простейшие свойства решений ЛНС. Теорема об общем решении ЛНС. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС.	4	6		2		10	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
2.3	Построение фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными действительными коэффициентами по методу Эйлера. Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами. Построение ЛОС по заданной фундаментальной матрице.	4	6		2		10	контроль выполнения практических аудиторных и домашних заданий
2.4	Понятие об устойчивости решения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Оценка нормы фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными коэффициентами. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.	4	6		2		10	контроль выполнения расчетно-графического задания № 2
2.5	Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению.	4	7		2		10	защита расчетно-графического задания № 2
	<i>Промежуточная аттестация</i>					36		<i>экзамен</i>

	ИТОГО	36	54		18	36	90	
--	--------------	-----------	-----------	--	-----------	-----------	-----------	--

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:

Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

4.5 Содержание внеаудиторной СРС

1. Огибающая семейства интегральных кривых как особое решение.
2. Обобщенное однородное уравнение.
3. Общие свойства уравнения Риккати.
4. Приведение уравнения Риккати к каноническому виду.
5. Простейшие случаи интегрируемости уравнения Риккати в квадратурах.
6. Структура общего решения уравнения Риккати.
7. Специальное уравнение Риккати.
8. Особые решения дифференциальных уравнений высших порядков.
9. Линейное уравнение Эйлера.
10. Теорема существования и единственности решения задачи Коши.
11. Непрерывная зависимость решений от начальных данных и параметров. Теорема об интегральной непрерывности.
12. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Мультипликаторы системы, матрица монодромии. Теория Флоке. Проводимость системы с периодическими коэффициентами.
13. Операционный метод интегрирования линейных дифференциальных уравнений и систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
14. Предельные циклы.
15. Уравнения с частными производными первого порядка.
16. Операционный метод решения уравнений и систем дифференциальных уравнений.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебного модуля

Таблица 5 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий	Трудоемкость в АЧ	Форма проведения
Раздел 1. Дифференциальные уравнения			
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия и определения. Задача Коши. Поле направлений. Изоклины. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши. Литература. [1] гл. I, § 1.	2	инф. лекция
2.	Уравнения с разделяющимися переменными. Однородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли. [1] гл. I, § 3, 4, 6, 7.	3	инф. лекция
3.	Уравнения в симметричной форме. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. [1] гл. I, § 11–13.	3	инф. лекция
4.	Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Параметрические методы решения уравнения. [1] гл. II, § 16.	2	инф. лекция
5.	Уравнения Лагранжа и Клеро. Особое решение уравнения Клеро. Понятие огибающей семейства кривых. [1] гл. II, § 16.	2	инф. лекция

6.	Линейные уравнения n -го порядка. Основные понятия и определения. Линейно-зависимые и линейно-независимые функции. Определитель Вронского. Комплексные решения линейных однородных уравнений. Линейные неоднородные уравнения. Построение общего решения. Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа). [1] гл. VI, § 29–31.	3	инф. лекция
7.	Построение фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. [1] гл. VII, § 32–33.	3	инф. лекция
	Итого	18	
Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости			
1.	Основные понятия. Канонические системы, нормальные системы. Переход от линейного дифференциального уравнения к нормальной системе дифференциальных уравнений. [1] гл. IV.	2	инф. лекция
2.	Линейные однородные и неоднородные системы (ЛОС и ЛНС). Общее и частное решения. Линейная зависимость и линейная независимость вектор-функций. Критерий линейной независимости решений ЛОС. Теорема о связи между фундаментальными матрицами ЛОС. [1] гл. IX.	3	инф. лекция
3.	Теорема об общем решении ЛОС. Простейшие свойства решений ЛНС. Теорема об общем решении ЛНС. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС. [1] гл. IX, § 41–42.	3	инф. лекция
4.	Построение фундаментальной матрицы ЛОС с постоянными действительными коэффициентами по методу Эйлера. Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами. Построение ЛОС по заданной фундаментальной матрице. [1] гл. X, § 43.	3	инф. лекция
5.	Понятие об устойчивости решения. Устойчивость по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Устойчивость линейных систем. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.	2	инф. лекция
6.	Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка.	3	инф. лекция
7.	Устойчивость по первому приближению.	2	инф. лекция
	Итого	18	
	ИТОГО в 3 семестре	36	

Таблица 6 – Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий	Трудоемкость в АЧ	Форма проведения
Раздел 1. Дифференциальные уравнения			
1.	Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Метод изоклин.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2.	Уравнения с разделенными и разделяющимися переменными.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3.	Однородные уравнения и уравнения, приводящиеся к ним. Линейное уравнение первого порядка. Уравнение Бернулли.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4.	Уравнения в симметричной форме. Уравнение в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5.	Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Параметрические методы решения уравнений. Уравнения Лагранжа и Клеро.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
6.	Линейные уравнения n – го порядка. Построение общего решения.	4	Работа в группе,

	Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).		самостоятельная контактная работа
7.	Построение фундаментальной системы решений линейного однородного уравнения с постоянными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 1
	Итого	27	
Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости			
1.	Системы дифференциальных уравнений в нормальной и симметричной формах.	3	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
2.	Метод Эйлера решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
3.	Матричный метод решения ЛОС с постоянными действительными коэффициентами. Построение ЛОС по заданной фундаментальной матрице.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
4.	ЛНС с постоянными действительными коэффициентами и правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНС.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
5.	Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
6.	Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа
7.	Теорема об устойчивости по первому приближению.	4	Работа в группе, самостоятельная контактная работа. Защита РГЗ № 2
	Итого	27	
	ИТОГО в 3 семестре	54	

В связи с введением обучения на основе бакалавриата по ФГОС ВО 3++ для успешного формирования универсальных и общепрофессиональных компетенций большое внимание уделяется самостоятельной аудиторной и внеаудиторной работе студентов.

Для успешной самостоятельной работы студенты должны посещать аудиторские занятия, проводимые в виде лекций и практических занятий.

Начинающему студенту очень важно научиться слушать и понимать лекцию с одновременной записью ее основного содержания.

Практические занятия в аудиториях имеют целью связать теоретические сведения, сообщаемые на лекциях, с их практическим применением.

Во время занятий обычно решаются задачи и рассматриваются примеры, служащие для закрепления и углубления теоретического материала, помогающего студентам систематизировать и осмысливать этот материал.

Обобщать и конкретизировать полученные на лекциях и практических занятиях сведения помогают домашние задания.

Домашние задания имеют целью научить студентов различным приемам и способам решения задач и развивать у них навыки к исследованию и решению комплексных вопросов. Выполнение домашних заданий расчетно-графического характера приучает студентов самостоятельно производить инженерные расчеты, позволяет овладеть техникой расчета, приучает пользоваться таблицами и справочниками.

Бакалавр должен иметь глубокие математические знания. Чтобы приобрести эти знания, необходимо научиться самостоятельно работать с книгой. Без самостоятельного

изучения учебника, учебного пособия невозможно прочное закрепление материала, сообщенного на лекциях и записанного в конспективной форме.

Как работать с учебниками

Читать в учебнике надо не все подряд, а, прежде всего, те параграфы, которые указаны в программе или преподавателем на лекции.

Если при чтении встречаются формулы и выводы, то параллельно с чтением надо делать выводы на бумаге.

Следует отметить, что математические книги приходится иногда читать два-три раза, особенно это относится к параграфам, содержащим сложные выводы.

В первом чтении обычно удается ознакомиться с основными понятиями, определениями, разбором доказательств теорем, выводов. При повторном чтении отдельные выводы связываются в стройное целое, яснее становится понимание.

Об организации самостоятельной работы

Необходимым условием успешной учебы является ежедневная самостоятельная работа дома. Самостоятельная работа включает в себя систематическую проработку лекций, а также рекомендованной литературы, подготовку к практическим занятиям, выполнение домашних заданий, расчетно-графических работ.

Домашние задания делятся на текущие, подготавливаемые к очередному занятию, и расчетно-графические, на выполнение которых отводится несколько недель (не менее 1 работы на каждый раздел).

График контрольных мероприятий по учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения», с указанием распределения баллов по видам оценочных средств представлен в Фонде оценочных средств (Приложение А). На 9-й неделе студенту выставляется контрольный рейтинг в ведомость и подается в МФЦО.

Выяснение вопросов, возникающих у студентов в ходе изучения курса и при выполнении домашних заданий, рассматриваются на аудиторных самостоятельных занятиях.

Помимо индивидуальных консультаций кафедрой проводятся перед зачетами и экзаменами групповые консультации.

Для проведения экзаменов учебным планом выделено специальное время – экзаменационная сессия. Допуском к экзамену является выполнение всех самостоятельных и расчетно-графических работ. С экзаменационными вопросами по всему курсу математики студент может ознакомиться в рабочей программе.

В результате изучения материала у студентов должны сформироваться общепрофессиональная компетенция, определенная ОПОП.

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методического обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению	Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения
1.	Наличие учебной аудитории	Учебная мебель, доска
2.	Мультимедийное оборудование	3 компьютера, 3 принтера, 2 сканера, выход в интернет

Приложение А
Фонд оценочных средств учебной дисциплины
Дифференциальные уравнения

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит из двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, которая не может быть заранее доступна для обучающихся (экзаменационные билеты, вопросы к контрольной работе и пр.) и которая хранится на кафедре.

1 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1.	Расчетно-графическое задание № 1	Раздел 1. Дифференциальные уравнения	125	ОПК-1
2.	Расчетно-графическое задание № 2	Раздел 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости	125	
	Экзамен		50	
	ИТОГО		300	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

РГЗ № 1 содержит 7 заданий по материалу, изучаемому в Разделе 1. Дифференциальные уравнения. Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 20 различных вариантов) на второй неделе обучения. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 8 неделе. Работа должна быть выполнена в отдельной ученической тетради. На листочках работа на проверку не принимается. Аттестация на 9 неделе выставляется по результатам этого задания с учетом работы на практических занятиях.

Таблица А.2 – Расчетно-графическое задание № 1

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество заданий
113 - 125 баллов	Решены 7 заданий (отлично)	20	7
88 - 112 бал-	Решены 6 заданий (хорошо)		

лов			
63 - 87 баллов	Правильно решены 4 – 5 заданий (удовлетворительно)		
менее 62 баллов	Нет правильно решенных 4 заданий (неудовлетворительно)		

Образец расчетно-графического задания № 1

Вариант 0

1. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' = 2 + 2x - y.$$

Построить интегральные кривые этого уравнения, используя теорию изоклин.

2. Решить уравнение

$$xy' + (x + 1)y = 3x^2e^{-x}.$$

3. Решить уравнение в симметричной форме

$$(x - y - 1)dx + (y - x + 2)dy = 0.$$

4. Решить линейные неоднородные уравнения

$$1) \quad y'' + 5y' + 6y = 24e^x + e^{-2x}.$$

$$2) \quad y^{IV} - 4y''' + 4y'' = \sin x.$$

5. Применяя метод вариации произвольных постоянных, решить уравнение

$$y'' + 5y' + 6y = \frac{1}{1 + e^{2x}}.$$

6. Решить задачу Коши

$$3y'y'' = 2y, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

7. Решить уравнение, не разрешенное относительно производной

$$x^4(y')^2 - xy' - y = 0.$$

РГЗ № 2 содержит 7 заданий по материалу, изучаемому в УЭМ 2. Системы дифференциальных уравнений, теория устойчивости. Индивидуальное задание преподаватель выставляет в своем блоге (всего 14 различных вариантов) на десятой неделе обучения. Студенты должны выполнять это задание дома по мере прохождения материала. Аналогичные примеры преподаватель разбирает на практических занятиях. Сдать выполненное задание на проверку нужно на 16 неделе в тетради для расчетно-графических работ.

Таблица А.3 – Расчетно-графическое задание № 2

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество заданий
113 - 125 баллов	Решены 7 заданий (отлично)	14	7
88 - 112 баллов	Решены 6 заданий (хорошо)		
63 - 87 бал-	Правильно решены 4 – 5 заданий (удовлетвори-		

лов	тельно)		
менее 62 баллов	Нет правильно решенных 4 заданий (неудовлетворительно)		

Образец расчетно-графического задания № 2

Вариант 0

1. Решить систему дифференциальных уравнений $\dot{x} = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix} x$.
2. Построить линейную однородную систему ДУ по заданной интегральной матрице

$$\Phi(t) = \begin{pmatrix} e^{2t} & e^{3t} \\ e^{2t} & 2e^{3t} \end{pmatrix}.$$

3. Решить систему дифференциальных уравнений

$$\dot{y} = \begin{pmatrix} 2 & -4 \\ 2 & -2 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 4e^{-2t} \\ 0 \end{pmatrix}.$$

4. Построить многочлен третьей степени с положительными целыми коэффициентами, у которого есть корень с положительной вещественной частью. Указать корни этого многочлена.
5. Для данных матриц A и B найти их произведение AB . Вычислить все три наиболее употребительные матричные нормы для матриц A , B , AB . На этом конкретном примере убедиться в мультипликативности рассмотренных матричных норм.

$$A = \begin{pmatrix} 3+4i & -2 \\ -i & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2i & 2 \\ -1 & 1-i \end{pmatrix}.$$

6. В зависимости от значений параметра a исследовать систему на устойчивость по Ляпунову и асимптотическую устойчивость.

$$\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -1 \\ 1 & -5 & 0 \\ a & -1 & -5 \end{pmatrix} x.$$

7. Определить тип точки покоя системы дифференциальных уравнений $\frac{dx}{dt} = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} x$. Построить траектории решений и направления движения по этим траекториям.

Экзамен (3 семестр)

Общие сведения об оценочном средстве

Если у студента есть невыполненное расчетно-графическое задание, то экзамен для студента начинается с выполнения этого задания. Если через 45 минут студент не решил ни одного примера, то ему ставится оценка “неудовлетворительно”. Такая же оценка ставится и в том случае, когда количество правильно решенных примеров не соответствует параметрам положительной оценки выполнения РГЗ. После зачтения расчетно-графических заданий студент может сдавать экзамен. Экзаменационный билет содержит 6 заданий: 2 теоретических и 4 практических. Выборка билета случайная. Повторное взятие билета не приветствуется. Если через 45 минут студент не выполнил ни одного задания из билета, то ставится оценка “неудовлетворительно”. Продолжительность подготовки 90 минут. На оценку “отлично” обязательно должен быть устный ответ на теоретические вопросы. Список экзаменационных вопросов и образец экзаменационного билета приведены в рабочей программе. Комплект экзаменационных билетов (10 билетов) хранится на кафедре. На экзамен студент должен явиться с тетрадью, в которой были выполнены расчетно-графические задания. В случае сомнений в оценке экзаменатор задает дополнительные вопросы по поводу решения экзаменационных задач, спрашивает формулировки теорем и определения. При выставлении итоговой оценки, разумеется, учитываются баллы, полученные студентом в семестре. На экзаменационной комиссии теоретические вопросы не спрашиваются. Количество правильно решенных задач на комиссии может быть уменьшено до трех.

Таблица А.4 – Экзамен

Критерии оценки		Количество билетов	Количество заданий в билете
Предел длительности контроля	90 мин (подготовка)		
Предлагаемое количество билетов	1 Повторное взятие билета не приветствуется	10	6
Последовательность выборки билетов	случайная		
Критерии оценки:			
отлично	Выполнено 6 заданий билета (42-50 баллов) и получены соответствующие баллы в семестре		
хорошо	Выполнено 5 заданий билета (34-41 балл) и получены соответствующие баллы в семестре		
удовлетворительно	Выполнено 4 задания билета (25-33 балла) и получены соответствующие баллы в семестре		

Теоретические вопросы к экзамену по учебной дисциплине «Дифференциальные уравнения» (третий семестр)

1. ДУ первого порядка, разрешенные относительно производной. Основные понятия. Поле направлений. Построение интегральных кривых методом изоклин. Примеры.
2. ДУ с разделенными и разделяющимися переменными.
3. Однородное уравнение и уравнения, приводящиеся к однородному.
4. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, построение общего решения.
5. Уравнение Бернулли. Особое решение уравнения Бернулли.
6. ДУ в симметричной форме. Признак уравнения в полных дифференциалах.
7. Интегрирующий множитель уравнения в симметричной форме, методы его нахождения.
8. ДУ первого порядка, не разрешенные относительно производной. Параметрические методы решения таких уравнений. Уравнение Лагранжа.
9. Уравнение Клеро. Понятие огибающей семейства интегральных кривых. Особое решение уравнения Клеро.
10. ДУ высших порядков, разрешенные относительно старшей производной. Задача Коши, определение общего решения. Достаточные условия существования и единственности решения задачи Коши.
11. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
12. Линейная зависимость и линейная независимость функций. Определитель Вронского.
13. ЛОДУ n – го порядка. Критерий линейной независимости решений ЛОДУ.
14. Теорема об общем решении ЛОДУ.
15. Формула Остроградского – Лиувилля для ЛОДУ n – го порядка.
16. Построение ЛОДУ по заданной фундаментальной системе решений.
17. Свойства решений ЛНДУ n – го порядка. Теорема об общем решении ЛНДУ.
18. Метод вариации произвольных постоянных для ЛНДУ n – го порядка.
19. Построение фундаментальной системы решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами (случай простых корней характеристического уравнения).
20. Построение фундаментальной системы решений ЛОДУ с постоянными коэффициентами (случай кратных корней характеристического уравнения).
21. Теорема о частном решении. ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и правой частью вида $f(x) = e^{\lambda x} \cdot Q_k(x)$.
22. Теорема о частном решении ЛНДУ с постоянными действительными коэффициентами и кривой частью вида $f(x) = e^{\sigma x} (Q_{k_1}(x) \cos \varpi x + Q_{k_2}(x) \sin \varpi x)$.
23. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений, основные понятия.
24. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений.
25. Линейные системы дифференциальных уравнений. Общие понятия, свойства.
26. Линейная зависимость вектор – функций. Определитель Вронского для вектор – функций. Необходимый признак линейной зависимости вектор – функций.
27. Критерий линейной независимости решений ЛОС.
28. Формула Остроградского-Лиувилля-Якоби. Свойства вронскиана.
29. Построение ЛОС по заданной ФСР.
30. Теорема об общем решении ЛОС.
31. ЛНС. Общие понятия. Теорема об общем решении ЛНС.
32. Метод вариации произвольных для ЛНС.
33. ЛОС с постоянными коэффициентами. Построение ФСР. (Случай различных корней характеристического уравнения).

34. ЛОС с постоянными коэффициентами. Построение ФСР. (Случай кратных корней характеристического уравнения).

35. Матричный метод решения ЛОС с постоянными коэффициентами.

36. Понятие устойчивости решения по Ляпунову, асимптотическая устойчивость.

Примеры.

37. Устойчивость линейных систем.

38. Достаточные условия устойчивости и неустойчивости нулевого решения ЛОС с постоянными коэффициентами. Критерий Рауса-Гурвица.

39. Устойчивость по первому приближению. Теорема Ляпунова.

40. Типы положений равновесия линейных однородных автономных систем второго порядка.

41. Функции Ляпунова. Теоремы Ляпунова об устойчивости и асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости.

Образцы экзаменационных билетов

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра прикладной математики и информатики

Билет № 0

Учебная дисциплина “Дифференциальные уравнения”
Для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

1. Дифференциальные уравнения в симметричной форме. Признак уравнения в полных дифференциалах.
2. Метод вариации произвольных для линейных неоднородных систем.

3. Решить уравнение $\frac{dy}{dx} = 2x(1 - y)$.

4. Решить уравнение $y''' + 2y'' = x + 4$.

5. В каком виде можно найти частное решение линейной неоднородной системы дифференциальных уравнений $\dot{y} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} y + \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ \cos t - \sin t \end{pmatrix}$?

Единственно ли решение такого вида?

6. При каких значениях параметра a система $\dot{x} = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 1 & a \end{pmatrix} x$ асимптотически устойчива?

Принято на заседании кафедры ПМИ

_____ 20 ____ г. Протокол № _____

Заведующий кафедрой ПМИ _____

_____ Татаренко А.С.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра прикладной математики и информатики

Билет № 00

Учебная дисциплина “Дифференциальные уравнения”
Для направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика

1. Линейное дифференциальное уравнение первого порядка, построение общего решения.
2. Устойчивость ЛОС с постоянными коэффициентами. Критерий Рауса-Гурвица.
3. Решить уравнение $y' = \frac{y^2}{xy - x^2}$.
4. Решить уравнение $y'' + y' = \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}}$.
5. Решить систему дифференциальных уравнений $z' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} z$.
6. В зависимости от значений параметра α классифицировать точки покоя системы $z' = \begin{pmatrix} -4 & \alpha \\ -\alpha & 1 \end{pmatrix} z$.

Принято на заседании кафедры ПМИ
_____ 20 ____ г. Протокол № _____
Заведующий кафедрой ПМИ _____
_____ Татаренко А.С.

Приложение Б

**Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины “Дифференциальные уравнения”**

1. Основная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. – Санкт-Петербург: Лань, 2003. – 832с.	21	
2. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению / В.К. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко; под ред. В.К. Романко. – М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2006. – 255с.	12	
Электронные ресурсы		

2. Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
3. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Ч.2. / П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я. Кожевникова – М.: Высшая школа, 2003 –2011–330с.	39	
4. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: Практ. курс: учеб. пособие для вузов/ А.М. Самойленко, С.А. Кривошея, Н.Е. Перестюк – 3-е изд., перераб. – М.: Высшая школа, 2006. –382 с.	2	
5. Пантелеев А.В. и др. Обыкновенные дифференциальные уравнения в примерах и задачах: Учеб. пособие втузов/ А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, А.В. Босов – М.: Высшая школа, 2001. –376с.	2	
Электронные ресурсы		
1		
2		

Учебно-методические издания кафедры высшей математики (прикладной математики и информатики):

1. Особые точки обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод. указ. / Сост.: С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова. НовГУ. – Великий Новгород, 2006. – 48 с.
2. Введение в операционное исчисление: учеб. пособие / А.В. Ласунский; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2016. – 91 с.

Зав. кафедрой ПМИ

А.В. Татаренко

А.В. Татаренко

« 22 » мая 20 20 г.

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.
 Протокол № ____ заседания кафедры от « ____ » _____ 20__ г.
 Разработчик: _____
 Зав. кафедрой _____

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.
 Протокол № ____ заседания кафедры от « ____ » _____ 20__ г.
 Разработчик: _____
 Зав. кафедрой _____

Рабочая программа актуализирована на 20__ / 20__ учебный год.
 Протокол № ____ заседания кафедры от « ____ » _____ 20__ г.
 Разработчик: _____
 Зав. кафедрой _____

[illegible]