

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение высшего профессионального образования
Ухтинский государственный технический университет

ЗАДАЧИ ПО ГИДРАВЛИКЕ С РЕШЕНИЯМИ

(основные физические свойства жидкостей и газов)

Методические указания

Ухта 2009

УДК 532 (076.1)

С 18

Сансиев, В.Г.

Задачи по гидравлике с решениями (основные физические свойства жидкостей и газов) [Текст] : метод. указания / В.Г. Сансиев. – Ухта : УГТУ, 2009. – 24 с.

Методические указания предназначены для студентов специальностей "Промышленное и гражданское строительство", "Водоснабжение и водоотведение", "Теплогазоснабжение и вентиляция" и соответствуют требованиям государственного образовательного стандарта этих специальностей. Содержание методических указаний соответствует рабочей учебной программе по дисциплине "Гидравлика".

Методические указания рассмотрены, одобрены и рекомендованы для издания кафедрой РЭНГМ и ПГ (протокол № 9 от 12 января 2009 г.)

Рецензент: Пятибрат В.П. – доцент кафедры РЭНГМ и ПГ.

Редактор: Мордвинов А.А. – профессор кафедры РЭНГМ и ПГ.

В методических указаниях учтены замечания рецензента и редактора.

План 2009 г., позиция 94.

Подписано в печать 20.01.2009 г. Компьютерный набор.

Объем 24 с. Тираж 70 экз. Заказ № 227.

© Ухтинский государственный технический университет, 2009
169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Первомайская, д. 13.

Отдел оперативной полиграфии УГТУ.
169300, Республика Коми, г. Ухта, ул. Октябрьская, д. 13.

ВВЕДЕНИЕ

Предлагаемые методические указания предназначены для студентов специальностей "Теплогазоснабжение и вентиляция", "Промышленное и гражданское строительство", "Водоснабжение и водоотведение". Однако они могут быть использованы и студентами других специальностей.

Рассматриваемые ниже типовые примеры иллюстрируют методику решения задач по теме "Основные физические свойства жидкостей и газов", которые предлагались студентам в качестве тестовых на практических занятиях. Целью этой работы является выработка навыков применения теоретических знаний для решения конкретных задач по указанной теме. Предлагаемые задачи сгруппированы по разделам: плотность и удельный объем; сжимаемость жидкостей; температурное расширение жидкостей; вязкость жидкостей; свойства газов. Выбор задач продиктован учебной программой для указанных специальностей.

Все задачи приведены в соответствии с Международной системой единиц СИ.

1. ПЛОТНОСТЬ И УДЕЛЬНЫЙ ОБЪЕМ

Задача 1.1.

Определить плотности воды и нефти при $t = 4 \text{ }^\circ\text{C}$, если известно, что 10 л воды при $4 \text{ }^\circ\text{C}$ имеют массу $m_в = 10 \text{ кг}$, а масса того же объема нефти равна $m_н = 8,2 \text{ кг}$.

Решение.

Плотность воды при заданных условиях:

$$\rho_в = \frac{m_в}{V_в} = \frac{10}{10 \cdot 10^{-3}} = 1000 \text{ кг/м}^3,$$

а плотность нефти:

$$\rho_н = \frac{m_н}{V_н} = \frac{8,2}{10 \cdot 10^{-3}} = 820 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 1.2.

Цистерна диаметром $d = 3 \text{ м}$ и длиной $l = 6 \text{ м}$ заполнена нефтью плотностью 850 кг/м^3 . Определить массу нефти в цистерне.

Решение.

Определим объем цистерны:

$$V_ц = \frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot l = \frac{\pi \cdot 3^2}{4} \cdot 6 = 42,4 \text{ м}^3.$$

Тогда масса нефти в цистерне:

$$m_н = \rho_н \cdot V_ц = 850 \cdot 42,4 = 36040 \text{ кг} \approx 36 \text{ т}.$$

Задача 1.3.

Определить плотность смеси жидкостей, имеющей следующий массовый состав: керосина – 30 %, мазута – 70 %, если плотность керосина $\rho_к = 790 \text{ кг/м}^3$, а мазута $\rho_м = 900 \text{ кг/м}^3$.

Решение.

Плотность смеси жидкостей будет равна:

$$\rho_{см} = \frac{m_{см}}{V_{см}} = \frac{m_K + m_M}{V_K + V_M},$$

причем масса керосина, по условию задачи, $m_K = 0,3m_{см}$, мазута $m_M = 0,7m_{см}$, а объемы составляющих смеси

$$V_K = \frac{m_K}{\rho_K} = \frac{0,3m_{см}}{\rho_K}; \quad V_M = \frac{m_M}{\rho_M} = \frac{0,7m_{см}}{\rho_M}.$$

Тогда, плотность смеси

$$\rho_{см} = \frac{m_{см}}{\frac{0,3m_{см}}{\rho_K} + \frac{0,7m_{см}}{\rho_M}} = \frac{1}{\frac{0,3}{790} + \frac{0,7}{900}} = 863,9 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 1.4.

Как изменится плотность бензина, если температура окружающей среды повысится с 20 до 70 °С. Принять плотность бензина при температуре 20 °С равной 800 кг/м³.

Решение.

Плотность нефтепродуктов определяется по формуле Менделеева:

$$\rho_t = \frac{\rho_{20}}{1 + \beta_t(t - 20)},$$

где ρ_{20} - плотность бензина при $t = 20$ °С; β_t - коэффициент температурного расширения, равный для нефтепродуктов $6 \cdot 10^{-4}$ град.⁻¹

Тогда

$$\rho_{70^\circ} = \frac{800}{1 - 6 \cdot 10^{-4}(70 - 20)} = 776,7 \text{ кг/м}^3.$$

Следовательно, изменение плотности бензина при повышении температуры с 20 до 70 °С будет равно $776,7/800=0,97$, т.е. плотность уменьшится на 3 %.

Задача 1.5.

Плотности морской воды, ртути и нефти равны, соответственно, 1030, 13600 и 800 кг/м³. Чему равны удельные объемы и относительные плотности этих жидкостей?

Решение.

Удельные объемы жидкостей:

$$g_{мв} = \frac{1}{\rho_{мв}} = \frac{1}{1030} = 9,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$g_{рт} = \frac{1}{\rho_{рт}} = \frac{1}{13600} = 0,735 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг};$$

$$g_{н} = \frac{1}{\rho_{н}} = \frac{1}{800} = 12,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{кг}.$$

Относительные плотности, соответственно:

$$\rho_{отн.мв} = \frac{\rho_{мв}}{\rho_{воды}} = \frac{1030}{1000} = 1,03;$$

$$\rho_{отн.рт} = \frac{\rho_{рт}}{\rho_{воды}} = \frac{13600}{1000} = 13,6;$$

$$\rho_{отн.н} = \frac{\rho_{н}}{\rho_{воды}} = \frac{800}{1000} = 0,8.$$

Задача 1.6.

Плотность первой жидкости равна 1000 кг/м³, второй – 800 кг/м³, а их смеси – 850 кг/м³. Определить отношение объемов жидкостей в смеси.

Решение.

Выразим плотность смеси жидкостей через плотности и объемы составляющих:

$$\rho_{см} = \frac{m_{см}}{V_{см}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} = \frac{\rho_1 \frac{V_1}{V_2} + \rho_2}{\frac{V_1}{V_2} + 1}.$$

Отсюда отношение объемов V_1/V_2 жидкостей в смеси

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_{см} - \rho_2}{\rho_1 - \rho_{см}} = \frac{850 - 800}{1000 - 850} = \frac{1}{3}.$$

2. СЖИМАЕМОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Задача 2.1.

При гидравлических испытаниях водопровода длиной $L = 3$ км и внутренним диаметром $d = 500$ мм необходимо повысить давление в нем до 10 МПа. Водопровод заполнен водой при атмосферном давлении. Какой объем воды необходимо дополнительно закачать в водопровод? Коэффициент объемного сжатия воды принять равным $5 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}$.

Решение.

Определяем объем водопровода:

$$V_B = \frac{\pi d^2}{4} L = \frac{\pi \cdot 0,5^2}{4} \cdot 3000 = 589,5 \text{ м}^3.$$

Дополнительный объем воды, необходимый для подачи в водопровод, определим из формулы коэффициента объемного сжатия:

$$\beta_V = -\frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta p}.$$

В этой формуле ΔV - изменение объема V , соответствующее изменению давления на величину Δp .

Объем воды, подвергаемый сжатию, $V = V_B + \Delta V$. Тогда, дополнительный объем воды, который необходимо подать в водопровод для повышения в нем давления до 10 МПа, составит:

$$\Delta V = \frac{V_B \beta_V \Delta p}{1 - \beta_V \Delta p} = \frac{589,5 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot 10 \cdot 10^6}{1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 10 \cdot 10^6} = 2,96 \text{ м}^3.$$

Задача 2.2.

Определить изменение плотности воды при ее сжатии от $p_1 = 10^5 \text{ Па}$ до

$p_2 = 10^7$ Па. Коэффициент объемного сжатия воды β_V принять равным $5 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹.

Решение.

При сжатии воды ее объем V_1 уменьшается на ΔV , а масса остается неизменной. Относительное изменение объема воды

$$\frac{\Delta V}{V_1} = -\beta_V \cdot \Delta p,$$

где $\Delta p = p_2 - p_1 = 10^7 - 10^5 = 0,99 \cdot 10^7$ Па.

Тогда

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{m/V_2}{m/V_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_1 - \Delta V} = \frac{V_1}{V_1(1 - \Delta V/V_1)} = \frac{1}{1 - \Delta V/V_1} = \frac{1}{1 + \beta_V \cdot \Delta p} = \frac{1}{1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 0,99 \cdot 10^7} = 1,005$$

Задача 2.3.

Как изменится коэффициент объемного сжатия воды с увеличением ее температуры от 0 °С до 30 °С, если известно, что модуль упругости воды при 0° равен 1950 МПа, а при 30° – 2150 МПа.

Решение.

Объемный модуль упругости – это величина, обратная коэффициенту объемного сжатия.

$$\beta_{V0} = \frac{1}{1950 \cdot 10^6} = 5,12 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1};$$

$$\beta_{V30} = \frac{1}{2150 \cdot 10^6} = 4,65 \cdot 10^{-10} \text{ Па}^{-1}.$$

$$\frac{\beta_{V0}}{\beta_{V30}} = \frac{4,65 \cdot 10^{-10}}{5,12 \cdot 10^{-10}} = 0,9.$$

Следовательно, коэффициент объемного сжатия с увеличением температуры от 0 до 30 °С уменьшится на 10 %.

Задача 2.4.

На сколько изменится объем воды, находящейся в пластовой водонапорной системе, окружающей нефтяное месторождение, за счет упругого расширения при

падении пластового давления на $\Delta p = 9,8$ МПа, если вода занимает площадь $S = 10^5$ га, средняя толщина пласта $h = 10$ м, пористость пласта $m = 20$ %, коэффициент объемного сжатия воды $\beta_V = 4,28 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹.

Решение.

Пористостью называется отношение объема пор к объему пласта.
Объем воды в поровом пространстве

$$V_e = m \cdot V = m \cdot S \cdot h = 0,2 \cdot 10^5 \cdot 10^4 \cdot 10 = 2 \cdot 10^9 \text{ м}^3.$$

Изменение объема воды найдем по формуле:

$$\Delta V = \beta_V \Delta p \cdot V_e = 4,28 \cdot 10^{-10} \cdot 9,8 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^9 = 8,38 \cdot 10^6 \text{ м}^3.$$

Задача 2.5.

Стальная цилиндрическая емкость подвергается гидравлическому испытанию под избыточным давлением 2 МПа. Определить, какое количество воды дополнительно к первоначальному объему при атмосферном давлении необходимо подать насосом в емкость, если ее объем равен 10 м³. Деформацией стенок емкости пренебречь. Коэффициент объемного изотермического сжатия воды принять равным $\beta_V = 5 \cdot 10^{-10}$ Па⁻¹.

Решение.

Дополнительный объем воды, который потребуется подать насосом в емкость, определим по формуле:

$$\Delta V = \Delta p \cdot \beta_V \cdot V,$$

где V – общий объем воды, подвергаемый сжатию, т. е. начальный объем, равный сумме объемов емкости V_E и дополнительного ΔV : $V = V_E + \Delta V$.

$$\Delta V = \Delta p \cdot \beta_V \cdot (V_E + \Delta V).$$

Выразив отсюда ΔV , определим:

$$\Delta V = \frac{\Delta p \cdot \beta_V \cdot V_E}{1 - \beta_V \cdot \Delta p} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 5 \cdot 10^{-10} \cdot 10}{1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^6} = 0,010 \text{ м}^3.$$

Задача 2.6.

При атмосферном давлении отмерен $V = 1 \text{ м}^3$ воды. Какой объем займет это количество воды при избыточном давлении 2 МПа?

Решение.

Из формулы для коэффициента объемного сжатия находим:

$$\Delta V = \beta_V \cdot V \cdot \Delta p.$$

Поскольку объем воды после сжатия $V_c = V - \Delta V$, то

$$V_c = V(1 - \beta_V \Delta p) = 1 \cdot (1 - 5 \cdot 10^{-10} \cdot 2 \cdot 10^6) = 0,999 \text{ м}^3.$$

Таким образом, при повышении давления на 2 МПа объем воды уменьшился на 0,1 %.

3. ТЕМПЕРАТУРНОЕ РАСШИРЕНИЕ ЖИДКОСТЕЙ

Задача 3.1.

Определить, как изменится плотность воды, если нагреть ее от $t_1 = 7 \text{ }^\circ\text{C}$ до $t_2 = 97 \text{ }^\circ\text{C}$. Коэффициент температурного расширения воды принять равным $4 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$.

Решение.

При нагревании воды ее объем увеличится на величину ΔV . Относительное изменение объема $\Delta V/V = \beta_t \cdot \Delta t$. Плотность воды $\rho = m/V$. Учитывая, что масса воды сохраняется неизменной, найдем:

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{V_1}{V_1(1 + \frac{\Delta V}{V_1})} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta V}{V_1}} = \frac{1}{1 + \beta_t \cdot \Delta t} = \frac{1}{1 + 4 \cdot 10^{-4} \cdot 90} = 0,964$$

Задача 3.2.

В вертикальном цилиндрическом резервуаре диаметром $d=4 \text{ м}$ хранится 100 т нефти, плотность которой при $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ составляет $\rho=850 \text{ кг/м}^3$. Определить

изменение уровня нефти в резервуаре при повышении температуры нефти от 0 до 30 °С. Коэффициент температурного расширения нефти принять равным $\beta_t = 7,2 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹.

Решение.

Объем, занимаемый нефтью при $t = 0$ °С:

$$V = m / \rho = 100 \cdot 10^3 / 850 = 118 \text{ м}^3.$$

Изменение объема при повышении температуры на 30 °:

$$\Delta V = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t = 7,2 \cdot 10^{-4} \cdot 118 \cdot 30 = 2,55 \text{ м}^3.$$

Тогда, повышение нефти в резервуаре:

$$h = 4 \cdot \Delta V / (\pi d^2) = 4 \cdot 2,55 / (\pi \cdot 4^2) = 0,203 \text{ м}.$$

Задача 3.3.

Для аккумуляции дополнительного объема воды, получаемого при изменении температуры, к системе водяного отопления в верхней ее точке присоединяют расширительный резервуар, сообщающийся с атмосферой. Определить объем расширительного резервуара V_p с двукратным запасом по объему. Температура воды в системе из-за перерывов работы топки может меняться от 70 до 95 °С. Объем воды в системе $V = 1 \text{ м}^3$. Коэффициент температурного расширения воды принять равным $6 \cdot 10^{-4}$ град⁻¹.

Решение.

Минимальный объем расширительного резервуара равен изменению объема воды при повышении ее температуры на 25 °С. Изменение объема найдем по формуле для коэффициента температурного расширения, показывающего относительное изменение объема воды при изменении температуры на 1 градус:

$$\beta_t = \frac{\Delta V}{V \cdot \Delta t},$$

где ΔV - изменение объема воды при изменении температуры на величину Δt .

$$\Delta V = \beta_t \cdot V \cdot \Delta t = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 1 \cdot 25 = 0,015 \text{ м}^3 = 15 \text{ л}.$$

Тогда необходимый объем резервуара

$$V_p = 2\Delta V = 2 \cdot 15 = 30 \text{ л.}$$

Задача 3.4.

На сколько увеличится объем воды, спирта и нефти при нагревании их от 20 до 30 °С?

Решение.

Увеличение начального объема жидкости с повышением температуры определим по формуле коэффициента температурного расширения

$$\beta_t = \frac{1}{V} \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t}.$$

Коэффициенты температурного расширения:

воды $\beta_{20^\circ} = 0,00015 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$;

спирта $\beta_{20^\circ} = 0,00110 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$;

нефти $\beta_{20^\circ} = 0,00060 \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$.

Тогда, для воды относительное изменение объема составит

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,00015 \cdot 10 = 0,0015,$$

для спирта

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,0011 \cdot 10 = 0,011,$$

а для нефти

$$\frac{\Delta V}{V} = 0,0006 \cdot 10 = 0,006.$$

Таким образом, нагревание жидкостей от 20 до 30 °С приводит к увеличению их объемов: воды на 0,15 %, спирта на 1,1 %, нефти на 0,6 %.

Задача 3.5.

Определить коэффициент температурного расширения жидкости, если при нагревании от 20 до 70 °С плотность ее уменьшилась от 1260 до 1235 кг/м³.

Решение.

Коэффициент температурного расширения жидкости найдем по формуле:

$$\beta_t = \frac{1}{V} \frac{\Delta V}{\Delta t},$$

где $V = \frac{m}{\rho_1}$, $\Delta V = \frac{m}{\rho_2} - \frac{m}{\rho_1}$, m – масса жидкости, ρ_1 и ρ_2 – ее начальная и конечная плотности.

Тогда

$$\beta_t = \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_2 \cdot \Delta t} = \frac{1260 - 1235}{1260 \cdot 50} = 0,4 \cdot 10^{-3} \text{ град}^{-1}.$$

Задача 3.6.

В отопительный котел поступает объем воды $V = 50 \text{ м}^3$ при температуре $70 \text{ }^\circ\text{C}$. Какой объем воды V_1 будет выходить из котла при нагреве ее до температуры $90 \text{ }^\circ\text{C}$? Коэффициент температурного расширения воды принять равным $\beta_t = 6 \cdot 10^{-4} \text{ град}^{-1}$.

Решение.

Из формулы для коэффициента температурного расширения определим:

$$\Delta V = \beta_t \Delta t \cdot V.$$

Подставив в эту формулу исходные данные, найдем:

$$\Delta V = 6 \cdot 10^{-4} \cdot 50 \cdot 20 = 0,6 \text{ м}^3,$$

а объем воды, выходящий из котла,

$$V_1 = V + \Delta V = 50 + 0,6 = 50,6 \text{ м}^3.$$

Задача 3.7.

Предельная высота уровня мазута в вертикальной цилиндрической цистерне равна $h_0 = 10 \text{ м}$ при температуре $0 \text{ }^\circ\text{C}$. Определить, до какого уровня можно заполнить цистерну, если ожидается повышение температуры окружающей среды

до 35 °С. Расширением цистерны пренебречь, коэффициент температурного расширения мазута принять равным $\beta_t = 0,001 \text{ град}^{-1}$.

Решение.

Предельный объем цистерны

$$V_0 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_0,$$

где d – диаметр цистерны.

Допустимый объем заполнения цистерны до температурного расширения

$$V_\partial = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_\partial,$$

где h_∂ - допустимый уровень заполнения цистерны до температурного расширения.

Незаполненный объем цистерны, соответствующий увеличению объема мазута в результате температурного расширения

$$\Delta V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot \Delta h,$$

где Δh – высота, на которую поднимется уровень мазута в результате температурного расширения.

Из формулы для коэффициента температурного расширения жидкости найдем:

$$V_\partial = \frac{\Delta V}{\beta_t \cdot \Delta t},$$

или

$$h_\partial = \frac{\Delta h}{\beta_t \cdot \Delta t},$$

причем $\Delta h = h_0 - h_\partial$.

Тогда

$$h_\partial = \frac{h_0 - h_\partial}{\beta_t \cdot \Delta t}.$$

Отсюда

$$h_\partial = \frac{h_0}{1 + \beta_t \cdot \Delta t} = \frac{10}{1 + 0,001 \cdot 35} = 9,66 \text{ м.}$$

4. ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТЕЙ

Задача 4.1.

Определить коэффициент кинематической вязкости нефти, если известно, что при температуре $t = 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ ее коэффициент динамической вязкости $\mu = 0,5\text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$, а плотность $\rho = 920\text{ кг/м}^3$.

Решение.

Коэффициент кинематической вязкости ν представляет собой отношение коэффициента динамической вязкости μ жидкости к ее плотности:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} = \frac{0,5}{920} = 5,43 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2/\text{с}.$$

Задача 4.2.

Определить коэффициент динамической вязкости нефти с условной вязкостью $5\text{ }^{\circ}\text{ВУ}$, если плотность нефти равна 830 кг/м^3 .

Решение.

Коэффициент кинематической вязкости по условной вязкости, заданной в градусах Энглера ($^{\circ}\text{ВУ}$), вычисляется по формуле:

$$\nu = \left(0,0731^{\circ}\text{ВУ} - \frac{0,0631}{^{\circ}\text{ВУ}} \right) \cdot 10^{-4} = \left(0,0731 \cdot 5 - \frac{0,0631}{5} \right) \cdot 10^{-4} = 0,353 \cdot 10^{-4}\text{ м}^2/\text{с}.$$

Тогда коэффициент динамической вязкости нефти

$$\mu = \rho \cdot \nu = 830 \cdot 0,353 \cdot 10^{-4} = 0,0293\text{ Па}\cdot\text{с}.$$

Задача 4.3.

Определить кинематическую вязкость воды при температуре $40\text{ }^{\circ}\text{C}$.

Решение.

Кинематическая вязкость воды в зависимости от температуры может быть определена по эмпирической формуле Пуазейля:

$$\nu = \frac{177,5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0,0337 \cdot t + 0,000221 \cdot t^2}, \text{ м}^2/\text{с},$$

где t - температура в $^{\circ}\text{C}$.

Тогда при $t = 40^{\circ}\text{C}$

$$\nu = \frac{177,5 \cdot 10^{-8}}{1 + 0,0337 \cdot 40 + 0,000221 \cdot 40^2} = 0,657 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Задача 4.4.

Определить кинематический коэффициент вязкости жидкости, если сила трения $T = 12 \cdot 10^{-4}$ Н на поверхности $S = 0,06 \text{ м}^2$ создает скорость деформации $\partial u / \partial y = 1$.

Решение.

Касательное напряжение на поверхности S

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{12 \cdot 10^{-4}}{0,06} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}^2.$$

Поскольку для ньютоновской жидкости $\tau = \mu(\partial u / \partial y)$, а градиент скорости $\partial u / \partial y = 1$, то $\mu = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Кинематический коэффициент вязкости $\nu = \mu / \rho = 2 \cdot 10^{-2} / 1000 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$.

Задача 4.5.

Для большинства жидкостей зависимость динамического коэффициента вязкости μ от абсолютной температуры T можно представить эмпирической формулой вида:

$$\mu = B \cdot e^{b/T},$$

где коэффициенты B и b для данной жидкости имеют постоянное значение и определяются экспериментально. Установлено, что при $t_1 = 15^{\circ}\text{C}$ динамический коэффициент нефти $\mu_1 = 0,187 \text{ Па}\cdot\text{с}$, а при $t_2 = 30^{\circ}\text{C}$ $\mu_2 = 0,0312 \text{ Па}\cdot\text{с}$.

Определить константы B и b и вычислить значение μ для этой нефти при $t = 25^{\circ}\text{C}$.

Решение.

Вязкости нефти при температурах t_1 и t_2 соответственно:

$$\mu_1 = B \cdot e^{\frac{b}{T_1}}; \quad \mu_2 = B \cdot e^{\frac{b}{T_2}}.$$

Разделив первую из этих зависимостей на вторую, получим:

$$\frac{\mu_1}{\mu_2} = e^{b\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)}.$$

Пролаборифмировав полученное выражение, будем иметь:

$$\ln \frac{\mu_1}{\mu_2} = b\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right),$$

Откуда

$$b = \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right)^{-1} \cdot \ln \frac{\mu_1}{\mu_2}.$$

Поскольку $B = \mu_1 e^{\frac{b}{T_1}}$, то, подставив сюда полученное выражение для b , запишем:

$$B = \mu_1 \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{\frac{T_2}{T_1 - T_2}}.$$

Подставим в полученные формулы численные значения вязкостей и температур и определим константы B и b для нефти:

$$B = 0,187 \cdot \left(\frac{0,187}{0,0312}\right)^{\frac{303}{288-303}} = 3,65 \cdot 10^{-17} \text{ Па}\cdot\text{с},$$

$$b = \left(\frac{1}{288} - \frac{1}{303}\right)^{-1} \cdot \ln \frac{0,187}{0,00312} = 1,04 \cdot 10^4 \text{ К}.$$

Тогда динамическая вязкость этой нефти при температуре 25 °С

$$\mu_{25} = 3,65 \cdot 10^{-17} \cdot e^{\frac{1,04 \cdot 10^4}{298}} = 0,05 \text{ Па}\cdot\text{с}.$$

Задача 4.6.

Определить силу трения и касательное напряжение на площадке $a \cdot b = 10 \cdot 10$ см при разности скоростей между соседними слоями воды толщиной $\delta y = 0,25$ мм, равной $\delta u = 3 \cdot 10^{-4}$ м/мин. Динамическую вязкость μ принять равной $17,92 \cdot 10^{-4}$ Па·с.

Решение.

Найдем градиент скорости в направлении y :

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{0,0003 \cdot 1000}{60 \cdot 0,25} = 0,02 \text{ с}^{-1}.$$

Определим силу трения между слоями по формуле Ньютона:

$$T = \mu S \frac{\partial u}{\partial y} = 17,92 \cdot 10^{-4} \cdot 0,1 \cdot 0,1 \cdot 0,02 = 3,58 \cdot 10^{-7} \text{ Н}.$$

Вычислим касательное напряжение:

$$\tau = \frac{T}{S} = \frac{3,58 \cdot 10^{-7}}{0,01} = 3,58 \cdot 10^{-9} \text{ Н/м}^2.$$

5. СВОЙСТВА ГАЗОВ

Задача 5.1.

Определить плотность воздуха при нормальных физических и стандартных условиях. Универсальная газовая постоянная для воздуха $R = 287$ Дж/(кг·К).

Решение.

Нормальным физическим условиям соответствуют $t = 0$ °С, $p = 101325$ Па, а стандартным - $t = 0$ °С, $p = 101325$ Па. Из уравнения состояния идеального газа найдем плотности воздуха:

при нормальных физических условиях

$$\rho_n = \frac{p}{R \cdot T} = \frac{101325}{287 \cdot 273} = 1,293 \text{ кг/м}^3;$$

при стандартных условиях

$$\rho_c = \frac{101325}{287 \cdot (273+20)} = 1,205 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 5.2.

Два кислородных баллона одинакового объема соединены трубопроводом. Определить давление, которое установится в баллонах при температуре $t = 25 \text{ }^\circ\text{C}$, если до соединения параметры газа в первом баллоне были: $p_1 = 8 \text{ МПа}$ и $t_1 = 30 \text{ }^\circ\text{C}$, а во втором - $p_2 = 6 \text{ МПа}$ и $t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$.

Решение.

Массу кислорода в каждом из баллонов до соединения определим, используя уравнение состояния идеального газа:

$$m_1 = \frac{p_1 V}{RT_1}; \quad m_2 = \frac{p_2 V}{RT_2}.$$

Общая масса кислорода в двух баллонах:

$$m = m_1 + m_2 = \frac{V}{R} \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right).$$

Тогда, давление в баллонах после их соединения

$$p = \rho RT = \frac{m}{2V} \cdot RT = \frac{1}{2} \left(\frac{p_1}{T_1} + \frac{p_2}{T_2} \right) T = \frac{298}{2} \left(\frac{8}{303} + \frac{6}{293} \right) = 6,99 \text{ МПа}.$$

Задача 5.3.

Определить расход метана в газопроводе диаметром $d = 800 \text{ мм}$, если скорость газа $v = 15 \text{ м/с}$, абсолютное давление $p = 5 \text{ МПа}$, а температура $20 \text{ }^\circ\text{C}$. Универсальная газовая постоянная метана $R = 518,3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$.

Решение.

Определим плотность газа:

$$\rho = \frac{p}{RT} = \frac{5 \cdot 10^6}{518,3 \cdot 293} = 32,9 \text{ кг/м}^3.$$

Учитывая, что площадь сечения газопровода равна

$$\omega = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot 0,8^2}{4} = 0,5 \text{ м}^2,$$

найдем массовый расход газа:

$$Q_m = \rho v \omega = 0,5 \cdot 15 \cdot 32,9 = 246,8 \text{ кг/с.}$$

Задача 5.4.

Какую мощность должен иметь электрический калорифер, чтобы нагревать при атмосферном давлении поток воздуха от $t_1 = -20 \text{ }^\circ\text{C}$ до $t_2 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$, если производительность вентилятора по холодному воздуху $Q = 0,5 \text{ м}^3/\text{с}$. Теплоемкость c_p для воздуха принять равной $1,012 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Решение.

Определим массовый расход вентилятора

$$m = \frac{p \cdot V}{R \cdot T} = \frac{10^5 \cdot 0,5}{287 \cdot 253} = 0,688 \text{ кг/с.}$$

Тогда мощность калорифера

$$N = m c_p \Delta t = 0,688 \cdot 1012 \cdot 40 = 27850 \text{ Вт} = 27,85 \text{ кВт.}$$

Задача 5.5.

Какое количество теплоты необходимо подвести к 1 кг воздуха с температурой $20 \text{ }^\circ\text{C}$, чтобы его объем при постоянном давлении увеличился в 2 раза? Определить температуру воздуха в конце процесса. Теплоемкость воздуха $c_p = 1012 \text{ Дж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$.

Решение.

Для изобарического процесса

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}.$$

Поэтому конечная температура воздуха

$$T_2 = T_1 \cdot \frac{V_2}{V_1} = 2T_1 = 2(273 + 20) = 586 \text{ К} = 313 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Изменение температуры при подводе тепла

$$\Delta t = t_1 - t_2 = 313 - 20 = 293 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Необходимое количество теплоты

$$q = mc_p \Delta t = 1 \cdot 1,012 \cdot 293 = 296,5 \text{ кДж/кг}.$$

Задача 5.6.

Газ сжимается изотермически до десятикратного уменьшения объема. Определить конечное давление, если начальное равно 0,1 МПа.

Решение.

Для изотермического процесса

$$p_1 V_1 = p_2 V_2,$$

откуда

$$p_2 = p_1 \frac{V_1}{V_2} = 0,1 \cdot 10 = 1,0 \text{ МПа}.$$

Задача 5.7.

В цилиндре под поршнем находится воздух при манометрическом давлении 0,02 МПа. Определить перемещение поршня и давление в конце процесса изотермического сжатия, если на поршень дополнительно действует груз массой 5 кг. Диаметр поршня $d = 100$ мм. Высота начального положения поршня $h = 500$ мм.

Решение.

Дополнительная сила, создаваемая грузом,

$$F = mg = 5 \cdot 9,81 = 49 \text{ Н}.$$

Дополнительное давление от груза:

$$\Delta p = \frac{4F}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 49}{\pi \cdot 0,1^2} = 6240 \text{ Па.}$$

Определим конечное давление

$$p_2 = p_1 + \Delta p = p_{атм} + p_{ман} + \Delta p = 10^5 + 0,02 \cdot 10^5 + 6240 = 126240 \text{ Па.}$$

Объем воздуха в цилиндре до начала действия груза:

$$V_1 = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h_1 = \frac{\pi \cdot 0,1^2}{4} \cdot 0,5 = 3,93 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Объем воздуха после изотермического сжатия:

$$V_2 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 3,93 \cdot 10^{-3} \frac{0,12 \cdot 10^6}{126500} = 3,735 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3.$$

Тогда, высота положения поршня после сжатия

$$h_2 = \frac{4V_2}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 3,735 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,1^2} = 0,475 \text{ м.}$$

Ход поршня в цилиндре в результате сжатия

$$\Delta h = h_1 - h_2 = 0,5 - 0,475 = 0,025 \text{ м} = 25 \text{ мм.}$$

Задача 5.8.

При адиабатическом расширении 1 кг воздуха при температуре $t = 20 \text{ }^\circ\text{C}$ давление понижается с $p_1 = 0,8 \text{ МПа}$ до $p_2 = 0,2 \text{ МПа}$. Определить параметры состояния газа в конце процесса расширения.

Решение.

Соотношение между параметрами состояния для адиабатического процесса

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k}.$$

Подставив в это соотношение значения плотностей ρ_1 и ρ_2 для начального и конечного состояний

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1}, \quad \rho_2 = \frac{p_2}{RT_2},$$

получим:

$$\rho_1^{1-k} T_1 = \rho_2^{1-k} T_2.$$

Из полученного уравнения определим температуру в конце процесса адиабатического расширения:

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-k}{k}},$$

а плотность воздуха в конце процесса расширения

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = \frac{0,2 \cdot 10^6}{287 \cdot 198} = 3,52 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 5.9.

В баллоне находится углекислота, манометрическое давление которой $p_{m1} = 2,9$ МПа, а температура $t_1 = 20^\circ\text{C}$. Определить изменение давления и температуры в баллоне, если из него выпустить половину (по массе) углекислоты. Процесс расширения газа в баллоне считать адиабатическим с показателем адиабаты $k = 1,285$.

Решение.

Для адиабатического процесса справедливо соотношение:

$$\frac{p_1}{\rho_1^k} = \frac{p_2}{\rho_2^k}.$$

Подставим в это соотношение значения давлений p_1 и p_2 из уравнения Клапейрона:

$$p_1 = \frac{m_1}{V} RT_1, \quad p_2 = \frac{m_2}{V} RT_2.$$

Тогда температура в конце адиабатического расширения

$$T_2 = T_1 \cdot \left(\frac{m_1}{m_2} \right)^{1-k} = (273 + 20) \cdot 2^{-0,285} = 240 \text{ К} = -33^\circ\text{C},$$

а абсолютное давление в баллоне

$$p_2 = p_1 \left(\frac{m_2}{m_1} \right)^k = (0,1 + 2,9) \cdot \left(\frac{1}{2} \right)^{1,285} = 1,23 \text{ МПа.}$$

Избыточное давление в конце процесса расширения

$$p_{м2} = p_2 - p_{атм} = 1,23 - 0,1 = 1,13 \text{ МПа.}$$

Задача 5.10.

При политропном сжатии 0,5 кг воздуха давление повышается от атмосферного до 1 МПа. Температура при этом увеличивается от 18 до 180 °С. Определить показатель политропы, а также объем воздуха в начале и конце процесса.

Решение.

Показатель политропы определяем по уравнению:

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}}.$$

После логарифмирования этого уравнения получим:

$$n = \frac{\lg \frac{p_2}{p_1}}{\lg \frac{p_2}{p_1} - \lg \frac{T_2}{T_1}} = \frac{\lg 10}{\lg 10 - \lg \frac{453}{291}} = 1,24.$$

Объем воздуха в начале процесса сжатия

$$V_1 = \frac{mRT_1}{p_1} = \frac{0,5 \cdot 287 \cdot 291}{10^5} = 0,4175 \text{ м}^3,$$

а в конце

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1}{n}} = 0,4175 \cdot \left(\frac{1}{10} \right)^{\frac{1}{1,24}} = 0,0652 \text{ м}^3.$$