



СВЕРЖДАЮ:

И.о. ректора НовГУ

Ю.С.Боровиков

«24» сентября 2019 г.

**Программа вступительного испытания в магистратуру
по направлению подготовки 01.04.02 «Прикладная математика и
информатика»**

Общие положения

Программа вступительных испытаний формируется на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по программе бакалавриата 01.03.02 – прикладная математика и информатика <http://fgosvo.ru/news/2/1132>. Вступительное испытание проводится в виде письменного экзамена. Продолжительность – 2 часа.

На экзамен выносятся вопросы, изучаемые в курсах «Дифференциальные уравнения», «Вычислительная математика», «Методы оптимизации», «Теория вероятностей и математическая статистика». Экзаменационный билет включает в себя два теоретических вопроса по курсам «Вычислительная математика» и «Теория вероятностей и математическая статистика» и три задачи по курсам «Дифференциальные уравнения», «Методы оптимизации», «Теория вероятностей и математическая статистика». Каждый вопрос и каждая задача оцениваются от 0 до 20 баллов в зависимости от полноты и правильности ответа. Общая оценка за экзамен выводится в результате суммирования оценок за теоретические вопросы и решение задач и находится в пределах от 0 до 100 баллов.

Примерный перечень теоретических вопросов

По курсу «Вычислительная математика»:

1. Формулы интерполяции и экстраполяции для функций одной и двух переменных.
2. Методы Монье-Карло численного интегрирования, поиска экстремальных значений функции, решения краевых задач.
3. Методы численного интегрирования.
4. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
5. Численные методы поиска корней функций.
6. Сеточные методы решения краевых задач.
7. Метод Ньютона уточнения корней многочленов.

По курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. Точечные оценки вероятностей, математического ожидания и дисперсии генеральной совокупности.
2. Интервальные оценки для математического ожидания нормальной генеральной совокупности.
3. Условные распределения. Умножение вероятностей. Понятие регрессии.

4. Формула полной вероятности и формула Байеса.
5. Функция случайной величины. Моменты случайной величины.
6. Свойства математического ожидания, и дисперсии, ковариации и коэффициента корреляции.
7. Стандартные распределения: равномерное, показательное, нормальное.
8. Схема испытаний и формула Бернулли, приближения к формуле Бернулли.

Примерный перечень задач

По курсу «Теория вероятностей и математическая статистика»

1. По совместному распределению случайных величин найти ковариационную матрицу и коэффициент корреляции.
2. Решать задачи на формулы сложения вероятностей, умножения вероятностей, формулу полной вероятности, формулу Байеса.
3. По заданной плотности распределения случайной величины найти ее математическое ожидание, дисперсию, функцию распределения, моду и медиану.
4. Найти распределение случайной величины, возникающей в результате анализа некоторой классической схемы (подбрасывание игральной кости, монеты и т.п.).
5. Найти вероятности событий для серии испытаний Бернулли с заданными характеристиками. Например, вероятность ровно 3-х попаданий при 5 выстрелах, если вероятность попадания при одиночном выстреле равна 0,6.

По курсу «Методы оптимизации»

1. Решать задачи на поиск экстремума при наличии ограничений типа равенств и неравенств (теорема Куна-Таккера).
2. Решать задачи вариационного исчисления.
3. Решать задачи оптимального управления (задача Лагранжа).
4. Решать графически основную и двойственную задачи линейного программирования.

По курсу «Дифференциальные уравнения»

1. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка.
2. Решить дифференциальное уравнение методом разделения переменных.
3. Решить линейное дифференциальное уравнение второго порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью.

Примеры типовых задач

1. Найти экстремали и установить, какой тип экстремума достигается:

$$J[y] = \int_0^1 ((y')^2 + y^2) dx, \quad y(0) = 0, \quad y(1) = 1$$

2. Найти оптимальное управление, траекторию и выписать условия для определения констант:

$$\int_0^1 u^2 dt \quad \text{при ограничениях } \dot{x} = x + 2u, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 1$$

3. Решить графически задачу линейного программирования.

$$\min(x_1 + x_2)$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 1 \\ x_2 \leq 2 \\ x_1, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Записать двойственную к ней задачу и решить ее графически.

4. Найти минимум с помощью теоремы Куна-Таккера:

$$\min(x_1 - x_2)$$

при ограничении:

$$x_1^2 + x_2^2 \leq 1$$

5. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} 2x, & \text{при } x \in (0; 1) \\ 0, & \text{при } x \notin (0; 1) \end{cases}$$

Найти а) функцию распределения $F(x)$; б) медиану $Me(X)$; в) нижнюю и верхнюю квартили $x_{0,25}$, $x_{0,75}$.

6. Бросают две игральные кости. Случайная величина X - разность выпавших очков. Найти её закон распределения, математическое ожидание и дисперсию.

7. Задан закон распределения системы дискретных случайных величин X и Y :

$x_i \backslash y_j$	0	1	2	3
0	0,1	0,3	0	0,15
1	0,2	0,05	0,15	0,05

Найти ковариационную матрицу.

8. Найти общее решение дифференциального уравнения

$$y' = y \cos(x); \quad y(0) = 1$$

9. Найти общее решение дифференциального уравнения

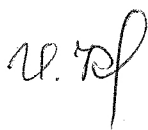
$$y'' - 2y = e^{-2x}$$

Рекомендуемая литература

1. Вентцель Е. С. Теория вероятностей. – М.: Высшая школа, 2006. - 576с.
2. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб. пособие для вузов. – 11-е изд. перераб. – М.: Высшее образование, 2009. – 403,[2]с.

3. Гнеденко Б. В. Курс теории вероятностей. Изд-во Либроком, 2011. – 447с. (М.: Наука, 1988. – 447с.)
4. Бахвалов Н.С. Численные методы : Учеб. пособие для вузов / МГУ им. М.В.Ломоносова. - 6-е изд. - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2008. - 636с.:
5. Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учеб. для вузов по напр. подгот. дипломир. спец. "Прикладная математика". - 3-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2009. - 847,[1]с.
6. Вычислительная математика в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов/ Н. В. Копченова, И. А. Марон. - 3-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2009. - 366, [2] с.
7. Самойленко А.М. и др. Дифференциальные уравнения: Практ. курс: Учеб. пособие для вузов/ А.М. Самойленко, С.А. Кривошея., Н.А. Перестюк Н.А.-3-е изд., перераб.– М.: Высшая школа, 2006.–382 с.
8. Сборник задач по дифференциальным уравнениям и вариационному исчислению/ В.К. Романко, Н.Х. Агаханов, В.В. Власов, Л.И. Коваленко; Под ред. В.К. Романко. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2006.– 255с.
9. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. – Ижевск: "РХД", 2000.– 176 с.
10. Карманов В. Г. Математическое программирование: Учеб. пособие. — 5-е изд., стереотип. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. — 264 с. -2
11. Пантелеев А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах : Учеб. пособие для вузов. - 3-е изд.,стер. - М.: Высшая школа, 2008. - 544с.
12. Пантелеев А.В. Вариационное исчисление в примерах и задачах: Учеб. пособие для вузов. - М.: Высшая школа, 2006. - 271с.
13. Вентцель Е.С. Исследование операций: задачи, принципы, методология: Учеб. пособие для вузов / Е. С. Вентцель. - 4-е изд., стер. - М. : Дрофа, 2006. - 207,[1]с.
14. Петросян Л. А. Теория игр. / Н.А. Зенкевич, Е.А. Сёмина. – М.: Наука, 1998.
15. Печерский С. Л. Теория игр для экономистов. Вводный курс: Учебное пособие./ С.Л. Печерский, А.А. Беляева. – СПб.: Европейский ун-т в СПб, 2001.

Директор ЦНН



И.Н.Красова

СОГЛАСОВАНО:

Проректор по ОД



Ю.В.Данейкин