

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»

УТВЕРЖДАЮ:

Проректор по образовательной
деятельности НовГУ

Ю.В. Данейкин

«29» октября 2020 г.



ПРОГРАММА
вступительного испытания по дисциплине «математика»

СОСТАВИТЕЛЬ:

Неустроев Николай Васильевич,
кандидат физ.- мат наук, доцент
кафедры алгебры и геометрии

В.И.С.
«28» октября 2020 г.

Программа вступительного испытания составлена на основании требований федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования.

Целью вступительного испытания является проведение объективной и достоверной оценки уровня подготовки поступающего на программы бакалавриата/специалитета НовГУ и проведение отбора наиболее подготовленных абитуриентов.

Программа содержит порядок проведения вступительного испытания, критерии оценивания экзаменационной работы, содержание программы, список рекомендуемой литературы, пример экзаменационного билета.

Порядок проведения вступительного испытания

Вступительное испытание проводится в письменной или дистанционной форме и предполагает ответы на вопросы экзаменационного билета, которые позволяют определить уровень подготовки поступающего на программы бакалавриата/специалитета НовГУ. Продолжительность вступительного испытания – 2 астрономических часа (120 минут).

Критерии оценивания экзаменационной работы

Максимально возможное количество баллов, которое поступающий может получить на вступительном испытании, – 100 баллов.

Минимальное количество баллов, подтверждающее успешное прохождение вступительного испытания, – 39 баллов (указать пороговое значение). Поступающие, получившие 38 и меньше баллов, к участию в конкурсе не допускаются.

Экзаменационный билет содержит:

7 заданий в блоке А

7 заданий в блоке В

6 заданий в блоке С

Критерии оценивания	Баллы
1. Блок А	5 баллов за каждое правильно выполненное задание
2. Блок В	5 баллов за каждое правильно выполненное задание
3. Блок С	5 баллов за каждое правильно выполненное задание
Итого:	100

Содержание программы

Основные математические понятия и факты

Арифметика, алгебра и начала анализа. Натуральные числа (N). Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное.

Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.

Целые числа (Z). Рациональные числа (Q), их сложение, вычитание, умножение и деление. Сравнение рациональных чисел. Действительные числа (R), их представление в виде десятичных дробей.

Изображение чисел на прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.

Степень с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень.

Логарифмы, их свойства.

Одночлен и многочлен.

Многочлен с одной переменной. Корень многочлена на примере квадратного трехчлена.

Понятие функции. Способу задания функции. Область определения. Множество значений функции.

График функции. Возрастание и убывание функции; периодичность, четность, нечетность.

Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции (теорема Ферма). Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значение функции на промежутке.

Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n (n \in N)$, $y = \frac{k}{x}$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$; $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$), арифметического корня $y = \sqrt{x}$.

Уравнение. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.

Неравенства. Решения неравенства. Понятие о равносильных неравенствах.

Система уравнений и неравенств. Решения системы.

Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формула n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.

Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).

Преобразование в произведение сумм $\sin \alpha \pm \sin \beta$, $\cos \alpha \pm \cos \beta$.

Определение производной. Ее физический и геометрический смысл.

Производные функций

$$y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = a^x, y = ax^n (n \in \mathbb{Z}), y = \ln x.$$

Геометрия. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Окружность, круг. Параллельные прямые.

Примеры преобразования фигур, виды симметрий. Преобразования подобия и его свойства. Векторы. Операции над векторами.

Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника.

Четырехугольник: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.

Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус, касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор.

Центральные и вписанные углы.

Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.

Подобие. Подобные фигуры. Отношение площадей подобных фигур.

Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

Параллельность прямой и плоскости.

Угол прямой с плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

Многогранники. Их вершины, грани, диагонали. Прямая и наклонная призмы; пирамиды. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.

Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

Формула площади поверхности и объема призмы.

Формула площади поверхности и объема пирамиды.

Формула площади поверхности и объема цилиндра.

Формула площади поверхности и объема конуса.

Формула объема шара.

Формула площади сферы.

Основные формулы и теоремы

Алгебра и начала анализа

Свойства функции $y = kx + b$ и ее график.

Свойства функции $y = k/x$ и ее график.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ и ее график.

Свойства корней квадратного трехчлена на линейные множители. Свойства числовых неравенств.

Логарифм произведения, степени, частного.

Определение и свойства функций $y = \sin x, y = \cos x$ и их графики.
Определение и свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и ее график.

Определение и свойства функции $y = \operatorname{ctg} x$ и ее график.

Решение уравнений вида $\sin x = a, \cos x = a, \operatorname{tg} x = a$.

Формулы приведения.

Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

Тригонометрические функции двойного аргумента.

Производная суммы двух функций.

Геометрия

Свойства равнобедренного треугольника.

Свойства точек, равноудаленных от концов отрезка.

Признаки параллельности прямых.

Сумма углов треугольника. Сумма внешних углов выпуклого многоугольника.

Признаки параллелограмма, его свойства.

Окружность, описанная около треугольника.

Окружность, вписанная в треугольник.

Касательная к окружности и ее свойства.

Величина угла, вписанного в окружность.

Признаки подобия треугольника.

Теорема Пифагора.

Формулы площадей параллелограмма, треугольника, трапеции.

Формула расстояния между двумя точками плоскости. Уравнение окружности.

Признак параллельности прямой и плоскости.

Признак параллельности плоскостей.

Теорема перпендикулярности прямой и плоскости.

Перпендикулярность двух плоскостей.

Теоремы о параллельности и перпендикулярности плоскостей.

Теорема о трех перпендикулярах.

Список рекомендуемой литературы

Основная литература:

1. Школьные учебники по математике, алгебре, алгебре и началам математического анализа, геометрии.
2. Семенов А.В. Единый государственный экзамен. Математика. Комплекс материалов для подготовки учащихся. Учебное пособие. / А.В. Семенов, А.С. Трепалин, И.В. Яценко, И.Р. Высоцкий, П.И. Захаров; под ред. И.В. Яценко; Московский центр непрерывного математического образования. – М.: Интеллект-Центр, 2021. – 192 с.
3. ЕГЭ-2018: Математика: 10 тренировочных вариантов экзаменационных работ для подготовки к единому государственному экзамену: профильный уровень / под ред. И.В. Яценко. – Москва: АСТ, 2021. – 68 с. 4

Дополнительная литература:

1. Маслова Т.Н. Математика: новый полный справочник для подготовки к единому государственному экзамену / Т.Н. Маслова, А.М. Суходский. – Москва: Издательство АСТ: Мир и Образование, 2017. – 672 с.: ил.
2. Лаппо Л.Д. ЕГЭ 2017. Математика. Экзаменационные тесты. Практикум по выполнению текстовых заданий ЕГЭ / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 56 с.
3. Лаппо Л.Д. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень. Самостоятельная подготовка к ЕГЭ. Универсальные материалы с методическими рекомендациями, решениями и ответами / Л.Д. Лаппо, М.А. Попов. – М.: Издательство «Экзамен», 2017. – 351 с

Интернет-ресурсы:

1. <http://edu.ru> – Федеральный портал «Российское образование», поддерживаемый ФГУ ГНИИ.
2. <http://www.fipi.ru> – подготовка к ЕГЭ.
3. <http://reshuege.ru> – подготовка к ЕГЭ.
4. <http://www.mathege.ru> – открытый банк заданий по математике.
5. <http://alexlarin.net/> – сайт Александра Ларина по подготовке к ЕГЭ по математике.
6. <http://math.ru> – математический сайт для школьников, студентов, учителей.

Пример экзаменационного билета

ПРЕДМЕТ МАТЕМАТИКА

Вариант 1

Максимальное количество баллов – 100

ЧАСТЬ 1

(каждое правильно выполненное задание – 1 балл).

При выполнении заданий А1-А7 выберите ОДИН правильный ответ, запишите соответствующую букву в бланк ответов.

А1. Упростите выражение $\frac{11^{1,5}}{11^{0,3}}$.

- 1) 1,2 2) 5 3) $11^{1,2}$ 4) 11^5

А2. Найдите значение выражения $-4\log_{11}(11^3)$.

- 1) -64 2) $-\frac{1}{64}$ 3) -12 4) -1

А3. Вычислите: $\sqrt[4]{0,0625 \cdot 81}$.

- 1) 1,5 2) 3,5 3) 0,45 4) 0,15

А4. Найдите производную функции $y = 12x^3 - e^x$.

- 1) $y' = 15x^2 - xe^{x-1}$ 3) $y' = 36x^2 - xe^{x-1}$
 2) $y' = 3x^2 - \frac{e}{x+1}$ 4) $y' = 36x^2 - e^x$

А5. Решите неравенство $7^{x+2,3} \leq \frac{1}{49}$.

- 1) $(-\infty; 0,3]$ 3) $[-4,3; +\infty)$
 2) $(-\infty; -4,3]$ 4) $[0,3; +\infty)$

А6. Найдите область определения функции $y = \sqrt[10]{\log_2 x - 4}$.

- 1) $[16; +\infty)$ 2) $(0; 16]$ 3) $[4; +\infty)$ 4) $(0; 4]$

А7. Решите уравнение $\cos 2x = 1$.

- 1) $\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$ 3) $\frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$
 2) $\pi n, n \in \mathbb{Z}$ 4) $\frac{\pi}{4} + \frac{\pi n}{2}, n \in \mathbb{Z}$

ЧАСТЬ 2

(каждое правильно выполненное задание – 2 балла).

Выполнение заданий В1 – В7 предполагает написание ответа (слово или словосочетание) самостоятельно. **Ответ запишите в бланк ответов.**

В1. Решите уравнение $4^{x+1} + 8 \cdot 4^x = 3$.

В2. Найдите значение выражения $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \alpha\right) - 4\cos(\pi - \alpha)$, если $\cos \alpha = -0,4$.

В3. Решите уравнение $5 \cdot 10^{\lg x} = 7x - 15$.

В4. Найдите значение выражения $\frac{100 - t^{(-1)}}{10 + t^{(-0,5)}} - 6t^{0,5}$ при $t = 25$.

В5. Бак заполняют керосином за 2 часа 30 минут с помощью трёх насосов, работающих вместе. Производительности насосов относятся как 3 : 5 : 8. Сколько процентов объёма будет заполнено за 1 час 18 минут совместной работы второго и третьего насосов?

В6. В равнобедренном треугольнике с вершинами в точках A(2,3,1), B(1,3,3) и C(2,4,3) длина основания равна...

В7. Если площадь ромба равна 24 см^2 , а длина высоты равна 6 см, то периметр ромба равен...

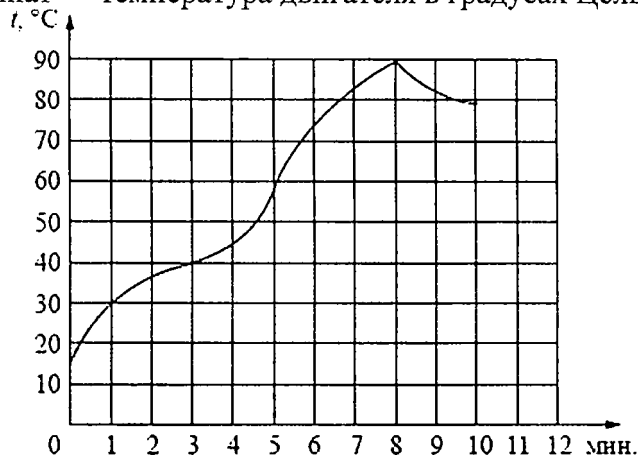
ЧАСТЬ 3

(каждое правильно выполненное задание – 5 баллов).

Задания С1 – С6 на установление соответствия понятия и определения.

К каждой позиции, данной в первом столбце, подберите соответствующую позицию из второго столбца. Ответы запишите в бланк ответов.

С1. На графике показан процесс разогрева двигателя легкового автомобиля. На оси абсцисс откладывается время в минутах, прошедшее с момента запуска двигателя, на оси ординат — температура двигателя в градусах Цельсия.



Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику процесса разогрева двигателя на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОЦЕССА
А) 0–2 мин.	1) температура росла медленнее всего

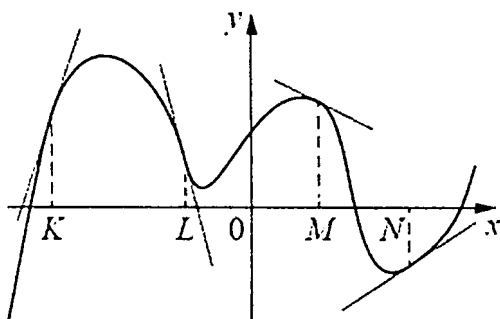
Б) 2–4 мин.	2) температура падала
В) 4–6 мин.	3) температура росла быстрее всего
Г) 8–10 мин.	4) температура не превышала 40 °С

В таблице под каждой буквой, соответствующей интервалу времени, укажите номер характеристики процесса.

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

С2. На рисунке изображён график функции, к которому проведены касательные в четырёх точках.



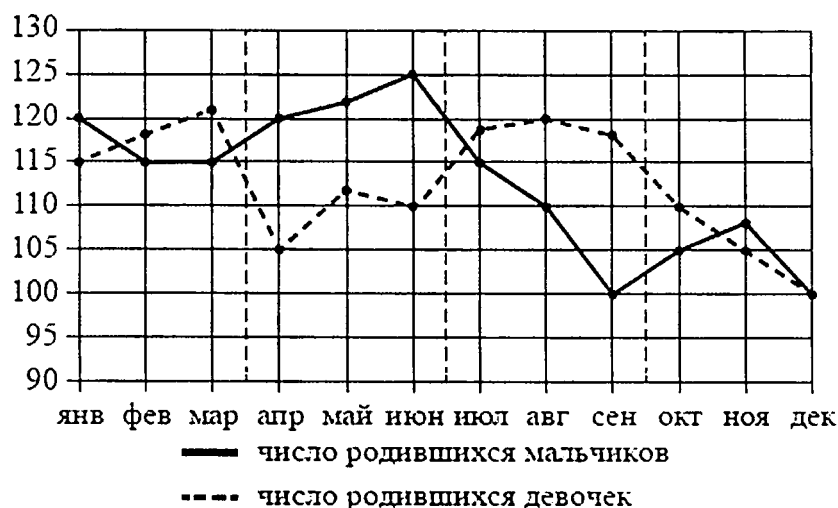
Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) K	1) -4
Б) L	2) 3
В) M	3) $\frac{2}{3}$
Г) N	4) $-0,5$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

С3. На рисунке точками изображено число родившихся мальчиков и девочек за каждый календарный месяц 2013 года в городском роддоме. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали — количество родившихся мальчиков и девочек (по отдельности). Для наглядности точки соединены линиями.



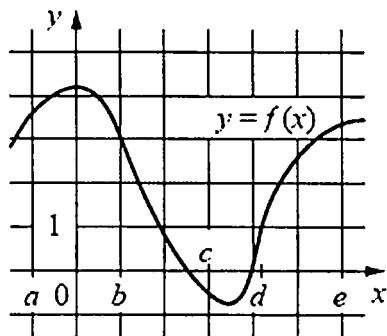
Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику рождаемости в этот период.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ РОЖДАЕМОСТИ
А) 1-й квартал года	1) рождаемость мальчиков превышала рождаемость девочек
Б) 2-й квартал года	2) рождаемость девочек росла
В) 3-й квартал года	3) рождаемость девочек снижалась
Г) 4-й квартал года	4) разность между числом родившихся мальчиков и числом родившихся девочек в один из месяцев этого периода достигает наибольшего значения за год

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

С4. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$. Числа a, b, c, d и e задают на оси x четыре интервала. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу характеристику функции или её производной.



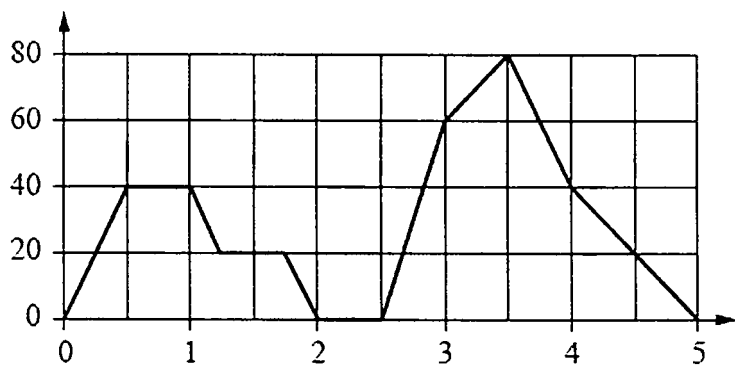
Ниже указаны значения производной в данных точках. Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждой точке значение производной в ней.

ТОЧКИ	ЗНАЧЕНИЯ ПРОИЗВОДНОЙ
А) $(a; b)$	1) производная отрицательна на всём интервале
Б) $(b; c)$	2) производная положительна в начале интервала и отрицательна в конце интервала
В) $(c; d)$	3) функция отрицательна в начале интервала и положительна в конце интервала
Г) $(d; e)$	4) производная положительна на всём интервале

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

С5. На графике изображена зависимость скорости движения легкового автомобиля на пути между двумя городами от времени. На вертикальной оси отмечена скорость в км/ч, на горизонтальной — время в часах, прошедшее с начала движения автомобиля.



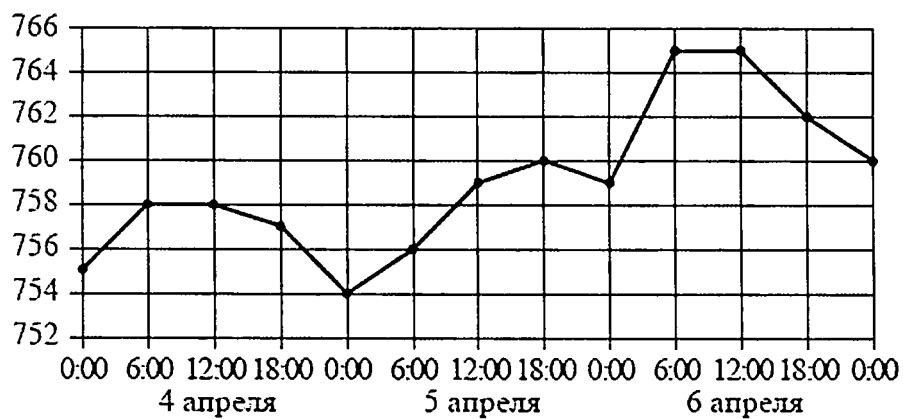
Пользуясь графиком, поставьте в соответствие каждому интервалу времени характеристику движения автомобиля на этом интервале.

ИНТЕРВАЛЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ДВИЖЕНИЯ
А) второй час пути Б) третий час пути В) четвёртый час пути Г) пятый час пути	1) автомобиль не разогнался и некоторое время ехал с постоянной скоростью 2) скорость автомобиля постоянно снижалась 3) автомобиль сделал остановку 4) скорость автомобиля достигла максимума за всё время движения

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

С6. На рисунке точками изображено атмосферное давление в городе N на протяжении трёх суток с 4 по 6 апреля 2013 года. в течение суток давление измеряется 4 раза: ночью (00:00), утром (06:00), днём (12:00) и вечером (18:00). По горизонтали указывается время суток и дата, по вертикали — давление в миллиметрах ртутного столба. Для наглядности точки соединены линиями.



Пользуясь рисунком, поставьте в соответствие каждому из указанных периодов времени характеристику давления в городе N в течение этого периода.

ПЕРИОДЫ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕРИСТИКИ ДАВЛЕНИЯ
А) ночь 4 апреля (с 0 до 6 часов)	1) наибольший рост давления
Б) день 5 апреля (с 12 до 18 часов)	2) давление достигло 758 мм рт. ст.
В) ночь 6 апреля (с 0 до 6 часов)	3) давление не менялось
Г) утро 6 апреля (с 6 до 12 часов)	4) наименьший рост давления

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г