Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем
Кафедра алгебры и геометрии

УТВЕРЖДАЮ
Директор ИЭИС
_____ Е.И. Эминов
«11» 02 2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА
учебной дисциплины

Алгебра, геометрия и математическая логика

по направлению подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) Прикладная математика и информатика

СОГЛАСОВАНО
Начальник отдела обеспечения
деятельности ИЭИС
_____ П.В. Лысухо
«11» 02 2020 г.

Заведующий выпускающей
кафедрой ПМИ
_____ А.С. Татаренко
«10» 02 2020 г.

Разработал
Доцент кафедры АГ
_____ Н.В. Неустроев
«05» 02 2020 г.

Доцент кафедры АГ
_____ О.П. Матвеева
«05» 02 2020 г.

Принято на заседании кафедры АГ
Протокол № 6 от «07» 02 2020 г.
Заведующий кафедрой АГ
_____ Т.Г. Сукачева
«07» 02 2020 г.

1 Цели и задачи освоения учебной дисциплины

Цельосвоения учебной дисциплины:формирование компетентности студентов в области алгебры, геометрии и математической логики и их применения при изучении базовых курсов алгебры, геометрии, а также в ходе изучения смежных математических дисциплин.

Задачи дисциплины:

а) формирование систематизированных теоретических знаний аппаратного материала линейной алгебры, геометрии и математической логики;

б) овладение основными вычислительными методами, на которых базируется решение типовых заданий, развитие логического и алгоритмического мышления;

в) выработка умений самостоятельно расширять математические знания и применять их к решению задач.

2 Место учебной дисциплины в структуре ОПОП

Учебная дисциплина относится к обязательной части учебного плана основной профессиональной образовательной программы направления подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика направленность (профилю) Прикладная математика и информатика. Изучение учебной дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися в рамках общеобразовательной школы. Освоение учебной дисциплины является компетентностным ресурсом для дальнейшего изучения следующих дисциплин: «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения» и т.д., а также для успешного прохождения практики, для выполнения научно-исследовательской работы и написания выпускной квалификационной работы.

3 Требования к результатам освоения учебной дисциплины

Перечень компетенций, которые формируются в процессе освоения учебной дисциплины:

общепрофессиональная компетенция:

ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Результаты освоения учебной дисциплины представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты освоения учебной дисциплины

Код и наименование компетенции	Результаты освоения учебной дисциплины (индикаторы достижения компетенций)		
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знать фундаментальные понятия в области математических и естественных наук	Уметь решать стандартные профессиональные задачи с применением фундаментальных знаний, полученных в области математических илиестественных наук	Владеть навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности с применением фундаментальных знаний, полученных в области математических или естественных наук

4 Структура и содержание учебной дисциплины

4.1 Трудоемкость учебной дисциплины

4.1.1 Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Трудоемкость учебной дисциплины для очной формы обучения

Части учебной дисциплины	**Всего**	Распределение по семестрам
		2 семестр
1 Трудоемкость учебной дисциплины (модуля) в зачетных единицах (ЗЕТ)	**6**	6
1 Контактная аудиторная работа в академических часах (АЧ)	**70**	70
2 Курсовая работа/курсовой проект (АЧ) *(при наличии)*	**-**	-
3 Внеаудиторная СРС в академических часах (АЧ)	**110**	110
4 Промежуточная аттестация (*зачет; дифференцированный зачет; экзамен) (АЧ)*	**36 экзамен**	36 экзамен

4.2 Содержание учебной дисциплины

Раздел 1 Линейные, евклидовы пространства. Линейные операторы

1.1 Линейные пространства, примеры, свойства.Базис и размерность линейного пространства.Матрица перехода. Связь между координатами. Пересечение и сумма подпространств

1.2 Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы.Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства

1.3 Линейные операторы. Матрица линейного оператора.Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах

1.4 Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторыЛинейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы

1.5 Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Метод Лагранжа и метод Якоби

Раздел 2 Математическая логика

2.1 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями

2.2 Формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики. Равносильные преобразования формул

2.3 Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики

2.4 Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ)

2.5 Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ)

2.6 Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики

2.7 Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов

2.8 .Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма

2.9 Общезначимость и выполнимость формул

2.10 Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицания предложений

4.3 Трудоемкость разделов учебной дисциплины и контактной работы

Таблица 3 – Трудоемкость разделов учебной дисциплины

№ п/п	*Наименование разделов (тем) учебной дисциплины (модуля), УЭМ, наличие КП/КР*	*Контактная работа (в АЧ)*					*Внеауд СРС (в АЧ)*	*Форма текущего контроля*
		Аудиторная			*в т.ч. СРС*	*Экз*		
		ЛЕК	*ПЗ*	*ЛР*				
Раздел 1 Линейные, евклидовы пространства. Линейные операторы								
1.1	Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода. Связь между координатами. Пересечение и сумма подпространств	3	3	-	1		10	Домашняя работа СРС-1.1
1.2	Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы. Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства	3	5	-	1		12	Домашняя работа СРС-1.2
1.3	Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах	3	5	-	1		13	Домашняя работа СРС-1.3
1.4	Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы	3	4	-	2		10	Домашняя работа СРС-1.4
1.5	Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Метод Лагранжа и метод Якоби	2	4	-	1		10	Домашняя работа СРС-1.5
	Рубежная аттестация							Контрольная работа-1 Контрольный опрос-коллоквиум1
Раздел 2 Математическая логика								
2.1	Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями	1	2	-	1		5	Домашняя работа СРС-2.1
2.2	Формулы алгебры логики. Равносильные	3	2	-	1		5	Домаш

	формулы алгебры логики. Равносильные преобразования формул							няя работа СРС-2.2
2.3	Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики	1	2	-	0,5		7	Домашняя работа СРС-2.3
2.4	Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ)	1	2	-	0,5		8	Домашняя работа СРС-2.4
2.5	Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ)	2	2	-	0,5		5	Домашняя работа СРС-2.5
2.6	Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики	1	2	-	0,5		5	Домашняя работа СРС-2.6
2.7	Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов	2	2	-	0,5		5	Домашняя работа СРС-2.7
2.8	Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма	1	3	-	0,5		5	Домашняя работа СРС-2.8
2.9	Общезначимость и выполнимость формул	1	2	-	0,5		5	Домашняя работа СРС-2.9
2.10	Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицания предложений.	1	2	-	0,5		5	Домашняя работа СРС-2.10
								Контрольная работа 2 Контрольный опрос-коллоквиум 2
	Промежуточная аттестация					**36**		***экзамен***
	Итого	**28**	**42**		**12**	**36**	**110**	

4.4 Лабораторные работы и курсовые работы/курсовые проекты

4.4.1 Перечень тем лабораторных работ:
Лабораторные работы не предусмотрены учебным планом.

4.4.2 Примерные темы курсовых работ/курсовых проектов:

Курсовые работы/курсовые проекты не предусмотрены учебным планом.

5 Методические рекомендации по организации освоения учебной дисциплины

Таблица 4 – Методические рекомендации по организации лекций

№	Темы лекционных занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1 Линейные, евклидовы пространства. Линейные операторы		
1	**Л 1-3**Линейные пространства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода. Связь между координатами. Пересечение и сумма подпространств (информационная лекция)	3
2	**Л 4-6**Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы евклидова пространства. Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства (информационная лекция)	3
3.	**Л 7-9**Линейные операторы, примеры, свойства. Матрица линейного оператора Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах (информационная лекция)	3
4	**Л 10-12**Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторыЛинейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы(информационная лекция)	3
5	**Л 13-14**Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Метод Лагранжа и метод Якоби (информационная лекция)	2
Раздел 2 Математическая логика		
6	**Л 15** Высказывания и логические операции над ними (вводная лекция)	1
7	**Л 16-18**Понятие формулы алгебры логики. Группы равносильностей(информационная лекция)	3
8	**Л 19**Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики (информационная лекция)	1
9	**Л 20**Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма **(**информационная лекция)	1
10	**Л 21-22**Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ) (информационная лекция)	2
11	**Л 23**Проблема разрешимости. Приложения алгебры логики к РКС (информационная лекция)	1
12	**Л 24-25**Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов(информационная лекция**)**	2
13	**Л 26** Равносильности логики предикатов (информационная лекция)	1
14	**Л 27** Общезначимость и выполнимость формул.	1
15	**Л 28** Применение логики предикатов в математике. Общезначимость и выполнимость формул. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях (информационная лекция)	1
ИТОГО		**28**

Таблица 5 –Методические рекомендации по организации практических занятий

№	Темы практических занятий (форма проведения)	Трудоемкость в АЧ
Раздел 1Линейные, евклидовы пространства. Линейные операторы		
1	**ПЗ 1-3** Различные примеры на линейные пространства. Нахождение базиса и размерности линейных пространств. Связь между базисами и координатами вектора. Нахождение базиса и размерности пересечения, суммы	3

	подпространств (работа в группах, обсуждения, СРС)	
2	**ПЗ 4-8**Различные примеры евклидовых пространств. Процесс ортогонализации, нахождение ортогонального и ортонормированного базисов евклидовых пространств (работа в группах, обсуждения, СРС)	5
3	**ПЗ 9-13**Различные примеры линейных операторов. Задание линейного оператора с помощью отображения базиса. Вычисления матрицы линейного оператора в различных базисах (работа в группах, обсуждения, СРС)	5
4	**ПЗ 14-17**Действия над линейными операторами и вычисление их матриц. Различные примеры вырожденных и невырожденных линейных операторов Различные примеры линейных операторов с простым спектром и с простой структурой. Нахождение диагональной матрицы и жорданова базиса, нахождение жордановой формы матрицы (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
5	**ПЗ 18-21**Нахождение матрицы квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду (работа в группах, обсуждения, СРС)	4
Раздел 2 Математическая логика		
6	**ПЗ 22-23**Высказывания и логические операции над ними (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
7	**ПЗ 24-25** Равносильные преобразования формул (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
8	**ПЗ 26-27** Функции алгебры логики(работа в группах, обсуждения, СРС)	2
9	**ПЗ 28-29** ДНФ и СДНФ. Два способа получения СДНФ(работа в группах, обсуждения, СРС)	2
10	**ПЗ 30-31**(КНФ и СКНФ) (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
11	**ПЗ 32-33** Проблема разрешимости. Примеры решения задач (работа в группах, обсуждения, СРС)	2
12	**ПЗ 34-35**Логические и кванторные операции над предикатами (работах в группах, обсуждения, СРС)	2
13	**ПЗ 36-38**Равносильности логики предикатов (обсуждения, работа в группах, СРС)	3
14	**ПЗ 39-40** Общезначимые и выполнимые формулы (обсуждения. работа в группах, СРС)	2
15	**ПЗ 41-42**Прямая, обратная и противоположная теоремы. Необходимые и достаточные условия (обсуждения. работа в группах, СРС)	2
ИТОГО		**42**

Рекомендации к проведению практических занятий

Содержание основных разделов, а также методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л – 1 академический час, ПЗ – 1 академический час). Теоретические разделы соответствуют учебникам [1; 2; 5], практические занятия, домашние задания и задания для самостоятельных работ соответствуют учебникам [3; 4; 5; 7]. Темы домашних работ и самостоятельных работ указаны для каждого раздела в ФОС. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, аналоги которых разработаны в аудитории, а также примеры, требующие самостоятельного поиска путей решений в соответствии с рассмотренной теорией.

Темы самостоятельных работ представлены ниже раздела. Отчет о проделанной самостоятельной работе и домашние работы представляются в виде конспекта.

Единый взгляд на возникавшие в курсе дисциплины «Алгебра и геометрия» – комплексные числа, трехмерные и n-мерные векторы, матрицы и многочлены – обосновывают ведение понятия линейного пространства и изучение его общих свойств: базиса, размерности координат, матриц перехода, скалярного произведения, линейных операторов, то есть всего того, что составляет предмет линейной алгебры. Взаимосвязь между алгеброй и геометрией важно иллюстрировать в каждой изучаемой теме курса. Так,

например, матрицы попеременно выступают то в роли алгебраических объектов – как совокупности коэффициентов систем линейных уравнений, то в роли геометрических – как матрицы преобразований пространства. Особое внимание стоит обращать на возможность применения геометрических методов в решении алгебраических задач, и наоборот.

Следовательно, с помощью постоянного прослеживания связей между алгебраической и геометрической составляющими математики можно эффективно решить задачу по формированию базовых теоретических знаний и практических навыков по изучаемой дисциплине.

Технологически эти задачи решаются с помощью информационных лекций, практических занятий, ответов на вопросы студентов, обсуждений результатов решения задач, самостоятельной работы студентов.

6 Фонд оценочных средств учебной дисциплины

Фонд оценочных средств представлен в Приложении А.

7 Условия освоения учебной дисциплины

7.1 Учебно-методическое обеспечение

Учебно-методическое обеспечение учебной дисциплины представлено в Приложении Б.

7.2 Материально-техническое обеспечение

Таблица 7 – Материально-техническое обеспечение учебной дисциплины

№	Требование к материально-техническому обеспечению	Наличие материально-технического оборудования и программного обеспечения
1	Наличие учебной аудитории	Учебная мебель, доска
2	Мультимедийное оборудование	1 компьютер, проектор, экран, выход в интернет
3	Программное обеспечение	MicrosoftWindows 7 Professional. Dreamspark (Imagine) № 370aef61-476a-4b9f-bd7c-84bb13374212. MicrosoftOffice 2007 Standard. OpenLicense № 47742190.

Приложение А
(обязательное)

Фонд оценочных средств
учебной дисциплины «Алгебра, геометрия и математическая логика»

1 Структура фонда оценочных средств

Фонд оценочных средств состоит их двух частей:

а) открытая часть – общая информация об оценочных средствах (название оценочных средств, проверяемые компетенции, баллы, количество вариантов заданий, методические рекомендации для применения оценочных средств и пр.), которая представлена в данном документе, а также те вопросы и задания, которые могут быть доступны для обучающегося;

б) закрытая часть – фонд вопросов и заданий, который не может быть заранее доступен для обучающихся (вопросы к контрольной работе, коллоквиуму и пр.) и который хранится на кафедре.

2 Перечень оценочных средств текущего контроля и форм промежуточной аттестации

Таблица А.1 – Перечень оценочных средств

№	Оценочные средства для текущего контроля	Разделы (темы) учебной дисциплины	Баллы	Проверяемые компетенции
1.	Контрольный опрос-коллоквиум 1	1.1. Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода. Связь между координатами. Пересечение и сумма подпространств. 1.2. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы. Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства. 1.3. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 1.4. Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы. 1.5. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Метод Лагранжа и метод Якоби.	50	ОПК-1
1.	Контрольный опрос-коллоквиум 2	2.1 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями. 2.2 Формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики. Равносильные преобразования формул.	50	

		2.3 Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики. 2.4 Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ). 2.5 Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ). 2.6 Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики. 2.7 Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов. 2.8 Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма. 2.9 Общезначимость и выполнимость формул. 2.10 Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицания предложений.		
2.	Контрольная работа 1	1.1. Линейные пространства, примеры, свойства. Базис и размерность линейного пространства. Матрица перехода. Связь между координатами. Пересечение и сумма подпространств. 1.2. Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы. Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства. 1.3. Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. 1.4. Алгебра линейных операторов. Вырожденные и невырожденные операторы Линейные операторы с простым спектром и с простой структурой. Жорданова форма матрицы. 1.5. Квадратичные формы. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов. Метод Лагранжа и метод Якоби.	50	
	Контрольная работа 2	2.1 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями. 2.2 Формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики. Равносильные преобразования формул.	50	

		2.3 Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики. 2.4 Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ). 2.5 Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ). 2.6 Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики. 2.7 Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов. 2.8 Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма. 2.9 Общезначимость и выполнимость формул. 2.10 Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицания предложений.		
3.	Домашняя работа	По всем темам: 1.1, 1.2, 1.3,1.4, 1.5, 2.1-2.10.	10x2,5	
4.	Самостоятельная работа	По всем темам: 1.1, 1.2, 1.3,1.4, 1.5, 2.1-2.10.	10x2,5	
Промежуточная аттестация				
	Экзамен		50	
	ИТОГО		**300**	

3 Рекомендации к использованию оценочных средств

Таблица А.2 – Контрольный опрос-коллоквиум (КЛ 1, КЛ 2)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
26–34 балла	испытывает трудности при демонстрации знаний, испытывает трудности в определениях терминов и описаниях алгоритмов действий	2	2
35–44 балла	допускает неточности при изложении материала; не всегда четко дает определения терминов, имеет представление об алгоритмах действий		
45–50 баллов	имеет целостное представление об излагаемом материале, определения четкие, безошибочны алгоритмы действий		

Контрольные вопросы (КЛ 1)

1 Определение линейного пространства, свойства, примеры.
2 Линейная зависимость и линейная независимость конечной системы векторов, свойства.
3 Размерность и базис линейного пространства.
4 Связь между базисами.Преобразование координат вектора.
5 Подпространства. Пересечение и сумма подпространств.
6 Размерность суммы двух конечномерных подпространств.
7 Прямая сумма подпространств. Теорема. Следствие.
8 Евклидово пространство. Длина вектора, угол между векторами. Теоремы.
9 Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства.
10 Определение и простейшие свойства линейных операторов.Задание линейного оператора с помощью отображения базиса.
11 Матрица линейного оператора.
12 Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобные матрицы.
13 Операции над линейными операторами.
14 Изоморфизм линейных алгебр.
15 Образ линейного оператора.
16 Ядро линейного оператора.
17 Вырожденные и невырожденные операторы. Обратный оператор.
18 Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
19 Характеристическое уравнение линейного оператора.
20 Линейный оператор с простым спектром, с простой структурой. Приведение матрицы к диагональному виду.
21 Инвариантные подпространства.
22 Собственные подпространства, свойства.
23 Теорема Гамильтона-Кэли.
24 Корневые подпространства. Жордановы цепочки. Циклические подпространства. Теорема Жордана.

Контрольные вопросы (КЛ 2)

1. Предмет математической логики.
2. Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями.
3. Понятие формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики.
4. Алгебра Буля.
5. Функции алгебры логики.
6. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
7. ДНФ и СДНФ.
8. КНФ и СКНФ.
9. Проблема разрешимости.
10. Приложения алгебры логики.
11. Понятие предиката.

12. Операции над предикатами: логические и кванторные.
13. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.
14. Равносильные формулы логики предикатов.
15. Предваренная нормальная форма.
16. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости.
17. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.
18. Приложения логики предикатов к математике. Запись определений и теорем. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы.
19. Приложения логики предикатов к математике. Необходимые и достаточные условия. Доказательство методом от противного.

Таблица А.3– Контрольная работа (КР)

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
26–34 балла	испытывает трудности при выполнении заданий	2	6 заданий из соответствующего раздела
35–44 балла	допускает неточности при выполнении заданий		
45–50 баллов	демонстрирует четкое и безошибочное выполнение заданий		

Демонстрационный вариантКР1

Тема: «Линейные, евклидовы пространства и линейные операторы»

№ 1. Даны две системы векторов в пространстве R^3. Доказать, что каждая из них образует базис пространства и найти матрицу перехода от базиса

$$(\vec{e}) = \begin{cases} \vec{e}_1 = (3,2,-1) \\ \vec{e}_2 = (0,1,5) \\ \vec{e}_3 = (-1,2,14) \end{cases} \qquad (\vec{v}) = \begin{cases} \vec{v}_1 = (4,-1,-2) \\ \vec{v}_2 = (3,2,-6) \\ \vec{v}_3 = (1,0,-1) \end{cases}.$$

№ 2. Найти базис и размерность суммы и пересечения пространств $L_1(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (-1,2,3,4) \\ \vec{a}_2 = (1,1,2,-1) \\ \vec{a}_3 = (0,-1,5,-3) \end{cases}$

и $L_2(\vec{b}) = \begin{cases} \vec{b}_1 = (2,6,24,-1) \\ \vec{b}_2 = (1,3,12,0) \end{cases}$

№ 3. Найти ортонормированный базис линейной оболочки векторов:

$$L(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (1,1,-1,-2) \\ \vec{a}_2 = (5,8,-2,-3) \\ \vec{a}_3 = (3,9,3,8) \end{cases}.$$

№ 4. Разложить вектор $\bar{x} = (1,2,3,1)$ на сумму составляющих $\bar{y}$ и $\bar{z}$, где $\bar{y} \in Z(\bar{a}_1, \bar{a}_2)$, $z \in Z^{\perp}$

$$\bar{a}_1 = (1,0,2,1); \quad \bar{a}_2 = (0,3,1,0).$$

№ 5. Даны два базиса $\vec{e}_1 = \vec{e}'_1, \vec{e}_2 = 3\vec{e}'_1 + \vec{e}'_2, \vec{e}_3 = 2\vec{e}'_1 + \vec{e}'_2 + 2\vec{e}'_3$ и $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$ линейного пространства и матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 3 & 1 \\ -1 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ линейного оператора в базисе $\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$. Найти матрицу этого линейного оператора в базисе $\vec{e}'_1, \vec{e}'_2, \vec{e}'_3$.

№ 6. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{pmatrix}, B_1 = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 9 \\ 6 & 5 & 9 \\ -6 & -6 & -10 \end{pmatrix}.$$

Примечание: Задачи для контрольных работ берутся из учебных изданий [3].

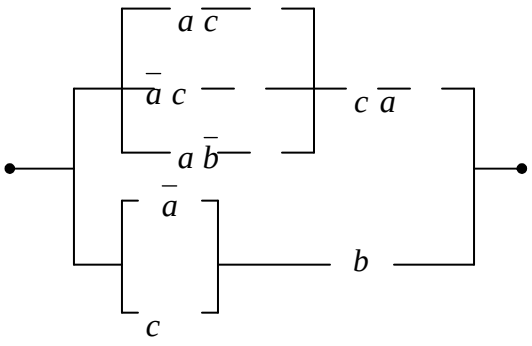
Демонстрационный вариантКР2

Тема: «Алгебра логики, логика предикатов»

1. Доказать равносильность двух данных формул:

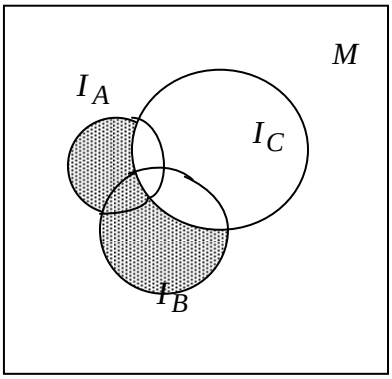
$$F(x,y,z) = (x \wedge (y \to z) \vee \overline{x \vee z}) \leftrightarrow \overline{\overline{y} \leftrightarrow z},$$
$$G(x,y,z) = \overline{x \to z} \vee y.$$

2. Для формулы $F(x,y,z)$ или $G(x,y,z)$ из задачи 1 найти СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (с помощью равносильных преобразований и с помощью таблицы истинности).
3. Упростить следующую РКС:



4. Четыре ученицы – Анита, Бригитта, Криста и Дана – закончили между собой соревнования. На вопрос, кто какое место занял, получены такие высказывания:
«Анита победила, а Бригитта заняла второе место».
«Анита заняла второе место, а Криста – третье».
«Дана заняла второе место, а Криста – четвертое».
Как выяснилось позднее, в каждом из высказываний одно утверждение правильно, а другое ложно. Какое место заняла каждая из девочек?

5. На рисунке изображена область истинности некоторого предиката. Записать этот предикат.



6. В следующем предложении вместо многоточия поставьте слова «необходимо, но недостаточно» или «достаточно, но не необходимо», или «необходимо и достаточно» так, чтобы получилось истинное утверждение: «Для того чтобы числовая последовательность имела предел,…, чтобы она была монотонна и ограничена».

Таблица А.4 – Самостоятельная работа (СР)

Критерии оценки		Количество заданий
13-18 баллов	Не менее 50%, но менее 70% от числа баллов, выделенных на СР	2 из контролируемого раздела
19-22 баллов	Не менее 70%, но менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	
23-25 баллов	Не менее 90% от числа баллов, выделенных на СР	

Задачи для самостоятельных работ берутся из учебников [3; 4; 5; 7] списка литературы.

Темы СРС 1.1:

1 Примеры линейных пространств, свойства.
2 Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3 Базис и размерность линейного пространства
4 Вычисление матрицы перехода и координат вектора в различных базисах.
5 Нахождение размерностей и базисов подпространств, их пересечения и суммы подпространств.

Темы СРС 1.2

1. Вычисление длины вектора и угла между векторами.
2. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса.
3. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора на подпространство.
4. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса и размерности ортогонального дополнения подпространства

Темы СРС 1.3

1. Примеры линейных операторов.
2. Нахождение матрицы линейного оператора.
3. Вычисление матриц линейного оператора в различных базисах.

Темы СРС 1.4

1. Действия над линейными операторами и вычисление их матриц. Различные примеры вырожденных и невырожденных линейных операторов
2. Приведение матрицы к диагональному виду.
3. Приведение матрицы к жордановой форме.

Темы СРС 1.5

1. Квадратичные и билинейные формы.
2. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.

Темы СРС 2.1

1. Высказывания и логические операции над ними.
2. Решение задач по теме 2.1.

Темы СРС 2.2

1. Формулы алгебры логики.
2. Таблицы истинности.
3. Решение задач по теме 2.2.

Темы СРС 2.3

1. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
2. Решение задач по теме 2.3.

Темы СРС 2.4

1. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ).

2. Решение задач по теме 2.4.

Темы СРС 2.5

1. Конъюктивная нормальная форма и совершенная конъюктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ).

2. Решение задач по теме 2.5.

Темы СРС 2.6

1. Приложения алгебры логики к РКС.
2. Решение задач по теме 2.6.

Темы СРС 2.7

1. Решение задач по теме 2.7 [5]: 3.1, 3.4, 3,6, 3.7, 3.10.

Темы СРС 2.8

1. Решение задач по теме 2.8 [5]: 3.18, 3.19, 3.20, 3.22, 3.23, 3.25; ПНФ: 3.33.

Темы СРС 2.9

1. Решение задач по теме 2.9 [5]: 3.31.

Темы СРС 2.10

1. Приложения языка логики предикатов.

2. Решение задач по теме 2.10 [5]: 3.34, 3.35, 3.36, 3.39, 3.40.

Таблица А.5 – Домашняя работа (ДР)

Критерии оценки		Количество заданий
13-18 баллов	Низкое качество выполнения учебных заданий (не выполнены либо оценены числом баллов, близким к минимальному)	2 из контролируемого раздела
19-22 баллов	Достаточное качество выполнения всех предложенных заданий (ни одно из них не оценено минимальным числом баллов, но имеются отдельные недочеты)	
23-25 баллов	Высокое качество выполнения всех предложенных заданий	

Задачи для домашних работ берутся из учебников [3; 4; 5; 7] списка литературы.

Темы домашней работы 1.1:

1. Примеры линейных пространств, свойства.
2. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов.
3. Базис и размерность линейного пространства
4. Вычисление матрицы перехода и координат вектора в различных базисах.
5. Размерности и базисы подпространств, их пересечения и суммы.

Темы домашней работы 1.2:

1. Вычисление длины вектора и угла между векторами.
2. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса.
3. Нахождение ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора на подпространство.
4. Нахождение ортогонального и ортонормированного базиса и размерности ортогонального дополнения подпространства

Темы домашней работы 1.3:

1. Примеры линейных операторов.
2. Нахождение матрицы линейного оператора.
3. Вычисление матриц линейного оператора в различных базисах.

Темы домашней работы 1.4:

1. Действия над линейными операторами и вычисление их матриц.
2. Различные примеры вырожденных и невырожденных линейных операторов.

Темы домашней работы 1.5:

1. Квадратичные и билинейные формы.
2. Приведение квадратичной формы к каноническому и нормальному виду.

Темы домашней работы 2.1:

1. Высказывания и логические операции над ними.

Темы домашней работы 2.2:

1. Формулы алгебры логики.
2. Таблицы истинности.

Темы домашней работы 2.3:

1. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.

Темы домашней работы 2.4:

1. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ).

Темы домашней работы 2.5:

1. Конъюктивная нормальная форма и совершенная конъюктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ).

Темы домашней работы 2.6:

1. Приложения алгебры логики к РКС

Темы домашней работы 2.7:

1. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.

Темы домашней работы 2.8:

1. Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма.

Темы домашней работы 2.9:

1. Общезначимость и выполнимость формул.

Темы домашней работы 2.10:

1. Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицания предложений.

Таблица А.6 – Экзамен

Критерии оценки		Количество вариантов заданий	Количество вопросов
25–34 балла	ответ не полный, слабо аргументированный, демонстрирует несформированность некоторых практических умений, низкий уровень мотивации учения	10	4
35–44 балла	ответ полный, достаточно обоснованный, с отдельными неточностями в изложении. Пути решения практических задач не всегда рациональны. Уровень мотивации учения		

	средний		
45-50 баллов	ответ полный с достаточно глубоким пониманием теоретических и практических вопросов. Изложение четкое, логически выдержанное. Высокий уровень мотивации учения		

Контрольные вопросы к экзамену «Алгебра, геометрия и математическая логика»

1. Определение линейного пространства, свойства, примеры.
2. Линейная зависимость и линейная независимость конечной системы векторов, свойства.
3. Размерность и базис линейного пространства.
4. Связь между базисами.Преобразование координат вектора.
5. Подпространства. Пересечение и сумма подпространств.
6. Размерность суммы двух конечномерных подпространств.
7. Прямая сумма подпространств. Теорема. Следствие.
8. Евклидово пространство. Длина вектора, угол между векторами. Теоремы.
9. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства.
10. Определение и простейшие свойства линейных операторов.Задание линейного оператора с помощью отображения базиса.
11. Матрица линейного оператора.
12. Связь между матрицами линейного оператора в различных базисах. Подобные матрицы.
13. Операции над линейными операторами.
14. Изоморфизм линейных алгебр.
15. Образ линейного оператора.
16. Ядро линейного оператора.
17. Вырожденные и невырожденные операторы. Обратный оператор.
18. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
19. Характеристическое уравнение линейного оператора.
20. Линейный оператор с простым спектром, с простой структурой. Приведение матрицы к диагональному виду.
21. Инвариантные подпространства.
22. Собственные подпространства, свойства.
23. Теорема Гамильтона-Кэли.
24. Корневые подпространства. Жордановы цепочки. Циклические подпространства. Теорема Жордана.

25. Предмет математической логики. Краткая история ее возникновения и развития.
26. Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями.
27. Понятие формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики.
28. Алгебра Буля.
29. Функции алгебры логики.
30. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
31. ДНФ и СДНФ.

32. КНФ и СКНФ.
33. Проблема разрешимости.
34. Приложения алгебры логики.
35. Понятие предиката.
36. Операции над предикатами: логические и кванторные.
37. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.
38. Равносильные формулы логики предикатов.
39. Предваренная нормальная форма.
40. Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости.

Пример экзаменационного билета:

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра алгебры и геометрии
Экзаменационный билет № 1
Учебная дисциплина **Алгебра, геометрия и математическая логика**
Направление подготовки **01.03.02 Прикладная математика и информатика**
Направленность (профиль) **Прикладная математика и информатика**

1 Связь между базисами линейного пространства.

2 Функции алгебры логики.

3 Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей: $A=\begin{pmatrix}1 & 2 & -2\\ 1 & 0 & 3\\ 1 & 3 & 0\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}5 & 6 & 9\\ 6 & 5 & 9\\ -6 & -6 & -10\end{pmatrix}$.

4 На множестве $M=\{-10,-9,-8,...,8,9,10\}$ заданы предикаты $A(x): x \vdots 4; B(x): x \vdots 8; C(x): x>0$. Найти область истинности предиката $\overline{B}(x)\,\&\,\overline{C}(x)\to A(x)$. Изобразить ее на диаграмме Эйлера-Венна.

Принято на заседании кафедры АГ
_____ 20__ г. Протокол № _____
Заведующий кафедрой АГ_____ Сукачева Т.Г.

Все материалы для проведения промежуточного контроля хранятся на кафедре.

Приложение Б
(обязательное)

Карта учебно-методического обеспечения
учебной дисциплины «Алгебра, геометрия и математическая логика»

Таблица Б.1 – Основная литература*

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол.стр.)	Кол.экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 157 с.	20	
2Окунев Л.Я. Высшая алгебра: Учебник. – 3-е изд. – СПб.: Лань, 2009. – 336 с.	20	
3Фаддеев Д.К. Задачи по высшей алгебре: Учебное пособие для вузов / Д.К. Фаддеев, И.С. Соминский. – СПб.: Лань, 2001, 2005, 2008. – 287 с.	30	
4 Алгебра и геометрия. Ч.1: Учеб. пособие / Сост.: Д.В. Коваленко, Н.В. Неустроев; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2006, 2008, 2013. – 77 с.	20	
5 Лихтарников Л.М. Сукачева Т.Г. Математическая логика: Курс лекций. Задачник – практикум и решения: Учебн. пособие для вузов. – 3-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2008г.-276с.	100	
6 Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: Учебн. пособие – 3-е изд., стер. – СПб.;М, 2004. – 336с..;Краснодар:Лань	26	
7 Алгебра логики: учеб.-метод. пособие / сост.: Т.Г. Сукачева, О.П, Матвеева: НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2013. – 68с.	150 печ.+ эл. в-т	
Электронные ресурсы		

**См. требования п. 4.3.3 ФГОС 3++ (как правило, при использовании в образовательном процессе печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован печатными изданиями из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого из изданий, указанных в рабочих программах дисциплин (модулей), на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих соответствующую дисциплину (модуль)).*

Таблица Б.2 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол.стр.)	Кол.экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Печатные источники		
1 Шипачев В.С. Высшая математика:Учеб.пособие для студентов вузов.-5-е изд.,стер.– М.:Высшая школа, 2000,2001,2002-2007гг.,.– 479с.	281	

23

2 Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс. 13-е изд. М.:.Айрисс-Пресс. 2015 г. – 608 с. (и издания других лет)	44	
3 Сборник задач по высшей математике. 1 курс : с контрол. работами / К. Н. Лунгу [и др.]. - 9-е изд. - М. : Айрис-Пресс, 2011. - 574 с. – [2009, 2010]	9	
4 Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учебн. пособие для вузов: спец. Математика»/ В.И. Игошин. – 4-е изд, стер. – М.: Академия, 2010. – 440с.	2	
5 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учебн. пособие для вузов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2005. – 302с.	1	
6 Игошин В.И. Задачи и упражнения по математической логике и теории алгоритмов: учебн. пособие для вузов / В.И. Игошин. – 4-е изд, стер. – М.: Академия, 2008. – 302с.	2	
Электронные ресурсы		

Зав. кафедрой _____ Т.Г. Сукачева
подпись

«07» 02 2020г.

Приложение В
(обязательное)

Лист актуализации рабочей программы
учебной дисциплины «Алгебра, геометрия и математическая логика»

Рабочая программа актуализирована на 2021/2022 учебный год.
Протокол № 9 заседания кафедры от «25» 03 2021 г.
Разработчик: Неустроев К.В.
Разработчик: Матвеева О.П.
Зав. кафедрой Сукачева Т.Г.

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.
Протокол № ___ заседания кафедры от «____»_____ 20___ г.
Разработчик: _____
Разработчик: _____
Зав. кафедрой_____

Рабочая программа актуализирована на 20__/20__ учебный год.
Протокол № ___ заседания кафедры от «____»_____ 20___ г.
Разработчик: _____
Разработчик: _____
Зав. кафедрой_____

Таблица В.1 Перечень изменений, внесенных в рабочую программу:

Номер изменения	№ и дата протокола заседания кафедры	Содержание изменений	Зав. кафедрой	Подпись