



## 1 Цели и задачи учебного модуля

Математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавров.

Целью математического образования бакалавра является:

- Воспитание достаточно высокой математической культуры;
- Привитие навыков современных видов математического мышления;
- Привитие навыков использования математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности.

Воспитание у студентов математической культуры включает в себя ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке бакалавра, выработку представлений о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре, умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений.

Задачи УМ состоят в том, чтобы на примерах математических понятий и методов продемонстрировать сущность научного подхода, специфику математики и её роль как способ познания мира, общности её понятий и представлений в решении возникающих проблем. При этом решаются следующие задачи:

- раскрыть роль и значение математических методов исследования при решении творческих задач;
- ознакомить с основными понятиями и методами классической и современной математики;
- научить студентов применять методы математического анализа для построения математических моделей реальных процессов и явлений;
- раскрыть роль и значение вероятностно-статистических методов исследования при решении практических задач.
- формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению.
- освоение обучаемыми математических методов и основ математического моделирования;
- на примерах математических понятий и методов продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику математики и её роль в прикладных исследованиях
- формирование у студентов понимания значимости знаний и умений по дисциплине в их дальнейшей профессиональной работе;
- стимулирование студентов к самостоятельной деятельности по освоению дисциплины и формированию необходимых компетенций.

## 2 Место учебного модуля в структуре ООП направления подготовки

Модуль входит в базовую часть блока 1 базового учебного плана образовательной программы направления подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры.

Для успешного освоения данного модуля студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по дисциплине Математика.

Приобретенные в результате изучения модуля знания, умения и навыки используются при освоении разделов физики, информатики, геодезии, картографии, фотограмметрии и дистанционного зондирования, основ кадастра недвижимости.

### 3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Процесс изучения УМ направлен на формирование компетенций:

ОК-7 способностью к самоорганизации и самообразованию (базовый)

ОПК-1 способен осуществлять поиск, хранение, обработку и анализ информации из различных источников и баз данных, представлять ее в требуемом формате с использованием информационных, компьютерных и сетевых технологий (базовый);

ОПК-3 способностью использовать знания современных технологий проектных, кадастровых и других работ, связанных с землеустройством и кадастрами (базовый)

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть:

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
ОК-7	базовый	- фундаментальные разделы математики, необходимые для логического осмысления и обработки информации в профессиональной деятельности	– пользоваться математической литературой – работать самостоятельно и в коллективе	математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности
ОПК-1	базовый	основные понятия и методы линейной алгебры, векторной алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики,	– применять математический аппарат при изучении общетеоретических и специальных дисциплин и использовать математические методы в решении профессиональных задач	методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики
ОПК-3	базовый	фундаментальные разделы математики, необходимые для выполнения работ и проведения исследований в сервисной деятельности, математические методы решения профессиональных задач	применять математические методы при решении профессиональных задач	математическим аппаратом, необходимым для профессиональной деятельности

## 4 Структура и содержание учебного модуля

## 4.1 Трудоемкость учебного модуля

Очная форма обучения

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
<b>Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)</b>	12	6	6	
<b>Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):</b>				ОК-7 ОПК-1
<b>1) УЭМ1 Алгебра и геометрия:</b>				
- лекции		18		
- практические занятия		27		
- в том числе, аудиторная СРС		9		
- внеаудиторная СРС		45		
<b>2) УЭМ2 Дифференциальное исчисление:</b>				ОК-7 ОПК-1
- лекции		18		
- практические занятия		27		
- в том числе, аудиторная СРС		9		
- внеаудиторная СРС		45		
<b>3) УЭМ3 Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения и ряды:</b>				ОК-7 ОПК-1
- лекции			18	
- практические занятия			27	
- в том числе, аудиторная СРС			9	
- внеаудиторная СРС			45	
<b>4) УЭМ4 Теория вероятностей и математическая статистика</b>				ОК-7 ОПК-1 ОПК-3
- лекции			18	
- практические занятия			27	
- в том числе, аудиторная СРС			9	
- внеаудиторная СРС			45	
<b>Аттестация: - экзамены</b>	72	36	36	

Заочная форма обучения

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
<b>Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)</b>	12	6	6	
<b>Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах АЧ:</b>				ОК-7 ОПК-1 ОПК-3
- лекции	16	8	8	
- практические занятия	24	12	12	
- в том числе, установочные занятия	2	2		
- СРС	320	160	160	
<b>Аттестация: - экзамен</b>	72	36	36	

## 4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

Введение (1 час)

Особенности преподавания математики в университете. Знакомство студентов с рабочей программой по математике для данного направления подготовки бакалавров, модульно-рейтинговой системой обучения и контроля знаний, с технологической картой дисциплины. Характеристика контрольных заданий, тестов и домашних расчетно-графических заданий для аудиторной и внеаудиторной СРС. Требования к экзамену. Основная литература. Учебник как обязательное руководство. Лекция и учебник – основа для самостоятельной работы, а также сборники задач и упражнений, пригодные как для самообразования, так и для активной работы с преподавателем на практических занятиях

**УЭМ1 Алгебра и геометрия**

**1.1 Линейная алгебра (3/4/2/10)**

Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства. Ранг матрицы. Обратная матрица. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Крамера. Метод Гаусса. Собственные числа и собственные векторы матрицы.

**1.2 Векторная алгебра (4/4/2/10)**

Основные понятия векторной алгебры. Линейно-зависимые и линейно-независимые векторы. Разложение вектора по координатным ортам. Базис. Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Смешанное произведение векторов. Критерии коллинеарности и компланарности векторов. Преобразование декартовых координат на плоскости. Полярные координаты.

**1.3 Аналитическая геометрия (10/10/5/25)**

Уравнение поверхности. Плоскость. Прямая в пространстве. Прямая и плоскость. Прямая на плоскости. Кривые второго порядка. Поверхности второго порядка.

**УЭМ2 Дифференциальное исчисление**

**2.1 Теория пределов (6/6/3/15)**

Предел последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые функции. Правила вычисления пределов. Непрерывность функции в точке. Классификация разрывов непрерывности функций. Непрерывность элементарных функций.

**2.2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной (4/4/2/10)**

Производная функции. Дифференцирование сложной и обратной функции. Таблица производных. Приложение производной функции в механике и геометрии. Дифференцирование функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Дифференциал функции, его геометрический смысл, инвариантность формы дифференциала. Производные высших порядков. Таблицы производных высших порядков. Формула Лейбница. Теорема Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа, Лопиталя. Формула Тейлора. Исследование функций.

**2.3 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных (4/4/2/10)**

Функции многих переменных. Частные производные. Дифференциал функции многих переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование неявной функции. Производная по направлению, градиент. Экстремум функции двух переменных. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных. Метод наименьших квадратов

**2.4 Комплексные числа. Алгебра многочленов (4/4/2/10)**

Алгебраическая и тригонометрическая форма комплексного числа. Действия с комплексными числами. Формулы Муавра.

Многочлены. Разложение многочлена на множители. Рациональные функции и их разложение на простейшие.

**УЭМ3 Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения**

**3.1 Неопределенный интеграл (6/6/3/15)**

Неопределенный интеграл и его свойства. Основная таблица интегралов. Метод подведения функции под знак дифференциала. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.

### 3.2 Определённый интеграл. Кратные интегралы (6/6/3/15)

Понятие определенного интеграла. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Теорема Барроу. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций. Приложения определенного интеграла. Криволинейный интеграл первого рода. Приближённое вычисление определённого интеграла.

Двойной интеграл и его свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложение двойного интеграла.

### 3.3 Дифференциальные уравнения (6/6/3/15)

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Частное и общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные и линейные уравнения первого порядка. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью. Системы дифференциальных уравнений, основные понятия. Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Применение УЭМ2 и УЭМ3 в профессиональной деятельности

### УЭМ4 Ряды. Теория вероятностей и математическая статистика

#### 4.1 Ряды (6/6/3/15)

Числовые ряды. Основные понятия. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся рядов. Достаточные признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Применение рядов. Понятие о рядах Фурье.

#### 4.2 Случайные события (4/4/2/10)

Элементы комбинаторики Сочетания, размещения, перестановки. Основные теоремы теории вероятностей. Классическое и статистическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона

#### 4.3 Случайные величины (4/4/2/10)

Дискретные случайные величины Числовые характеристики. Виды распределений ДСВ. Непрерывные случайные величины. Функция распределения и плотность распределения. Числовые характеристики. Равномерный и показательный законы распределения Нормальное распределение. Системы случайных величин. Закон распределения системы дискретных случайных величин. Условные законы распределения. Математические ожидания и дисперсии. Корреляционный момент. Коэффициенты корреляции. Независимые случайные величины. Нормальный закон распределения на плоскости. Линейная регрессия.

#### 4.4 Элементы математической статистики (4/4/2/10)

Задачи математической статистики. Понятие генеральной совокупности и выборки. Вариационный ряд. Эмпирическая функция распределения. Гистограмма. Оценки параметров распределения. Точечное и интервальное оценивание. Свойства оценок. Проверка статистических гипотез. Статистические методы обработки экспериментальных данных. Применение УЭМ4 в профессиональной деятельности

Календарный план, наименование разделов учебного модуля с указанием трудоемкости по видам учебной работы представлены в технологической карте учебного модуля (приложение Б).

### **4.3 Организация изучения учебного модуля**

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даются в Приложении А.

## **5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля**

### **5.1 Для очной формы обучения**

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета (в соответствии с Положением об обучении студентов по балльно-рейтинговой системе).

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с Положением о фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников.

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

### **5.2. Для заочной формы обучения**

Форма проверки знаний студентов заочной формы обучения: проверка контрольных работ, экзамен.

## **6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В)**

## **7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля**

Для осуществления образовательного процесса по модулю иногда необходим компьютерный класс, оборудованный мультимедийными средствами для демонстрации лекций-презентаций и проведения тестирования.

### **Приложения (обязательные):**

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В – Карта учебно-методического обеспечения УМ

**Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля  
«Математика»**

Трудности, с которыми сталкиваются студенты при изучении модуля, связаны с тем, что он содержит много новых терминов, определений, понятий, ранее неизвестных. Кроме того, материал одного раздела является основой для изучения следующего. Поэтому, для успешного изучения модуля, от студента требуется систематическая работа над теоретическим и практическим материалом.

По данному модулю разработан *дистанционный курс* (<http://do.novsu.ru/>). В дистанционном курсе отражены все темы согласно данной рабочей программе. По каждой теме есть теоретический материал, примеры решения задач. Для удобства студентов в дистанционном курсе хорошо виден план контрольных мероприятий и соответствующие баллы к ним, студент может видеть свой рейтинг по данному модулю.

Теоретический материал излагается на лекциях. При завершении раздела, для закрепления пройденного материала проводятся математические диктанты по определениям и формулировкам теорем.

На практических занятиях разбираются типовые задачи по теме занятия, с указанием различных возможных способов их решений, затем студенты самостоятельно решают предложенные задачи. На занятиях преподаватель проверяет выполнение домашних заданий, разбирает вместе со всеми нерешенные дома задачи.

При подготовке к практическим занятиям студент должен изучить лекционный материал, в случае необходимости обратиться к соответствующим разделам рекомендованной литературы и методическим пособиям, разработанным на кафедре ВМ. При изучении материала отметить вызывающие затруднения вопросы для получения консультации у преподавателя. К практическим занятиям по конкретной теме студент обязан знать основные понятия, определения, формулировки теорем и свойства. На практических занятиях необходимо иметь конспект лекций по изучаемой теме.

Для закрепления темы студенту выдаются индивидуальные домашние задания (ИДЗ) для самостоятельной работы. Они выполняются на отдельных листах и защищаются во время аудиторной СРС. Все ИДЗ выложены в дистанционном курсе. Каждое выполняется по мере изучения материала. При их выполнении рекомендуется использовать проработанный в аудитории материал, примеры решения задач, выложенные в дистанционном курсе, и обратиться к задачникам, в которых разобраны типовые примеры с решениями стандартных задач. Таким образом, после каждого практического занятия студент закрепляет пройденный материал.

По каждой теме студент должен пройти тесты на сайте <http://training.i-exam.ru/> в режимах «Обучение», «Самоконтроль» и «Контрольное тестирование». Таким образом, он подготовится к контрольно-проверочным работам.

**Введение (1 час)**

Особенности преподавания математики в университете. Знакомство студентов с рабочей программой по математике для данного направления подготовки бакалавров, модульно-рейтинговой системой обучения и контроля знаний, с технологической картой дисциплины. Характеристика контрольных заданий, тестов и домашних расчетно-графических заданий для аудиторной и внеаудиторной СРС. Требования к экзамену. Основная литература. Учебник как обязательное руководство. Лекция и учебник – основа для самостоятельной работы, а также сборники задач и упражнений, пригодные как для самообразования, так и для активной работы с преподавателем на практических занятиях. Знакомство с дистанционным курсом.

**УЭМ1 Алгебра и геометрия**

**1.1 Линейная алгебра** (лекции – 3 часа, практические занятия – 4 часа, аудиторная СРС – 2 часа, внеаудиторная СРС – 10 часов)

Основные понятия:

определение определителя второго порядка; формулы вычисления определителей 2-го и 3-го порядков; способы приведения определителя к треугольному виду; определение транспонированной матрицы, линейных операций над матрицами; произведения матриц; определение ранга матрицы; определение обратной матрицы; условия существования обратной матрицы; способы вычисления элементов обратных матриц; способ вычисления обратной матрицы с помощью элементарных преобразований; методы решения матричных уравнений; определение решения системы линейных уравнений; методы решения систем линейных алгебраических уравнений; правило Крамера решения систем линейных уравнений; метод Гаусса решения систем линейных уравнений; определение решения однородной системы линейных уравнений

### ИДЗ № 1.1

1 Решить уравнение 
$$\begin{vmatrix} 4 & x+3 & -5 \\ x+3 & -4 & x \\ 14 & -7 & -2 \end{vmatrix} = 0$$

2 Вычислить определители четвёртого порядка 
$$\begin{vmatrix} 5 & -3 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 7 & -4 \\ -3 & 0 & 2 & 8 \end{vmatrix}$$

3 Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 5 & 2 & 7 \\ 4 & 6 & 0 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -3 & 5 & 6 \\ 7 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $m = 5, n = 2$ . Найти матрицу  $C = (mA + nB)(mB + nA)$  и обратную матрицу  $A^{-1}$ .

4 Дана система линейных уравнений 
$$\begin{cases} -5x_1 - 4x_2 + 8x_3 = 32 \\ 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 = -15 \\ -2x_1 + 2x_3 = 7 \end{cases}$$
. Решить её тремя способами: 1) методом Крамера; 2) методом Гаусса; 3) матричным методом.

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

Тема: Вычисление определителей

Определитель 
$$\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 7 \end{vmatrix}$$
 равен ...

Тема: Линейные операции над матрицами

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$ . Если  $C = A + B$ , то след матрицы  $C$

равен...

Тема: Умножение матриц

Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$  и  $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$ . Тогда существует произведение

матриц...

Тема: Ранг матрицы

Ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & b \\ 3 & a & 9 \end{pmatrix}$  равен единице, если  $a$  и  $b$  принимают значения ...

Тема: Обратная матрица

Для матрицы  $A$  существует обратная, если ее определитель...

Тема: Системы линейных уравнений

Методом Крамера не может быть решена система линейных уравнений...

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0, \\ 2x + 4y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 3y - 4 = 0, \\ 2x - 5y - 7 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y - 1 = 0, \\ 7x - y + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ -5x + y - 6 = 0 \end{cases}$$

### Демонстрационный вариант самостоятельной работы по теме «Линейная алгебра»

1. Найти ненулевой корень уравнения  $\begin{vmatrix} 6 & 3 & x-1 \\ 2x & 1 & 0 \\ 4 & x+2 & 2 \end{vmatrix} = 0$ .
2.  $\begin{vmatrix} 765432 & 765431 \\ 765434 & 765433 \end{vmatrix}$
3. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$  и  $B = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \\ 5 \end{pmatrix}$ . Найти  $AB$ .
4. Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} 4 & -1 \\ 2 & -3 \end{pmatrix}$ ,  $D = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 4 & 0 \end{pmatrix}$ . Найти определитель матрицы  $F = C \cdot (A - B) \cdot D$ .
5. Дана матрица  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$ . Найти сумму элементов первого столбца матрицы  $A^{-1}$ .
6. Найти ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 4 & 1 \end{pmatrix}$
7. Дана система  $\begin{cases} 2x - y - z = 3 \\ x - 3y + 2z = -1 \\ x + y = 5 \end{cases}$ . Найти значение неизвестной  $x$ .
8. При каких  $\lambda$  система  $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 0 \\ (2 - \lambda)x_1 - 3x_2 = 0 \end{cases}$  имеет не нулевое решение?
9. При каком  $a$  система  $\begin{cases} ax - 4y = 2 \\ x - ay = 1 \end{cases}$  несовместна?

**1.2 Векторная алгебра** (лекции – 4 часа, практические занятия – 4 часа, аудиторная СРС – 2 часа, внеаудиторная СРС – 10 часов)

Основные понятия:

определение линейной зависимости и независимости векторов и способы установления этой зависимости; формулы линейных операций над векторами, заданными в координатной форме; формулы для нахождения координат точки, делящей отрезок в заданном отношении и пополам; определение и свойства скалярного произведения; формулу для вычисления угла между векторами; формулу для вычисления нормы вектора; определение нормы вектора и её основных свойств; определение и свойства скалярного произведения векторов; определение векторного произведения двух векторов и свойства векторного умножения; геометрический смысл векторного произведения; формулу для вычисления площади параллелограмма; свойства смешанного произведения; формулу для вычисления объема призмы; формулы для вычисления смешанного произведения векторов и объема параллелепипеда; определение полярных координат точки; формулы взаимосвязи между декартовыми и полярными системами координат

Тема «Собственные значения и собственные векторы матрицы» выносится на самостоятельное изучение. Контроль изучения через ИДЗ № 1.2.

### ИДЗ № 1.2

1. Даны векторы  $\vec{a} = (1, -2, 4)$ ,  $\vec{b} = (7, 3, 5)$ ,  $\vec{c}_1 = 6\vec{a} - 3\vec{b}$ ,  $\vec{c}_2 = \vec{b} - 2\vec{a}$ . Коллинеарны ли векторы  $\vec{c}_1$  и  $\vec{c}_2$ , построенные по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ ?
2. Даны точки  $A(1, -1, 0)$ ,  $B(-2, -1, 4)$ ,  $C(8, -1, -1)$ . Найти косинус угла между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ .
3. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ , если  $\vec{a} = 10\vec{p} + \vec{q}$ ,  $\vec{b} = 3\vec{p} - 2\vec{q}$ ;  $|\vec{p}| = 4$ ,  $|\vec{q}| = 1$ ,  $(\vec{p} \wedge \vec{q}) = \pi/6$ .
4. Компланарны ли векторы  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  и  $\vec{c}$ ?  $\vec{a} = (4, 1, 2)$ ,  $\vec{b} = (9, 2, 5)$ ,  $\vec{c} = (1, 1, -1)$
5. Даны точки:  $A_1(1, -1, 1)$ ,  $A_2(-2, 0, 3)$ ,  $A_3(2, 1, -1)$ ,  $A_4(2, -2, -4)$ . Вычислить объем тетраэдра с вершинами в точках  $A_1, A_2, A_3, A_4$  и его высоту, опущенную из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

6. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы  $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 0 \\ 2 & 7 & -4 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}$ .

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Линейные операции над векторами*

Даны три вектора:  $\vec{a} = (-2; 3; 1)$ ,  $\vec{b} = (2; -3; -4)$  и  $\vec{c} = (-1; 5; -2)$ . Тогда вектор  $3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$  имеет координаты ...

*Тема: Норма вектора в евклидовом пространстве*

В евклидовом пространстве со стандартным скалярным произведением норма вектора  $\vec{a}$  равна 3, норма вектора  $\vec{b}$  равна 3, их скалярное произведение равно -1. Тогда норма вектора  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$  равна ...

*Тема: Скалярное произведение векторов*

Даны два вектора:  $\vec{a} = \vec{p} - \vec{q}$  и  $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$ , где  $\|\vec{p}\| = 3$ ,  $\|\vec{q}\| = 2\sqrt{2}$ , угол между векторами  $\vec{p}$  и  $\vec{q}$  равен  $\frac{\pi}{4}$ . Тогда скалярное произведение векторов  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  будет равно ...

Тема: Векторное произведение векторов

Векторное произведение векторов  $\vec{a} = 3 \cdot \vec{p} - 2 \cdot \vec{q}$  и  $\vec{b} = 2 \cdot \vec{p} - 5 \cdot \vec{q}$  равно ...

Тема: Смешанное произведение векторов

Векторы  $\vec{a} = (2; 1; -1)$ ,  $\vec{b} = (1; -2; 3)$  и  $\vec{c} = (3; -1; \alpha)$  линейно зависимы, если параметр  $\alpha$  равен ...

Тема: Градиент скалярного поля

Модуль градиента скалярного поля  $U = x + y^2 + 2yz - z^3$  в точке  $A(2; -1; 0)$  равен ...

### Демонстрационный вариант самостоятельной работы по теме «Векторная алгебра»

1. Даны три вершины параллелограмма:  $A(1; 3; 5)$ ,  $B(-2; 7; 1)$ ,  $C(0; 4; 1)$ . Абсцисса его четвертой вершины  $D$  равна
2. Если векторы  $\vec{a}(1, 2, 3)$  и  $\vec{b}(-3, \alpha, \beta)$  линейно зависимы, то разность  $\beta - \alpha$  равна
3. Даны векторы  $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  и  $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$ . Проекция вектора  $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$  на ось ординат равна
4. Косинус угла, образованного ортами  $\vec{e}_1$  и  $\vec{e}_2$ , при условии, что векторы  $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$  и  $\vec{b} = 5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$  перпендикулярны, равен
5. Для векторов  $\vec{a}_1(4, -2, -4)$  и  $\vec{a}_2(6, -3, -2)$  длина вектора  $\vec{a} = \vec{a}_1 - 2\vec{a}_2$  равна
6. Площадь треугольника, построенного на векторах  $\vec{a} - 2\vec{b}$  и  $\vec{a} + \vec{b}$  где  $|\vec{a}| = 3$ ,  $|\vec{b}| = 4$ ,  $\hat{\vec{a}, \vec{b}} = \frac{2\pi}{3}$ , равна
7. Даны векторы  $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ,  $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ ,  $\vec{c} = 2\vec{i} - \alpha\vec{j} + \vec{k}$ . При каком значении параметра  $\alpha$  векторы  $\vec{a} \times \vec{b}$  и  $\vec{c}$  взаимно перпендикулярны?
8. Объем пирамиды с вершинами  $A(2, 0, 0)$ ,  $B(0, 3, 0)$ ,  $C(0, 0, 6)$  и  $D(2, 3, 8)$  равен
9. Точка  $M$  в полярной системе координат имеет координаты  $(2, \frac{\pi}{6})$ . Тогда ее абсцисса в ДСК равна
10. В  $\Delta ABC$  известны: точка  $M(1, 2, -3)$  - середина стороны  $BC$ , точка  $O(0, -2, 1)$  - точка пересечения медиан. Абсцисса вершины  $A$  равна

**1.3 Аналитическая геометрия** (лекции – 8 часов, практические занятия – 8 часов, аудиторная СРС – 4 часа, вне аудиторная СРС – 20 часов)

Основные понятия:

общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три точки, не лежащие на одной прямой; нормальное уравнение плоскости; уравнение плоскости в отрезках; определение угла между плоскостями; формулу вычисления угла между плоскостями; условие параллельности двух плоскостей; общее уравнение прямой в пространстве; канонические уравнения прямой в пространстве; параметрические уравнения прямой в пространстве; условие перпендикулярности прямой и плоскости; определение угла между прямой и плоскостью; формулу нахождения угла между прямой и плоскостью; каноническое уравнение однополостного гиперболоида; уравнения поверхностей вращения вокруг осей координат; определение сферы, уравнение сферы, канонические уравнения поверхностей второго порядка; уравнение прямой на плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору; каноническое уравнение прямой на плоскости; уравнение прямой на плоскости в отрезках; определение угла между прямыми; формулу вычисления угла между прямыми линиями; определения кривых второго порядка; уравнение окружности с заданным

центром и радиусом; определение канонического уравнения эллипса; фокусов; расстояния между фокусами эллипса; определение канонического уравнения гиперболы; соотношение, связывающее полуоси гиперболы с половиной расстояния между её фокусами; определение и формулу вычисления эксцентриситета гиперболы; определение полярных координат точки; формулы взаимосвязи между декартовыми и полярными системами координат; определение уравнения линии (кривой) в полярной системе координат

Тема «Поверхности второго порядка» выносится на самостоятельное изучение. Контроль изучения через тесты на сайте <http://training.i-exam.ru/> и контрольную работу.

### ИДЗ № 1.3

- Даны точки:  $M_1(1,1,-1)$ ,  $M_2(2; 3; 1)$ ,  $M_3(3; 2; 1)$ ,  $M_0(-3; -7; 6)$ .  
1) найти расстояние от точки  $M_0$  до плоскости, проходящей через точки  $M_1M_2M_3$ ; 2) написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  перпендикулярно вектору  $\overline{M_0M_2}$ ; 3) написать уравнение прямой  $M_1M_3$ .
- Найти угол между плоскостями  $x + 2y - 2z - 7 = 0$ ,  $x + y - 3z = 0$ .
- Найти координаты точки  $A$ , равноудалённой от точек  $B$  и  $C$ .  
 $A(0; y; 0)$ ,  $B(2; 2; 4)$ ,  $C(0; 4; 2)$ .
- Написать каноническое уравнение прямой  $\begin{cases} 2x - 3y - 2z + 6 = 0 \\ x - 3y + z + 3 = 0. \end{cases}$
- Найти точку пересечения прямой и плоскости  $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$ ,  $5x + 7y + 9z - 32 = 0$ .
- Найти точку, симметричную точке  $M(-2; 0; 3)$  относительно плоскости  $2x - 2y + 10z + 1 = 0$ .

### Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Прямоугольные координаты на плоскости

Точка  $M(x; y)$  симметрична точке  $A(2; 5)$  относительно биссектрисы первого координатного угла. Тогда точка  $M$  имеет координаты ...

Тема: Полярные координаты

Кривая в полярной системе координат задана уравнением  $r = 2 \cos \varphi$ . Тогда ее уравнение в прямоугольной системе координат имеет вид ...

Тема: Прямая на плоскости

Острый угол между прямыми  $5x - y + 7 = 0$  и  $3x + 2y = 0$  равен ...

Тема: Кривые второго порядка

Радиус окружности  $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$  равен ...

Тема: Прямоугольные координаты в пространстве

Даны точки  $A(3; -1; -3)$  и  $B(2; -3; -1)$ . Тогда длина отрезка  $AB$  равна ...

Тема: Плоскость в пространстве

Уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(-1; 2; 0)$ ,  $M_2(2; 3; 1)$  и  $M_3(3; -1; 4)$ , имеет вид ...

Тема: Прямая линия в пространстве

Острый угол между прямыми  $l_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$  и  $l_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$  равен ...

Тема: Поверхности второго порядка

Сфера с центром  $B(1; 0; -1)$  проходит через точку  $A(-1; 2; 0)$ . Тогда ее уравнение имеет вид ...

**Демонстрационный вариант самостоятельной работы по теме  
«Аналитическая геометрия»**

1. Точка  $M(-4; 0; 0)$  делит отрезок, соединяющий точки  $A(0; 2; 4)$  и  $B(6; 5; 10)$ , в отношении  $\lambda$ , равном
2. Плоскость  $Q$  проходит через точки  $A(2; 1; 0)$ ,  $B(0; 2; 1)$  и  $C(1; 0; 2)$ . Точка  $P(a; a; a)$  принадлежит плоскости  $Q$ , если  $a$  равно
3. Острый двугранный угол между плоскостью  $Oxz$  и плоскостью  $x = 3y$  равен
4. Плоскости  $\sqrt{2}x - 3z + 10 = 0$  и  $\sqrt{2}y - pz - 12 = 0$  перпендикулярны, если  $p$  равно
5. Расстояние от оси  $Oy$  до прямой  $\begin{cases} x = 2 \\ y = -2t \\ z = 2 \end{cases}$  равно
6. Ордината точки пересечения прямой  $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$  и плоскости  $2x + y + z - 3 = 0$  равна
7. Точка  $A(2; 0)$  – вершина ромба. Уравнение одной из диагоналей ромба  $y = \frac{2}{3}x + 4$ . Тогда  $6x + ay - 12 = 0$  будет уравнением второй диагонали, если  $a$  равно
8. Расстояние между директрисами парабол  $y^2 = x$  и  $y^2 = 2x$  равно
9. В полярной системе координат даны точки  $A\left(\sqrt{3}; \frac{\pi}{6}\right)$  и  $B\left(\sqrt{12}; \frac{\pi}{2}\right)$ . Расстояние между ними равно
10. Если  $m = -2$ , то уравнение  $x^2 + (m+2)y^2 = mz$  описывает

**Перечень определений к математическому диктанту по УЭМ 1**

1. определение определителя второго порядка;
2. определение определителя третьего порядка;
3. определение транспонированной матрицы,
4. определение минора
5. определение алгебраического дополнения
6. линейных операций над матрицами
7. определение обратной матрицы; условия существования обратной матрицы;
8. определение решения системы линейных уравнений; методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
9. теорема Крамера;
10. теорема Кронекера-Капелли
11. формулы для нахождения координат точки, делящей отрезок в заданном отношении и пополам;
12. формула для вычисления угла между векторами;
13. формула для вычисления нормы (длины) вектора;
14. определение и свойства скалярного произведения векторов;
15. критерий перпендикулярности двух векторов;
16. критерий параллельности двух векторов;
17. определение правой и левой троек векторов
18. определение векторного произведения двух векторов и свойства векторного умножения;
19. формула для вычисления площади параллелограмма, построенного на данных векторах;

20. свойства смешанного произведения; формула для вычисления объема призмы;
21. формулы для вычисления смешанного произведения векторов и объема параллелепипеда;
22. определение полярных координат точки; формулы взаимосвязи между декартовыми и полярными системами координат
23. общее уравнение плоскости в пространстве;
24. уравнение плоскости, проходящей через три данные точки, не лежащие на одной прямой;
25. нормальное уравнение плоскости;
26. уравнение плоскости в отрезках;
27. определение угла между плоскостями; формула вычисления угла между плоскостями;
28. условие параллельности двух плоскостей;
29. общее уравнение прямой в пространстве;
30. канонические уравнения прямой в пространстве;
31. параметрические уравнения прямой в пространстве;
32. условие перпендикулярности прямой и плоскости;
33. определение угла между прямой и плоскостью;
34. формула нахождения угла между прямой и плоскостью;
35. каноническое уравнение однополостного гиперболоида;
36. каноническое уравнение конуса;
37. каноническое уравнение параболоида;
38. каноническое уравнение эллипсоида;
39. определение сферы, уравнение сферы,
40. уравнение прямой на плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно нормальному вектору;
41. каноническое уравнение прямой на плоскости;
42. уравнение прямой на плоскости в отрезках;
43. определение угла между прямыми на плоскости;
44. определение окружности, уравнение окружности с заданным центром и радиусом;
45. определение эллипса, каноническое уравнение эллипса;
46. определение фокусов эллипса, расстояния между фокусами эллипса;
47. определение гиперболы, каноническое уравнение гиперболы;
48. соотношение, связывающее полуоси гиперболы с половиной расстояния между её фокусами;
49. определение и формула вычисления эксцентриситета гиперболы;
50. определение параболы, каноническое уравнение параболы

### **Темы контрольного тестирования по УЭМ1**

#### Линейная алгебра

1. Вычисление определителей
2. Линейные операции над матрицами
3. Умножение матриц
4. Ранг матрицы
5. Обратная матрица
6. Системы линейных уравнений

#### Векторная алгебра

1. Линейные операции над векторами
2. Скалярное произведение векторов
3. Векторное произведение векторов
4. Смешанное произведение векторов

#### Аналитическая геометрия

1. Прямоугольные координаты на плоскости
2. Полярные координаты на плоскости

3. Прямая на плоскости
4. Кривые второго порядка
5. Прямая и плоскость в пространстве
6. Поверхности второго порядка

Время тестирования ограничено (48 минут)

## УЭМ2 Дифференциальное исчисление

**2.1 Теория пределов** (лекции – 6 часов, практические занятия – 6 часов, аудиторная СРС – 3 часа, внеаудиторная СРС – 15 часов)

Основные понятия:

область определения основных элементарных функций; методы раскрытия неопределенностей вида  $(\infty - \infty)$  и  $\left(\frac{0}{0}\right)$  при вычислении пределов дробно-рациональных функций; первый замечательный предел и его следствия, эквивалентные бесконечно малые функции; определение односторонних пределов функции; бесконечно малые и бесконечно большие функции и их взаимосвязь; определение и условия непрерывности функции в точке; определение точек разрыва функции; теоремы о непрерывности функций в точке; определение непрерывности функции на промежутке; определение равномерно непрерывной функции на множестве

### ИДЗ № 2.1

1 Вычислить пределы функции, не пользуясь правилом Лопиталья:

$$1 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3-n)^2 + (3+n)^2}{(3-n)^2 - (3+n)^2}$$

$$2 \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n-1} + \sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{3n^3+3} + \sqrt[4]{n^5+1}}$$

$$3 \lim_{n \rightarrow \infty} (n - \sqrt[3]{n^3-5})n\sqrt{n}$$

$$4 \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3}\right)^{n+2}$$

$$5 \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2+2x-3)^2}{x^3+4x^2+3x}$$

$$6 \lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$$

$$7 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}$$

$$8 \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2-x+1}-1}{\operatorname{tg} \pi x}$$

$$9 \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{\ln(4x-1)}{\sqrt{1-\cos \pi x}-1}$$

$$10 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{7x} - e^{-2x}}{\sin x - 2x}$$

$$11 \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x}$$

$$12 \lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{\frac{1}{\ln(1+\pi x^3)}}$$

$$13 \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin 2x}{\sin 3x}\right)^{x^2}$$

$$14 \lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\frac{5}{\operatorname{tg} 5x \sin 2x}}$$

$$15 \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x - a}\right)^{x^2/a^2}$$

2 Исследовать функцию  $y = 2^{1/|x|}$  на непрерывность. Найти точки разрыва непрерывности (если они есть) и определить их тип. Построить эскиз графика данной функции.

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Область определения функции*

Область определения функции  $f(x) = \log_x(6-x)$  имеет вид ...

*Тема: Предел функции*

Предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{\cos x - \cos^3 x}$  равен ...

*Тема: Непрерывность функции, точки разрыва*

Точка разрыва функции  $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x \leq -1, \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 2, \\ 2x - 5, & \text{если } x \geq 2, \end{cases}$  равна ...

**Демонстрационный вариант самостоятельной работы  
по теме «Теория пределов»**

1. Вычислить пределы:
- 1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi(1+x/2))}{\ln(x+1)}$
  - 2)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3 - \sqrt{10-x}}{\sin 3\pi x}$
  - 3)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{x + \operatorname{tg} x^2 - \arcsin 4x}$
  - 4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3 + (n-1)^3}{n^3 - 3n}$
  - 5)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (n\sqrt{n} - \sqrt{n(n+1)(n+2)})$
  - 6)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{2n^2 + 2n + 3}{2n^2 + 2n + 1} \right)^{3n^2 - 7}$

2. Найти левый и правый пределы функции  $f(x) = \frac{x+8}{8-x^3}$  в точке  $x = 2$ .

3. Найти точки разрыва функции  $y = \begin{cases} \cos x, & x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 0, & \frac{\pi}{2} < x < \pi, \\ x, & x \geq \pi. \end{cases}$  определить их тип и построить

схематический график.

**2.2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной** (лекции – 4 часа, практические занятия – 4 часа, аудиторная СРС – 2 часа, внеаудиторная СРС – 10 часов)

Основные понятия:

производные основных элементарных функций; правило дифференцирования сложных функций и функций, заданных неявно; определение односторонних производных функции в точке; формулу дифференцирования функций, заданных параметрическими соотношениями; определение логарифмической производной функции и метод логарифмического дифференцирования; геометрический смысл производной функции в точке; физический смысл производной функции; определение производных высших порядков; основные правила дифференцирования и производные основных элементарных функций; правило дифференцирования сложной функции; формулу приближенного вычисления значения функции с помощью дифференциала; определение и формулу вычисления дифференциалов высших порядков; теорему Ролля; неопределённые выражения и методы их раскрытия; правило Лопиталю; достаточные условия монотонности функции на промежутке; достаточные условия выпуклости и вогнутости функции; необходимое условие и достаточные условия (признаки) существования экстремума функции в точке; правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке; определения асимптот графика функции; формулы для вычисления параметров уравнения наклонной асимптоты графика функции

**ИДЗ № 2.2**

3 Найти производные данных функций:

а)  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}$ ;      б)  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}$ ;      в)  $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$ ;

г)  $y \sin x = \cos(x - y)$ ;      д)  $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{t}\right) \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + \arcsin\left(\frac{1}{t}\right) \end{cases}$ ;      е)  $y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}$ .

ж)  $y = (2x^3 + 1)\cos x$ ,  $y' = ?$

4 Провести полное исследование функций и построить их график:

а)  $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$ ;      б)  $y = \frac{4}{x^2 + 2x - 3}$ ;

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Производные первого порядка*

Производная функции  $y = \log_3(3 + 2\sqrt{x})$  равна ...

*Тема: Производные высших порядков*

Производная второго порядка функции  $y = \frac{x-1}{2x+3}$  равна ...

*Тема: Приложения дифференциального исчисления ФОП*

Материальная точка движется прямолинейно по закону  $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + t + 7$ . Тогда ускорение точки в момент времени  $t = 2$  равно ...

*Тема: Дифференциалы и теоремы о дифференцируемых функциях*

Приближенное значение функции  $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 2x + 8}$  при  $x = 5,86$ , вычисленное с использованием дифференциала первого порядка, равно ...

*Тема: Приложения дифференциального исчисления ФОП*

Уравнение касательной к графику функции  $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x + 1$  в его точке с абсциссой  $x_0 = 2$  имеет вид ...

*Тема: Асимптоты графика функции*

Горизонтальная асимптота графика функции  $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + 4}{5 - 4x - 3x^3}$  задается уравнением вида ...

**Демонстрационный вариант контрольной работы  
по теме «Дифференциальное исчисление функции одной переменной»**

1. Найти производную функции  $y = \frac{x^2}{2\sqrt{1-3x^4}}$
2. Найти производную функции  $y = \sqrt[8]{\ln^5(x + \sqrt{1+x^2})}$

3. Дана функция  $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{t}\right), \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + \arcsin\left(\frac{1}{t}\right). \end{cases}$  Найти  $\frac{dy}{dx}$
4. Найти производную функции  $y = x^{e^{\operatorname{arctg} x}}$ .
5. Найти производную неявно заданной функции  $y \sin x = \cos(x - y)$
6. Найти предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - 2x + x^2} - (1 + x)}{x}$  при помощи правила Лопиталя
7. Исследовать функцию:  $y = \frac{4 - x^2}{x + 3}$  и построить её график

**2.3 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных** (лекции – 4 часа, практические занятия – 4 часа, аудиторная СРС – 2 часа, внеаудиторная СРС – 10 часов)

Основные понятия:

правила вычисления частных производных функций нескольких переменных, формулу производной по направлению, формулу полного дифференциала функции двух переменных, формулу приближённого подсчёта значения функции нескольких переменных с применением полного дифференциала 1-го порядка; необходимые и достаточные условия экстремума функции нескольких переменных; правила вычисления частных производных функций нескольких переменных, заданных явно и неявно; определение и свойства градиента скалярного поля; схему нахождения наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой области

Тема «Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции двух переменных в замкнутой области» выносится на самостоятельное изучение. Контроль изучения через ИДЗ.

### ИДЗ № 2.3

- 5 Найти частные производные первого и второго порядков функции:  $z = 2^{\cos \frac{y}{x}}$
- 6 Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z(x, y)$  в замкнутой области  $D$ . Сделать чертеж.

$$z = x^2(y+1)(3-x-y); D: \begin{cases} x = 0, \\ y = -1, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

- 7 Для поверхности  $z = 4x - xy + y^2$  найти уравнение касательной плоскости, параллельной плоскости  $4x + y + 2z + 9 = 0$ .
- 8 Экспериментально получены пять значений функции  $y = f(x)$  при пяти значениях аргумента, которые записаны в таблице.

$x$	1	2	3	4	5
$y$	4	5	4	2	2

Методом наименьших квадратов найти функцию вида  $y = ax + b$ , выражающую приближенно (аппроксимирующую) функцию  $y = f(x)$ . Сделать чертеж, на котором в декартовой прямоугольной системе координат построить экспериментальные точки и график аппроксимирующей функции  $y = ax + b$ .

- 9 Найти производную скалярного поля  $u(x, y, z)$  в точке  $M$  по направлению нормали к поверхности  $S$ , образующей острый угол с положительным направлением оси  $Oz$ .

$$u = 4 \ln(3 + x^2) - 8xyz, \quad S: x^2 - 2y^2 + 2z^2 = 1, \quad M(1; 1; 1)$$

10 Найти угол между градиентами скалярных полей  $u(x, y, z)$  и  $v(x, y, z)$  в точке  $M$ .

$$u = \frac{yz^2}{x^2}, \quad v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3, \quad M(\sqrt{2}; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{3}})$$

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Частные производные первого порядка*

Частная производная  $\frac{\partial u}{\partial x}$  функции  $u = x^2 y^3 + xz - y^2 z + 8y$  имеет вид ...

*Тема: Частные производные высших порядков*

Частная производная второго порядка  $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$  функции  $z = \operatorname{tg}(x + 2y)$  имеет вид ...

*Тема: Полный дифференциал*

Приближенное значение функции  $z = f(x, y) = 3y^2 - 9xy + y$  в точке  $A(1,07; 2,94)$ , вычисленное с помощью полного дифференциала, равно ...

*Тема: Производная по направлению и градиент*

Производная  $\frac{\partial z}{\partial l}$  по направлению  $\vec{l} = (-1; 2)$  функции двух переменных  $z = x^2 + y^2$  в точке  $M(1; 3)$  равна ...

**2.4 Комплексные числа. Алгебра многочленов** (лекции – 2 часа, практические занятия – 2 часа, аудиторная СРС – 1 час, вне аудиторная СРС – 5 часов)

Основные понятия:

определение операции сопряжения комплексного числа; тригонометрическую форму записи комплексного числа; показательную форму записи комплексного числа; определения модуля и главного значения аргумента комплексного числа; определения операций над комплексными числами; определение равенства комплексных чисел; правило возведения в степень комплексного числа; правило извлечения корня из комплексного числа; способы задания и описания множества на комплексной плоскости; определение операции деления многочленов, частного и остатка от деления; разложение многочлена на множители и определение кратного корня; определение простейших дробей первого и второго рода

### ИДЗ № 2.4

11 Дано комплексное число  $z = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ . Требуется: а) записать число  $z$  в алгебраической, тригонометрической и показательной формах; б) найти все значения  $\sqrt[3]{z}$  и изобразить их радиусами-векторами; в) найти  $z^3$ , ответ записать в тригонометрической, алгебраической и показательной формах.

12 Изобразить на комплексной плоскости множество комплексных чисел  $z$ , задаваемое соотношением 
$$\begin{cases} |z - 1 - i| \geq 2 \\ |z + 2| < 3 \end{cases}.$$

13 Разложить дробь на простейшие 
$$\frac{x^3 + 9x^2 + 21x + 21}{(x + 3)^2(x^2 + 3)}$$

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Комплексные числа и их представление

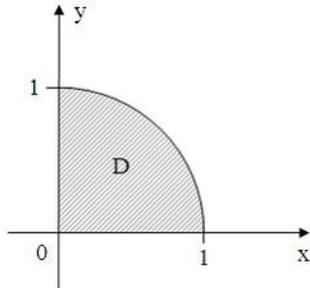
Комплексное число задано в показательной форме  $z = 3 \cdot e^{i \frac{\pi}{3}}$ . Тогда его тригонометрическая форма записи имеет вид ...

Тема: Операции над комплексными числами

Дано комплексное число  $z = 3 \cdot \left( \cos \frac{2\pi}{5} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{5} \right)$ . Тогда  $z^5$  равно ...

Тема: Области на комплексной плоскости

Все точки  $z = x + iy$  комплексной плоскости, принадлежащие множеству  $D$ , изображенному на рисунке,



удовлетворяют условию ...

**Демонстрационный вариант  
самостоятельной работы по теме «Комплексные числа»**

1. Решить уравнение  $8z + 7i\bar{z} = 9 + 6i$ . Найти  $|z|$ .
2. Дано:  $z_1 = 5 - 7i$ ,  $z_2 = 1 + 4i$ ,  $z_3 = 2 + i$ . Найти  $\left( \frac{z_1}{z_2} \right)^2 - z_3 + \frac{z_2}{z_3}$
3. Изобразить множество точек на комплексной плоскости:  $\begin{cases} |z + 3 + i| \geq 2 \\ |z + 1 - 2i| \leq 3 \\ \text{Im } z \leq 4 \end{cases}$
4. Дано:  $z_1 = 4 \left( \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \right)$ ,  $z_2 = 2 \left( \cos \frac{\pi}{18} + i \sin \frac{\pi}{18} \right)$ . Найти  $\left( \frac{z_1}{z_2} \right)^7$
5. Решить уравнение  $z^3 - 5 + 5\sqrt{3}i = 0$

**УЭМЗ Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения**

**3.1 Неопределенный интеграл** (лекции – 6 часов, практические занятия – 6 часов, аудиторная СРС – 3 часа, вне аудиторная СРС – 15 часов)

Основные понятия:

определения первообразной и неопределённого интеграла функции, их свойства, таблицу основных интегралов; метод интегрирования по частям неопределённого интеграла; свойства определённого интеграла; методы интегрирования дробно-рациональных, тригонометрических, некоторых иррациональных функций

**ИДЗ № 3.1**

1 Найти интегралы:

$$1) \int \frac{(x-1)^2}{\sqrt{x}} dx;$$

$$2) \int \left( 2 \sin 6x + \cos \frac{x}{4} \right) dx;$$

$$3) \int \frac{dx}{\sqrt{9x+5}};$$

$$4) \int \left( \frac{2+x}{4+x^2} - \frac{3}{\sqrt{2-x^2}} \right) dx;$$

$$5) \int \frac{e^{\arcsin x} + x}{\sqrt{1-x^2}} dx;$$

$$6) \int (4-3x)e^{-3x} dx;$$

$$7) \int x \cdot \cos^2 x dx;$$

$$8) \int \frac{2x-8}{\sqrt{5+4x-x^2}} dx;$$

$$9) \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx;$$

$$10) \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Основные методы интегрирования*

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$  имеет вид ...

*Тема: Замена переменной в неопределённом интеграле*

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}}$  имеет вид ...

*Тема: Интегрирование по частям в неопределённом интеграле*

Множество первообразных функции  $f(x) = x \ln 2x$  имеет вид ...

*Тема: Интегрирование рациональных функций*

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{x+3}{x^2 + 2x + 2}$  имеет вид ...

*Тема: Интегрирование иррациональных выражений*

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{1-2x^2}}$  имеет вид ...

*Тема: Интегрирование тригонометрических функций*

Множество первообразных функции  $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sqrt{3 + \cos^2 x}}$  имеет вид ...

**3.2 Определённый интеграл. Кратные интегралы** (лекции – 6 часов, практические занятия – 6 часов, аудиторная СРС – 3 часа, вне аудиторная СРС – 15 часов)

Основные понятия:

формула Ньютона – Лейбница; метод замены переменной интегрирования (метод подстановки) в определённом интеграле; геометрический смысл определённого интеграла; знать формулы вычисления площади плоской фигуры и длины дуги плоской кривой; формулы объема тел вращения вокруг осей координат; двойной интеграл; свойства двойного интеграла; геометрический и физический смысл двойного интеграла; замена переменных в двойном интеграле

### ИДЗ № 3.2

2 Вычислить определённые интегралы

1.  $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx.$

2.  $\int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

3.  $\int_0^2 \frac{\cos x dx}{1 + \cos x + \sin x}.$

4.  $\int_0^{\arctg(2/3)} \frac{6 + \operatorname{tg} x}{9 \sin^2 x + 4 \cos^2 x} dx.$

5.  $\int_0^{2\pi} \cos^8 x dx.$

6.  $\int_0^5 x^2 \sqrt{25-x^2} dx.$

3 Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций  $y = x \operatorname{arctg} x$ ,  $y = 0$ ,  $x = \sqrt{3}$ .

4 Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнениями в прямоугольной системе координат:  $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$ ,  $0 \leq x \leq \frac{15}{16}$

5 Вычислить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной графиками функций, вокруг оси  $Ox$ :  $y = x^3$ ,  $y = \sqrt{x}$ .

6 Изменить порядок интегрирования в повторных интегралах

$$\int_0^1 dx \int_{1-x^2}^0 f(x, y) dy + \int_1^e dx \int_{\ln x}^1 f(x, y) dy$$

7 Вычислить массу неоднородной пластины  $D$ , ограниченной заданными линиями  $x = 1$ ,  $x = y^2$ , если известна поверхностная плотность  $\rho(x, y) = 4 - x - y$  пластины в каждой её точке  $M(x, y) \in D$ .

8 Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми  $x^2 + y^2 - 2x = 0$ ,  $x^2 + y^2 - 4x = 0$ ,  $y \geq 0$ ,  $y \leq x$ .

Двойной интеграл и его свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых и полярных координатах. Приложение двойного интеграла. Понятие о тройном интеграле

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

Тема: Свойства определенного интеграла

Среднее значение функции  $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$  на отрезке  $[1; \sqrt{3}]$  равно ...

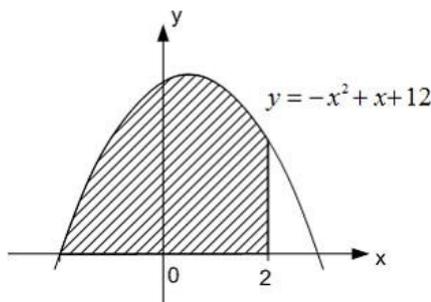
Тема: Методы вычисления определенного интеграла

$$\int_1^{+\infty} x e^{-x^2} dx$$

Несобственный интеграл ...

Тема: Приложения определенного интеграла

Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



равна ....

Тема: Двойные интегралы

$$\int_1^2 dx \int_0^3 (x - 2y) dy$$

Повторный интеграл равен ...

**Демонстрационный вариант  
самостоятельной работы по теме «Интегральное исчисление»**

1. Вычислить интегралы:

а)  $\int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$

б)  $\int (4 - 16x) \sin 4x dx.$

в)  $\int_{-\pi/2}^0 \frac{\cos x dx}{(1 + \cos x - \sin x)^2}.$

2. Изменить порядок интегрирования в повторных интегралах

$$\int_0^1 dx \int_{-\sqrt{x}}^0 f(x, y) dy + \int_1^2 dx \int_{-\sqrt{2-x}}^0 f(x, y) dy$$

3. Вычислить массу неоднородной пластины  $D$ , ограниченной заданными линиями  $x + y = 1$ ,  $y + 1 = x^2$ , если известна поверхностная плотность  $\rho(x, y) = 2x + 5y + 8$  пластины в каждой её точке  $M(x, y) \in D$ .

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной заданными кривыми  $x^2 + y^2 + 6y = 0$ ,  $x^2 + y^2 + 10y = 0$ ,  $y \leq \frac{x}{\sqrt{3}}$ ,  $y \geq x$ .

**3.3 Дифференциальные уравнения** (лекции – 6 часов, практические занятия – 6 часов, аудиторная СРС – 3 часа, вне аудиторная СРС – 15 часов)

Основные понятия:

определение и типы дифференциальных уравнений 1-го порядка, разрешённых относительно производных; определения поля направлений, интегральных кривых и изоклин дифференциального уравнения; определение однородного дифференциального уравнения 1-го порядка; метод решения линейного дифференциального уравнения первого порядка; определение частного решения дифференциального уравнения 1-го порядка; метод нахождения общего решения дифференциального уравнения первого порядка; метод нахождения частного решения линейного дифференциального уравнения 1-го порядка; определение общего решения линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка; структуру общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения 2-го порядка; методы решения дифференциальных уравнений высших порядков, допускающих понижение порядка; определение общего и частного решения системы дифференциальных уравнений

**ИДЗ № 3.3**

9 Найти общий интеграл ДУ  $3(x^2 y + y) dy + \sqrt{2 + y^2} dx = 0.$

10 Найти общее решение уравнения  $y' = \frac{x^2 + 2xy - 3y^2}{2x^2 - 6xy}.$

11 Найти решение задачи Коши:

а)  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1.$

б)  $dx + (2x + \sin 2y - 2 \cos^2 y) dy = 0, \quad y|_{x=-1} = 0.$

в)  $xy' + y = xy^2, \quad y(1) = 1.$

- 12 Найти общее решение уравнения  $-xy''' + 2y'' = \frac{2}{x^2}$ .
- 13 Найти решение задачи Коши  $y^3 y'' + 1 = 0$ ,  $y(1) = -1$ ,  $y'(1) = -1$ .
- 14 Найти общее решение уравнения.
- а)  $y''' - 5y'' + 6y' = 6x^2 + 2x - 5$ .
- б)  $y''' + y'' - 6y' = (20x + 14)e^{2x}$ .

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Типы дифференциальных уравнений*

Уравнение  $\cos x \cdot y' + 5x^2 y = xy^3$  является ...

*Тема: Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными*

Общий интеграл дифференциального уравнения  $x\sqrt{y}y' - \ln x = 0$  имеет вид ...

*Тема: Однородные дифференциальные уравнения первого порядка*

Общий интеграл дифференциального уравнения  $x^2 y' = xy - y^2$  имеет вид ...

*Тема: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка*

Общее решение дифференциального уравнения  $xy' + 2y = x^2$  имеет вид ...

*Тема: Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка*

Частное решение дифференциального уравнения  $y' = \arccos 2x$ , удовлетворяющее

условию  $y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$ , имеет вид ...

*Тема: Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами*

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка  $y'' + 4y' + 4y = 0$  имеет вид ...

*Тема: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами*

Частное решение  $\bar{y}$  линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка  $y'' + 3y' = 9x^2 + 1$  имеет вид ...

*Тема: Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка*

Функция  $y = e^{2x}$  является решением дифференциального уравнения второго порядка ...

$$y'' = 4e^{2x} \quad y'' - 2y' + 2y = e^{2x} \quad y'' = e^{2x} \quad y'' - (y')^2 \cdot e^{-2x} = -e^{2x}$$

*Тема: Системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами*

**Демонстрационный вариант  
самостоятельной работы по теме «Дифференциальные уравнения»**

1)  $y' = \operatorname{ctg} y \cdot \sqrt[3]{4x-1}$  (с разделяющимися переменными)

или  $y' = \frac{3x^2 + y^2}{xy}$  (однородное)

2)  $y' + \frac{y}{x} + x^2 y^3 = 0$  (Бернулли)

или  $y' - x^2 y = x^2 e^{\frac{x^3}{3}}$  (линейное)

$$3) -\frac{y^2}{x^2} dx + \left( \frac{2y}{x} + y^4 \right) dy = 0 \quad (\text{в полных дифференциалах})$$

$$4) (y')^2 + 2yy'' = 0 \quad (\text{допускающее понижение порядка, в уравнении нет } x)$$

$$\text{или } y'' + \frac{\sqrt{y'}}{x^2} = 0 \quad (\text{допускающее понижение порядка, в уравнении нет } y)$$

$$5) y'' + 5y' - 6y = 3 \cos 2x \quad (\text{ЛНДУ со специальной правой частью})$$

$$\text{или } y'' + \frac{1}{\pi^2} y = \frac{1}{\pi^2 \cos \frac{x}{\pi}} \quad (\text{метод вариации постоянных})$$

#### УЭМ4 Ряды. Теория вероятностей и математическая статистика

**4.1 Ряды** (лекции – 6 часов, практические занятия – 6 часов, аудиторная СРС – 3 часа, вне аудиторная СРС – 15 часов)

Основные понятия:

определение общего члена числовой последовательности, определение и свойства бесконечно малых последовательностей; определение бесконечно убывающей геометрической прогрессии; сходящиеся и расходящиеся гармонические ряды, признаки Коши и Даламбера, необходимый признак сходимости ряда, теорему Лейбница; определение области сходимости степенного ряда; формулы для вычисления радиуса сходимости степенного ряда; определение ряда Маклорена; структуру ряда Маклорена и выражения для рядов часто используемых функций; определение коэффициентов ряда Тейлора

#### ИДЗ № 4.1

1. Исследовать сходимость знакоположительных рядов.

$$1) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\frac{2}{\pi} \arctg n}{\sqrt{n^2 - n}} \quad 2) \sum_{n=1}^{\infty} n! \cdot \sin \frac{2}{3^n} \quad 3) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n^2 + 3)^{\frac{n}{2}}}{n^n} \quad 4) \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(n+3)\sqrt{\ln n}}$$

2. Исследовать сходимость знакопеременного ряда. Если он сходится, то указать, абсолютно или условно  $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \ln \left( 1 + \frac{1}{n} \right)$

3. Найти область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^n}{n(n+1)}$

4. Разложить функцию  $x \cos 2x$  в ряд Тейлора по степеням  $x$ . Указать интервал, в котором это разложение имеет место

5. Вычислить интеграл  $\int_0^{2,5} \frac{dx}{\sqrt[3]{125 + x^3}}$  с точностью до 0,001.

6. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения  $y = y(x)$  дифференциального уравнения  $y' = x^3 + y^3$ , удовлетворяющего данному начальному условию  $y(0) = -1$ .

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Числовые последовательности

Из числовых последовательностей  $\left\{ \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n} \right\}$ ,  $\left\{ \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n \right\}$ ,  $\left\{ \frac{2 - n + 10n^2}{4 - n^3} \right\}$ ,  $\left\{ \frac{3 + 2n - n^2}{1 + 1000n^2} \right\}$  бесконечно малой является последовательность ...

Тема: Сходимость числовых рядов

Даны числовые ряды:

А)  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n}\right)^{3n}$ ,      В)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5n-1}$ .

Тогда верным является утверждение ...

ряд А) сходится, ряд В) расходится

ряд А) расходится, ряд В) расходится

ряд А) сходится, ряд В) сходится

ряд А) расходится, ряд В) сходится

Тема: Область сходимости степенного ряда

Радиус сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+3}{3n-2}\right)^n x^n$  равен ...

Тема: Ряд Тейлора (Маклорена)

Ряд Маклорена для функции  $f(x) = \arctg 3x$  имеет вид ...

### Демонстрационный вариант самостоятельной работы по теме «Ряды»

Самостоятельная работа состоит из пяти случайных задач из вариантов ИДЗ 4.1. Количество вариантов соответствует количеству студентов в группе.

#### 4.2 Элементы комбинаторики. Случайные события

Основные понятия:

основные правила комбинаторики; формулу для нахождения числа перестановок; определение сочетаний; классическое определение вероятности; теоремы умножения вероятностей; формулу полной вероятности; формулу Байеса

#### ИДЗ № 4.2

1. Колода в 36 карт случайно делится пополам. Найти вероятность того, что в каждой половине будет по 2 туза.

2. Четырехтомное сочинение расположено на полке в случайном порядке. Найти вероятность того, что тома стоят в должном порядке справа налево или слева направо.

3. Бросаются 4 игральные кости. Найти вероятность того, что а) выпадает одинаковое число очков на всех костях; б) выпадает различное число очков на каждой кости.

4. В каждом из 4-х ящиков по 5 белых и по 15 черных шаров. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность вынуть два белых и два черных шара?

5. Производственные мощности трех фабрик относятся как 1:3:5. Процент брака соответственно: 10%, 15%, 20%. Случайно взятое изделие оказались бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на второй фабрике.

6. В урнах содержатся белые и черные шары. В первой урне – 2 белых и 3 черных шара, во второй – 1 белый и 2 черных, в третьей – 3 белых и 2 черных шара. Из первой урны один шар перекладывают во вторую, из второй после этого в третью, а затем из третьей – в первую. Найти вероятность того, что состав шаров во всех урнах не изменится.

7. Сколько раз нужно бросить игральную кость, чтобы появление 6 очков имело вероятность большую 0,8?

### 4.3 Случайные величины

Основные понятия:

определение функции распределения вероятностей дискретной случайной величины; определение плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины; определение математического ожидания дискретной случайной величины

#### ИДЗ № 4.3

8. Известно, что в партии из 20 телефонных аппаратов имеется 5 недействующих. Случайным образом из этой партии изъято 4 аппарата. Найти закон распределения случайной величины  $X$  - числа недействующих аппаратов среди выбранных, математическое ожидание и дисперсию.

9. Задана плотность распределения НСВ  $X$

$$f(x) = \begin{cases} c \sin 2x, & \text{если } x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \\ 0, & \text{если } x \notin \left(0, \frac{\pi}{2}\right) \end{cases}$$

Найти  $c$ ,  $F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ ,  $P\left(X < \frac{\pi}{3}\right)$ ,  $P\left(X \in \left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)\right)$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ .

10. Длина детали, изготовленной на станке, есть нормальная случайная величина с математическим ожиданием 45 см и дисперсией 0,16 см. Найти вероятность того, что две наудачу взятые детали имеют отклонение от математического ожидания по абсолютной величине не более 0,18 см<sup>2</sup>.

11. Из одного и того же множества  $\{1, 2, 3, 4\}$  двое выбирают по очереди по одному числу, причем второй всегда берет число не большее, чем первый. Составить закон распределения системы случайных величин  $X, Y$ . Найти  $K(X, Y)$  и  $K(3X, X + 2Y)$ ,  $M(X + Y)$ , а также  $P((X + Y) < 6)$ .

12. Дана плотность распределения ССВ  $X$  и  $Y$

$$f(x, y) = \begin{cases} c\sqrt{xy}, & \text{если } 0 \leq x \leq 4, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{в ост. случаях.} \end{cases}$$

Найти  $c$ ,  $P(X < 2, Y < 2)$ ,  $M(X)$ ,  $M(Y)$ ,  $K(X, Y)$ ,  $D(3X + 2Y)$ .

### 4.4 Элементы математической статистики

Основные понятия:

определение статистического распределения выборки; определение относительной частоты; определение моды вариационного ряда; определение размаха варьирования вариационного ряда; определение несмещенной оценки математического ожидания; определение несмещенной оценки дисперсии; определение доверительного интервала; определение интервальной оценки математического ожидания; определение выборочного коэффициента корреляции; определение выборочного коэффициента регрессии; определение конкурирующей статистической гипотезы; определение критической области

#### ИДЗ № 4.4

Данные наблюдений случайной величины  $X$  представлены в виде интервального статистического ряда. Первая строка таблицы – интервалы наблюдавшихся значений с. в.  $X$ , вторая – соответствующие им частоты. Требуется:

13. Найти эмпирическую функцию распределения и построить её график;

14. Построить гистограмму и полигон относительных частот;

15. Найти числовые характеристики выборки: выборочную среднюю, выборочную дисперсию, исправленную выборочную дисперсию, выборочное среднее квадратическое отклонение;

16. Предполагая, что исследуемая с. в.  $X$  распределена по нормальному закону, найти параметры нормального закона, записать плотность с. в.  $X$  и построить её график на одном чертеже с гистограммой (график выравнивающей кривой);

17. Найти теоретические частоты нормального закона распределения и при уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверить по критерию Пирсона гипотезу о нормальном распределении с. в.  $X$ ;

18. Найти с надёжностью (доверительной вероятностью)  $\gamma = 0,95$  интервальную оценку параметра  $a = M[X]$  случайной величины  $X$ .

Интервалы	(10; 20)	(20; 30)	(30; 40)	(40; 50)	(50; 60)	(60; 70)	(70; 80)	(80; 90)
Частоты	1	3	22	59	70	36	8	1

**Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>**

*Тема: Элементы комбинаторики*

Из города  $A$  в город  $B$  ведут 5 дорог, из  $B$  в  $C$  – 3 дороги, имеются также 2 дороги из  $A$  в  $C$ , минуя  $B$ . Из  $A$  в  $C$  можно попасть \_\_\_\_\_ способом(-ами)

*Тема: Определение вероятности*

В партии из 12 деталей имеется 5 бракованных. Наудачу отобраны три детали. Тогда вероятность того, что среди отобранных деталей нет бракованных, равна ...

*Тема: Теоремы сложения и умножения вероятностей*

В электрическую цепь последовательно включены два элемента, работающие независимо друг от друга. Вероятности отказов элементов равны соответственно 0,1 и 0,15. Тогда вероятность того, что тока в цепи не будет, равна ...

*Тема: Полная вероятность. Формулы Байеса*

Имеются четыре урны, содержащие по 3 белых и 7 черных шаров, и шесть урн, содержащих по 8 белых и 2 черных шара. Из наудачу взятой урны вытаскивается один шар, который оказался белым. Тогда вероятность того, что этот шар был вынут из первой серии урн, равна ...

*Тема: Законы распределения вероятностей дискретных случайных величин*

Дискретная случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ 0,14 & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 0,30 & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0,68 & \text{при } 3 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда вероятность  $P(2 \leq X < 5)$  равна ...

*Тема: Числовые характеристики дискретных случайных величин*

Дискретная случайная величина  $X$  задана законом распределения вероятностей:

$X$	1	3
$p$	0,2	0,8

Тогда ее среднее квадратическое отклонение равно ...

*Тема: Биномиальный закон распределения вероятностей*

Проводится  $n$  независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события  $A$  постоянна и равна 0,6. Тогда математическое ожидание  $M(X)$  и дисперсия  $D(X)$  дискретной случайной величины  $X$  – числа появлений события  $A$  в  $n = 100$  проведенных испытаниях – равны ...

*Тема: Простейший поток событий. Распределение Пуассона*

Среднее число заявок, поступающих на предприятие бытового обслуживания за 1 час равно пяти. Тогда вероятность того, что за два часа поступит восемь заявок, можно вычислить как ...

*Тема: Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины*

Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ Cx^2 & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Тогда значение параметра  $C$  равно ...

*Тема: Законы распределения вероятностей непрерывных случайных величин*

Непрерывная случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда вероятность  $P(-1 < X < 4)$  равна ...

*Тема: Числовые характеристики непрерывной случайной величины*

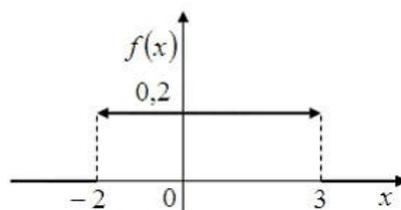
Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{8} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Тогда ее математическое ожидание равно ...

*Тема: Равномерное распределение*

Дан график плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины  $X$ :



Тогда график ее функции распределения вероятностей имеет вид ...

*Тема: Показательное распределение*

Случайная величина  $X$  распределена по показательному закону с плотностью

распределения вероятностей  $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 4e^{-4x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$  Тогда вероятность  $P(0,2 < X < 1)$  определяется как ...

*Тема: Нормальное распределение*

Непрерывная случайная величина  $X$  задана плотностью распределения вероятностей

$$f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{32}}.$$

Тогда математическое ожидание  $a$  и среднее квадратическое отклонение  $\sigma$  этой случайной величины равны ...

*Тема: Законы распределения вероятностей двумерных дискретных случайных величин*

Двумерная дискретная случайная величина  $(X, Y)$  задана законом распределения вероятностей:

	X	$x_1 = 1$	$x_2 = 3$	$x_3 = 5$	$x_4 = 7$
Y					
$y_1 = 0$		0,05	a	0,10	0,20
$y_2 = 1$		0,10	0,05	b	0,15

Тогда значения  $a$  и  $b$  могут быть равны ...

Тема: Условные законы распределения вероятностей двумерных дискретных случайных величин

Двумерная дискретная случайная величина  $(X, Y)$  задана законом распределения вероятностей:

	X	$x_1 = -1$	$x_2 = 0$	$x_3 = 2$
Y				
$y_1 = 3$		0,25	0,05	0,10
$y_2 = 6$		0,15	0,20	0,25

Тогда условный закон распределения вероятностей составляющей  $X$  при условии, что составляющая  $Y$  приняла значение  $y_1 = 3$ , имеет вид ...

Тема: Функция двух случайных аргументов

Дискретные случайные величины  $X$  и  $Y$  заданы законами распределения вероятностей:

X	-1	1	Y	2	3
p	0,8	0,2	q	0,7	0,3

Тогда закон распределения вероятностей функции  $Z = X \cdot Y$  имеет вид ...

Тема: Вариационный ряд

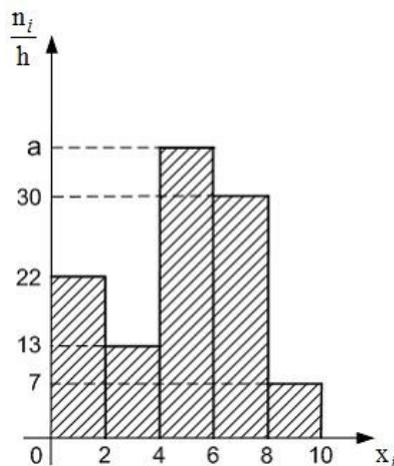
Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 100$ :

$x_i$	3	4	5	6	7
$n_i$	7	$n_2$	45	21	2

Тогда относительная частота варианты  $x_i = 4$  равна ...

Тема: Полигон и гистограмма

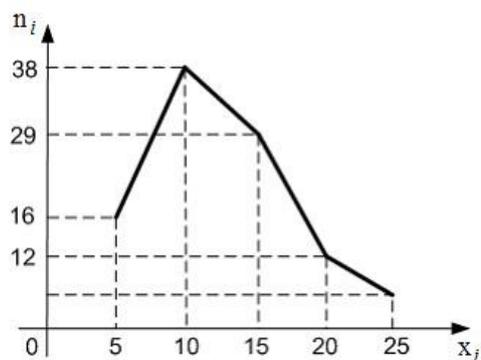
Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 220$ , гистограмма частот которой имеет вид:



Тогда значение  $a$  равно ...

Тема: Статистическое распределение выборки

Из генеральной совокупности извлечена выборка объема  $n = 100$ , полигон частот которой имеет вид:



Тогда относительная частота варианты  $x_5 = 25$  в выборке равна ...

*Тема: Характеристики вариационного ряда*

Размах варьирования вариационного ряда 3, 4, 4, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 12, 14, 14 равен ...

*Тема: Точечные оценки параметров распределения*

Если все варианты  $x_i$  исходного вариационного ряда уменьшить на три единицы, то выборочное среднее  $\bar{x}_B$  ...

*Тема: Интервальные оценки параметров распределения*

Построен доверительный интервал для оценки математического ожидания нормально распределенного количественного признака при известном среднем квадратическом отклонении генеральной совокупности. Тогда при увеличении объема выборки в девять раз значение точности этой оценки ...

*Тема: Элементы корреляционного анализа*

Выборочное уравнение прямой линии регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид  $y = 2,7 + 0,6x$ , а выборочные средние квадратические отклонения равны:  $\sigma_X = 0,7$ ,  $\sigma_Y = 2,8$ . Тогда выборочный коэффициент корреляции  $r_B$  равен ...

*Тема: Проверка статистических гипотез*

Соотношением вида  $P(K > 1,49) = 0,05$  можно определить ...

правостороннюю критическую область

левостороннюю критическую область

двустороннюю критическую область

область принятия гипотезы

### Дополнительная литература:

1 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для студ. вузов.- М.: Высшая школа, 2000 и др.г. – 480с.

2 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебное пособие для студ. вузов.- М.: Высшая школа, 2000 и др. г. – 400с.

3 Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. М.: АСТ, Астрель, 2001. — 656 с.

4 Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике: полный курс. – 4-е изд.- М.: Айрис-пресс, 2006.– 608 с.

5 Черненко В.Д. Высшая математика в примерах и задачах. В 3 т. СПб.: Политехника, 2003. — Т.1 - 703с., Т.2 - 477с., Т.3 - 476с.

\*Для сам. работы студентов на кафедре имеются и другие методические публикации.

### Примеры экзаменационных билетов

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
Кафедра прикладной математики и информатики

Экзаменационный билет № 0

Учебный модуль **Математика (первый семестр)**

Для направления подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры

1. Понятие определителя и его свойства.
2. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью функции.
3. Написать уравнение плоскости, проходящей через ось  $Ox$  перпендикулярно плоскости  $3x - 4y + 5z - 12 = 0$ .

4. Исследовать на непрерывность функцию  $y = \begin{cases} \cos x, & x \leq 0, \\ 1 + x^2, & 0 < x < 2, \\ x, & x \geq 2. \end{cases}$  Сделать чертеж.

5. Найти производную функции  $z = \operatorname{arctg}(xy^2)$  в точке  $A(2; -1)$  по направлению  $\overrightarrow{\operatorname{grad}} z(A)$ .

6. Вычертить область:  $\begin{cases} 1 \leq |z - 2 - 3i| \leq 2 \\ \pi/6 \leq \arg z \leq \pi/3 \end{cases}$

Принято на заседании кафедры ПМИ \_\_\_\_\_ 201 г. Протокол № \_  
Заведующий кафедрой ПМИ \_\_\_\_\_ (ФИО)

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
Кафедра прикладной математики и информатики

Учебный модуль **Математика (второй семестр)**

Для направления (специальности подготовки)

21.03.02 Землеустройство и кадастры

**Экзаменационный билет № 0**

1 Решить дифференциальные уравнения:

а)  $(x + xy^2)dx + (y - x^2y)dy = 0$

б)  $yy'' - (y')^2 = y'$

2 Найти интервал сходимости степенного ряда и исследовать сходимость на концах

интервала сходимости  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[3]{(n+1)^n}}{n!} (x-2)^n$

3 Изменить порядок интегрирования  $\int_0^1 dx \int_{2-x}^{x+2} f(x, y) dy$

4 В каждом из двух таймов футбольного матча обе команды вместе забивают три мяча с вероятностью 0,1, два мяча — с вероятностью 0,3, один мяч — с вероятностью 0,2 и с вероятностью 0,4 не забивают мячей. Найти закон распределения и дисперсию общего числа забитых в матче мячей.

5 Плотность вероятности непрерывной случайной величины  $X$  имеет вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{4\sqrt{x}}, & 0 < x < a, \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

а) Найти значение параметра  $a$

б) Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$  и  $\sigma(X)$

в) Найти вероятность того, что случайная величина  $X$  примет значения из интервала  $(-1; 1)$ .

6 Вычислить интегралы:

а)  $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx.$

б)  $\int (8 - 3x) \cos 5x dx.$

в)  $\int_{\pi/2}^{2 \operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1 - \cos x)}.$

Принято на заседании кафедры ПМИ \_\_\_\_\_ 201 г. Протокол № \_  
Заведующий кафедрой ПМИ \_\_\_\_\_ (ФИО)

## Заочная форма обучения

Студенты заочной формы обучения должны выполнить по одной контрольной работе в семестр. Варианты контрольных работ выдаются студентам на установочной сессии. Варианты находятся в дистанционном курсе и на странице преподавателя.

### Требования к выполнению контрольной работы

Контрольная работа (КР) по математике содержит десять вариантов контрольных заданий с номерами 1,2,3,4,5,6,7,8,9,0. Номер варианта КР соответствует последней цифре номера зачетной книжки студента.

КР должна быть оформлена в соответствии с нижеизложенными правилами:

- 1) КР следует выполнять в тетради от руки чернилами любого цвета, кроме красного, оставляя поля;
- 2) на обложке тетради должны быть ясно написаны название дисциплины; фамилия, имя, отчество студента; номер специальности и группы; **шифр**; в конце работы следует проставить дату выполнения и расписаться;
- 3) должны быть выполнены все задания своего варианта (работы, содержащие не все задания, а также содержащие задания другого варианта, не засчитываются);
- 4) задачи в работе надо располагать в порядке возрастания номеров, сохраняя нумерацию;
- 5) перед решением каждой задачи нужно писать полностью ее условие; решение задач следует излагать подробно, объясняя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи;
- 6) рекомендуется оставлять в конце тетради чистые листы для исправлений в соответствии с указаниями рецензента (вносить исправления в сам текст работы после ее рецензирования запрещается);
- 7) после получения незачтенной, прорецензированной работы (зачтенные работы остаются у рецензента, студент получает извещение) студент должен исправить все указанные рецензентом ошибки и недочеты в той же тетради после слов «работа над ошибками»;
- 8) к экзамену допускаются только те студенты, КР которых зачтена рецензентом. Так как на рецензирование КР преподавателю отводится две недели, то задания на проверку следует высылать заблаговременно.

### Пример контрольной работы 1 по математике

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}$$

2. Даны координаты вершин пирамиды  $A_1A_2A_3A_4$ :

$$A_1(1, -1, 1), A_2(-2, 0, 3), A_3(2, 1, -1), A_4(2, -2, -4)$$

Требуется найти:

- 1) длину ребра  $A_1A_2$ ;
- 2) угол между ребрами  $A_1A_2$  и  $A_1A_4$ ;
- 3) угол между ребром  $A_1A_4$  и гранью  $A_1A_2A_3$ ;
- 4) площадь грани  $A_1A_2A_3$ ;
- 5) объем пирамиды; 6) уравнения прямой  $A_1A_2$ ;
- 7) уравнение плоскости  $A_1A_2A_3$ ;
- 8) уравнения высоты, опущенной из вершины  $A_4$  на грань  $A_1A_2A_3$ .

Сделать чертеж.

3. Написать уравнение кривой, каждая точка которой находится на одинаковом расстоянии от точки  $F(2,2)$  и от оси  $Ox$ . Сделать чертеж.

4. Дано комплексное число  $z_0 = \frac{4}{1-i\sqrt{3}}$ .

Требуется:

1) записать число  $z_0$  в алгебраической и тригонометрической формах;

2) найти все корни уравнения  $z^3 + z_0 = 0$ .

5. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталю:

а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$ ; б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$ .

6. Найти производные данных функций:

а)  $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2+4x}}$ ; б)  $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{e^x - 3}{2}$ .

7. Найти неопределенные интегралы:

а)  $\int \frac{2 + \ln(x-1)}{x-1} dx$ ; б)  $\int (1+3x^2) \sin x dx$ ;

8. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми  $y = 4 - x^2$  и  $y = x^2 - 2x$ .

### Примеры экзаменационных билетов

#### 1 семестр

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
Кафедра прикладной математики и информатики

Учебный модуль **Математика (первый семестр)**

Для направления (специальности подготовки)

21.03.02 - Землеустройство и кадастры

#### Экзаменационный билет № 0

1. Найти матрицу  $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & 9 & -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}^2$ .

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах  $\bar{a}$  и  $\bar{b}$ , где  $\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q}$ ,  $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$ ;  $|\bar{p}| = 3$ ,  $|\bar{q}| = 2$ ,  $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi/2$ .

3. Даны координаты точек  $M_1(1; 2; -3)$ ,  $M_2(-2; 1; 3)$ ,  $M_3(0; 3; -1)$ .

Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно плоскости  $M_1M_2M_3$ .

4. Привести к каноническому виду уравнение линии  $x^2 + y^2 - 4y + 6x = 0$ . Сделать чертеж.

5. Найти предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 2x^2}}{3x^2}$ .

6. Найти производную функции  $y = \ln(\operatorname{arcsin} \sqrt{1 - e^{2x}})$ .

7. Найти неопределенный интеграл  $\int (3x - 2) \sin 2x dx$ .

8. Найти асимптоты графика функции  $y = \frac{x^2 - 1}{2x - 4}$ .

Принято на заседании кафедры ПМИ \_\_\_\_\_ 201 г. Протокол № \_

Заведующий кафедрой ПМИ \_\_\_\_\_ (ФИО)

#### 2 семестр

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

## Кафедра прикладной математики и информатики

Учебный модуль **Математика (второй семестр)**

Для направления подготовки

21.03.02 - Землеустройство и кадастры**Экзаменационный билет № 0**

1. Исследовать ряд на сходимость:  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n^4} + n + 1}{\sqrt[3]{n^2} + 4n - 2}$ .

2. Изменить порядок интегрирования  $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$ .

3. Найти производную  $u$  в точке  $M_0$  по направлению вектора  $\vec{l}$ :

$$u = z^2 + 2 \operatorname{arctg}(x - y), M_0(1, 2, -1), \vec{l}(1, 2, -2).$$

4. Решить задачу Коши:  $y' + \frac{y}{x} = \sin x, y(\pi) = \frac{1}{\pi}$ .

5. Указать вид частного решения дифференциального уравнения

$$y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x).$$

6. Из урны, содержащей 5 красных и 2 черных шара, переложен 1 шар в урну, содержащую 4 белых и 3 черных и 4 красных. Шар, вынутый после этого из второй урны, оказался черным. Найти вероятность того, что был переложен черный шар.

7. Задан закон распределения дискретной случайной величины  $X$ .

$x_i$	-0.3	0	0.3	0.5	0.7
$p_i$	0,04	0,06	0,2	0,5	$p_5$

Найти  $p_5, M(X), M(2X+5), D(X), D(2X-3)$ .

Принято на заседании кафедры ПМИ \_\_\_\_\_ 201 г. Протокол № \_  
Заведующий кафедрой ПМИ \_\_\_\_\_ (ФИО)

Приложение Б  
(обязательное)

**Технологическая карта**  
**учебного модуля «Математика»**  
**семестр 1, 2 ЗЕТ 12, вид аттестации экзамен, акад.часов 432, баллов рейтинга 600**

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ неде- ли сем.	Трудоемкость, ак.час					СРС	Форма текущего контроля успеv. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия							
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС				
<b>УЭМ1 Алгебра и геометрия</b>	1-9 I семестр	18	27		9	45		<b>125</b>	
Линейная алгебра	1-2	2	4		2	10	ИДЗ Тест СР	4 6 9	
Элементы векторной алгебры	3-4	2	4		2	10	ИДЗ Тест СР	6 6 10	
Аналитическая геометрия в пространстве	5-6	2	4		1	10	ИДЗ Тест	7 4	
Аналитическая геометрия на плоскости	7-9	3	6		2	10	ИДЗ Тест СР	5 4 10	
Контрольное тестирование по УЭМ 1	9				1	2		32	
Математический диктант по УЭМ 1	9				1	3		22	
<b>УЭМ2 Дифференциальное исчисление</b>	10-18 I семестр	18	27		9	45		<b>125</b>	
Теория пределов	10-12	6	6		3	15	ИДЗ Тест СР	16 3 8	
Дифференциальное исчисление функции одной переменной	13-14	4	4		2	10	ИДЗ Тест СР	9 5 7	
Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных	15-16	4	4		2	10	ИДЗ Тест СР	6 2 6	

Комплексные числа. Алгебра многочленов	17-18	4	4			5	ИДЗ Тест СР	5 6 4
Контрольное тестирование по УЭМ 2	18				1	2		28
Математический диктант по УЭМ 2	18				1	3		20
Рубежная аттестация	сессия						экзамен	<b>50</b>
<b>УЭМ3 Интегральное исчисление. Дифференциальные уравнения</b>	1-9 2семестр	18	27		9	45		<b>125</b>
Неопределенный интеграл	1-3	6	6		3	15	ИДЗ СР	8 15
Определённый интеграл.	4-5	4	4		2	10	ИДЗ Тест	9 6
Кратные интегралы	6	2	2		1	5	ИДЗ СР	3 18
Дифференциальные уравнения	7-9	6	6		1	10	ИДЗ Тест СР	9 6 15
Контрольное тестирование по УЭМ 3	9				1	2		20
Математический диктант по УЭМ 3	9				1	3		16
<b>УЭМ4 Ряды. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	10-18 2семестр	18	27		9	45		<b>125</b>
Ряды	10-12	6	6		3	15	ИДЗ Тест СР	19 4 15
Случайные события	13-14	4	4		2	10	ИДЗ	7
Случайные величины	15-16	4	4		2	10	ИДЗ Тест	5 6
Элементы математической статистики	17-18	4	4		1	9	ИДЗ Тест	9 6
Контрольное тестирование по УЭМ 4	18				1	2		32
Математический диктант по УЭМ 4	18				1	3		22
Рубежная аттестация	сессия					36	экзамен	<b>50</b>
Итого:		72	108		36	216		<b>600</b>

Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины  
оценка «удовлетворительно» – 300 – 419  
оценка «хорошо» – 420 – 539  
оценка «отлично» – 540 – 600

Приложение Б (обязательное)  
**Технологическая карта**  
**учебного модуля «Математика»**  
**семестр 1, 2, ЗЕТ12, вид аттестации экзамен, акад.часов 432**  
**Форма обучения заочная**

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	Форма текущего контроля успеv. (в соотв. с паспортом ФОС)
<i><b>Первый семестр</b></i>	
УЭМ1 Элементы линейной алгебры УЭМ2 Элементы векторной алгебры УЭМ3 Аналитическая геометрия УЭМ4 Основы дифференциального исчисления функции одной переменной УЭМ5 Основы интегрального исчисления функции одной переменной	<b>КР 1</b>
<i>Сессия</i>	экзамен
<i><b>Второй семестр</b></i>	
УЭМ 6 Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных УЭМ 7 Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений УЭМ 8 Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы УЭМ 9 Ряды УЭМ 10 Элементы теории функций комплексной переменной УЭМ 11 Теория вероятностей УЭМ 12 Элементы математической статистики	<b>КР 2</b>
<i>Сессия</i>	экзамен

## Приложение В

(обязательное)

### Карта учебно-методического обеспечения

Учебного модуля Математика

Направление 21.03.02 Землеустройство и кадастры

Формы обучения очная, заочная

Курс 1 Семестр 1, 2

Часов: всего 432, лекций 72, практ. зан. 108, СРС и виды индивидуальной работы 180

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
<b>1. Берман, Г. Н.</b> Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие. - 22-е изд., перераб. - СПб. : Профессия, 2006. - 432с. : ил. –[2004]	15	
<b>2. Пискунов, Н.С.</b> Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т.1. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2006. - 415с. –[2002, 2004]	31	
<b>Пискунов, Н.С.</b> Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т.2. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2006. - 544с – [2002, 2004]	31	
<b>3. Шипачев, В. С.</b> Высшая математика : учеб. для студентов вузов. - 8-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2007. - 479,[1]с. : ил.	101	
<b>4. Высшая математика в упражнениях и задачах</b> : в 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 368 с..	10	
<b>Высшая математика в упражнениях и задачах</b> : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 448 с.	7	
<b>5. Клетеник, Д. В.</b> Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2014. - 222, [2] с.: ил. – Режим доступа: WWW. URL : <a href="http://www.e.lanbook.com">www.e.lanbook.com</a> .	7	

Учебно-методические издания		
1. Рабочая программа учебного модуля по направлению подготовки 21.03.02 Землеустройство и кадастры / Авт.- сост. О.Б, Широколобова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2017.– 43 с.		
2. Высшая математика часть 1 [Электронный ресурс]: Мет. указ.и контр. Задания для студ. зо обучения / Сост. О.Н.Барсов; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2009.– 75с.– Режим доступа: WWW.URL : <a href="https://novsu.bibliotech.ru">https://novsu.bibliotech.ru</a>	21	имеется
3. Высшая математика часть 2 [Электронный ресурс]: Мет. указ. и контр. Задания для студ. зо обучения / Сост. О.Н.Барсов; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2013.– 78с.– Режим доступа: WWW.URL : <a href="https://novsu.bibliotech.ru">https://novsu.bibliotech.ru</a>	11	

Таблица 2 – Информационное обеспечение учебного модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
Интернет-тренажёры	<a href="http://training.iexam.ru/">http://training.iexam.ru/</a>	
А.А. Ларин Курс высшей математики	<a href="http://alexlarin.net/">http://alexlarin.net/</a>	лекции
Электронные учебники	<a href="http://www.mathelp.spb.ru/">http://www.mathelp.spb.ru/</a>	учебники

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Высшая математика [Электронный ресурс]: Контр. зад. и мет. указ. для студ. зо обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2005.– 45 с. (1ч.) – Режим доступа: WWW.URL: <a href="https://novsu.bibliotech.ru">https://novsu.bibliotech.ru</a>	8	имеется
2. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. зо обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2006.– 52 с.(2 ч.)	11	
3. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. зо обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2008.– 52с. (3 ч.)	24	
4.Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. зо обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им.Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2011.– 52с.(4ч.)	28	
5. Элементы линейной алгебры: Метод. ук./ Авт.-сост. О.Н. Барсов; НовГУ. – В.Н-д, 2005.– 25с.	10	
6. Неопределенный интеграл: метод. ук./ Авт.-сост. О.А. Одинцов, В.М. Федорова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2004.– 39с.	10	
7. Определенный интеграл: метод. указания/ авт.-сост. М.Ф. Шанталова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2007.– 38с.	11	

