

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра прикладной математики и информатики



С.И. Эминов
« 27 » 06 2017г.

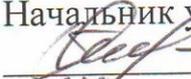
Уравнения математической физики

Учебный модуль по направлению подготовки
01.03.02–прикладная математика и информатика

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО

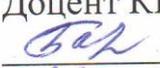
Начальник учебного отдела

 О.Б. Широколова

« 27 » 06 2017 г.

Разработал

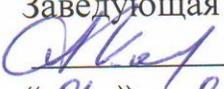
Доцент КППМИНовГУ

 О.Н. Барсов

« 22 » 02 2017 г.

Принято на заседании кафедры
Протокол № 7 от 01 марта 2017г.

Заведующая кафедрой

 А.В. Колногоров

« 01 » 03 2017 г.

1 Цели и задачи учебного модуля (УМ)

Цели УМ – развитие у студентов общей математической культуры, формирование базы для успешного освоения естественно научных дисциплин ОП и использования полученных знаний и компетенций в последующей профессиональной деятельности.

Задачи УМ - дать, по возможности, целостное представление о предмете и методах математической физики; рассмотреть методы интегрирования наиболее важных в теоретическом отношении и часто встречающихся в приложениях типов уравнений математической физики; изучить численные методы решения основных краевых задач математической физики; воспитать высокую математическую культуру студента, развить его интеллект, способности к абстрактному мышлению.

В результате изучения курса уравнения математической физики студенты должны свободно ориентироваться в разделах этой теории, овладеть основными приемами и методами исследования и решения задач, сводящихся к уравнениям математической физики, уметь анализировать полученные результаты, иметь навыки самостоятельного изучения литературы по данному разделу математики и приложениям.

2 Место учебного модуля в структуре ООП направления подготовки

Учебный модуль «Уравнения математической физики» входит в базовую часть учебного плана по направлению подготовки 01.03.02 - прикладная математика и информатика.

Освоение учебного модуля предполагает знание школьного курса элементарной математики, базовых курсов алгебры, геометрии, математического анализа, дифференциальных уравнений и функционального анализа.

Знания и умения, полученные при изучении данного УМ, используются при моделировании колебательных процессов, распространения тепла в различных средах, диффузии газов, фильтрации жидкостей и изучении этих моделей методами математической физики и прикладной математики, при изучении других УМ профессионального цикла, в прикладных исследованиях профессиональной деятельности.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

В результате изучения УМ «Уравнения математической физики» студент формирует и демонстрирует компетенцию ОПК-1 – способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Паспорт компетенции ОПК-1

способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Код компетенции	Уровень освоения компетенции	Знать	Уметь	Владеть
ОПК-1	базовый	Знать вывод уравнений колебаний, теплопроводности, диффузии; способы классификации уравнений второго порядка; методы постановки и решения основных краевых задач математической физики, основные численные методы решения краевых задач.	Уметь определять необходимость привлечения дополнительных знаний из специальных разделов математики и естественно-научных дисциплин для решения профессиональных задач, уметь применять полученные теоретические знания и математический аппарат для самостоятельного освоения специальных разделов естественных наук.	Владеть навыками использования теоретических основ базовых разделов естественных наук и математики при решении конкретных задач прикладной математики с использованием современных компьютерных технологий.

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

Учебная работа (УР)	Всего (семестр 7)	Коды формируемых компетенций
Полная трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕ)	6	ОПК-1

Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):		
– лекции	36	
– практические занятия	54	
– в том числе аудиторная СРС	18	
– внеаудиторная СРС	126	
- в том числе аттестация - экзамен	36	

4.2 Содержание учебного модуля и структура разделов

УМ. Уравнения математической физики.

1. Вывод уравнений колебания струны, распространения тепла, диффузии.
2. Классификация уравнений второго порядка в точке.
3. Приведение уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами к каноническому виду.
4. Характеристики. Приведение уравнений второго порядка с переменными коэффициентами с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
5. Постановка задачи Коши и краевых задач. Корректность постановки краевых задач. Пример Адамара некорректной задачи.
6. Задача Коши для уравнений гиперболического типа. Формулы Даламбера, Пуассона, Кирхгофа.
7. Энергетическое неравенство. Единственность решения задачи Коши.
8. Смешанные задачи для уравнений гиперболического типа. Единственность решения. Метод Фурье решения смешанных задач.
9. Колебания струны, плоской и круглой мембран.
10. Метод собственных функций решения смешанных задач для неоднородного уравнения колебаний.
11. Решение задачи Коши для однородного уравнения теплопроводности с помощью интеграла Фурье.
12. Решение задачи Коши для неоднородного уравнения теплопроводности с помощью интегрального преобразования Фурье.
13. Распространение тепла в прямоугольнике, круге, параллелепипеде, цилиндре.
14. Гармонические функции. Формула Грина. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.
15. Основные свойства гармонических функций.
16. Постановка основных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона. Единственность решения.
17. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для круга методом Фурье. Интеграл Пуассона.
18. Решение внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона методом собственных функций

19. Функция Грина внутренней задачи Дирихле. Решение внутренней задачи Дирихле для уравнений Лапласа и Пуассона.
20. Методы построения функции Грина.
21. Численные методы решения краевых задач. Метод Рунге.
22. Метод Галёркина.
23. Метод Канторовича.
24. Метод сеток. Устойчивость и сходимость метода сеток.
25. Метод прямых.

Содержание практических занятий:

ПР-1	Классификация линейных уравнений 2-го порядка с постоянными коэффициентами приведением соответствующей квадратичной формы к нормальному виду.
ПР-2	Приведение к каноническому виду уравнений методом характеристик
ПР-3	Решение задачи Коши для уравнения колебаний с помощью формул Даламбера, Пуассона и Кирхгофа
ПР-4	Метод Фурье. Отыскание собственных чисел и собственных функций задачи Штурма-Лиувилля для смешанных задач уравнения колебаний
ПР-5	Метод продолжения. Задача о колебании полубесконечной струны
ПР-6	Решение смешанных задач для уравнения колебания струны методом разделения переменных (Метод Фурье)
ПР-7	Колебания прямоугольной мембраны
ПР-8	Колебания круглой мембраны
ПР-9	Решение задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье и методом интегрального преобразования Фурье
ПР-10	Распространение тепловых волн по полубесконечному стержню. Метод продолжения.
ПР-11	Решение задачи распространения тепла на плоскости методом интегрального преобразования Фурье
ПР-12	Распространение тепла в прямоугольнике и круге
ПР-13	Распространение тепла в цилиндре
ПР-14	Решение смешанных задач для уравнения теплопроводности методом разделения переменных (Метод Фурье)
ПР-15	Распространение тепла на плоскости
ПР-16	Решение задач Дирихле для уравнений Лапласа и Пуассона методом Фурье
ПР-17	Построение функции Грина для круга и шара
ПР-18	Метод функции Грина для задачи Дирихле.

Внеаудиторная СРС

Содержание приведено в приложении А

4.3 Организация изучения учебного модуля

Интегральную модель образовательного процесса по модулю формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое, контекстное обучение, развивающее обучение.

Реализация этой модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса) осуществляемых с помощью следующих технических процедур:

- лекционные (вводная лекция, лекция-презентация, информационная лекция);
- практические (работа в малых группах, индивидуальная работа, обсуждение контрольных и самостоятельных заданий);
- исследовательские (самостоятельная работа, решение конкретных практических задач);
- самоуправления как самостоятельная работ студентов (работа с рекомендованной литературой, выполнение внеаудиторной самостоятельной работы).

При организации работы со студентами, предоставления необходимой информации, проведения консультаций, контроля знаний необходимо использовать информационные технологии (электронная почта, мультимедиа-средства).

5 Контроль и оценка качества освоения учебным модулем

Контроль качества освоения студентами учебного модуля осуществляется непрерывно в течении всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения УМ используются формы контроля:

- текущий (осуществляется регулярно в течении всего семестра);
- рубежный (осуществляется на девятой неделе семестра);
- семестровый (осуществляется по окончании изучения УМ).

Оценка качеств освоения УМ осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В).

7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля

Для реализации УМ требуется наличие учебной аудитории, оборудованной посадочными местами по количеству студентов, рабочим

местом преподавателя, учебной-методической литературой по разделам модуля, техническими средствами обучения (ПК, MSWord,MSExcel).

Приложения (обязательные)

А - Методические рекомендации по организации изучения УМ

Б - Технологическая карта

В - Карта учебно-методического обеспечения УМ

Приложение А

Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля «Уравнения математической физики»

Вначале первой лекции преподаватель должен выделить время 10-20 минут для того, чтобы проинформировать студентов о сути модульно-рейтинговой системе обучения, контроля и оценки знаний, которая представлена в рабочей программе по методам математической физики, ознакомить с технологической картой учебного модуля (Приложение Б). Ознакомить студентов с датами проведения контрольных работ и выдачи индивидуальных заданий по внеаудиторной СРС, а также количеством времени, выделяемого на их выполнение. Разъяснить сущность и правила начисления творческого рейтинга. Необходимо подчеркнуть важность посещения студентами лекций и практических занятий так как они являются основой для подготовки к выполнению контрольных работ и индивидуальных заданий.

При подготовке к практическим занятиям студенты должны изучить лекционный материал, а в случае необходимости обратиться к соответствующей рекомендованной литературе. В конце практического занятия преподаватель задаёт домашние задания (ДЗ) для самостоятельной работы для закрепления изучаемого материала. Проверка домашних заданий осуществляется в начале следующего практического занятия. Если выполнение ДЗ вызывает у студентов затруднение, то такие задания разбираются во время занятия.

Важным способом приобретения и закрепления знаний по учебному модулю является самостоятельная работа студентов. В процессе самостоятельной работы происходит наиболее качественная переработка и преобразование полученной на лекциях и практических занятиях информации в глубокие и прочные знания, умения и навыки. Самостоятельная работа обеспечивает непрерывность и системный характер познавательной деятельности, развивает творческую активность будущих специалистов, способствует более глубокому усвоению изучаемого модуля, формирует навыки исследовательской работы по проблемам естественнонаучных и инженерных дисциплин, ориентирует студента на умение применять полученные теоретические знания на практике и проводится в следующих видах:

- проработка лекционного материала,
- подготовка к практическим занятиям,
- подготовка к аудиторным контрольным работам,
- выполнение ИДЗ,
- выполнение КР,
- защита ИДЗ,

- подготовка докладов по НИРС.

Для успешного выполнения заданий для СРС преподаватель проводит индивидуальные консультации в конце практических занятий и групповые консультации в выделенное время.

Образец индивидуального домашнего задания (ИДЗ) №1

Вариант 0

1. Привести к каноническому виду уравнение

$$u_{xx} - 4u_{xy} + 5u_{yy} - 3u_x + u_y + u = 0.$$

2. Определить тип уравнения, приведя соответствующую квадратичную форму к нормальному виду

$$u_{xx} + 3u_{yy} + 3u_{zz} - 2u_{xy} - 2u_{xz} - 2u_{yz} = 0.$$

3. Найти общее решение уравнения, приведя его к каноническому виду

$$u_{xx} - 2 \sin x \cdot u_{xy} - \cos^2 x \cdot u_{yy} - \cos x \cdot u_y = 0.$$

4. Решить задачу Коши для уравнения колебаний бесконечной струны, используя формулу Даламбера

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + e^{-t}, & -\infty < x < \infty, \quad t > 0 \\ u(x,0) = \sin x, \quad u_t(x,0) = \cos x, & -\infty < x < \infty \end{cases}.$$

5. Решить задачу Коши, используя метод чётного или нечётного продолжения

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < +\infty, \quad t > 0 \\ u(x,0) = x^3, \quad u_t(x,0) = \cos x, \\ u(0,t) = 0, & t > 0. \end{cases}$$

6. Решить задачу Коши, используя формулу Пуассона

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), & -\infty < x, y < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = 3x^2 + 2y^2, \quad u_t|_{t=0} = 0, & -\infty < x, y < \infty. \end{cases}$$

7. Решить задачу Коши, используя формулу Кирхгофа

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx} + u_{yy} + u_{zz}, & -\infty < x, y, z < \infty, \quad t > 0, \\ u|_{t=0} = 0, \quad u_t|_{t=0} = z, & -\infty < x, y, z < \infty. \end{cases}$$

Образец контрольной работы №1

Вариант 0

1. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < \pi, \quad t > 0 \\ u(x,0) = \sin x, \quad u_t(x,0) = 0, & 0 < x < \pi \\ u(0,t) = t^2, \quad u(\pi,t) = t^3, & t > 0 \end{cases}$$

2. Решить смешанную задачу методом Фурье

$$\begin{cases} u_{tt} = u_{xx}, & 0 < x < l, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \sin x, \quad u_t(x,0) = 0, & 0 \leq x \leq l, \\ u(0,t) = t^2, \quad u(l,t) = t, & t \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу для волнового уравнения в прямоугольнике:

$$\begin{cases} u_{tt} = 64\Delta u, & 0 < x < 6, 0 < y < 3, \quad t > 0 \\ u|_{x=0} = u|_{x=6} = 0, & 0 \leq y \leq 3, \quad t \geq 0 \\ u|_{y=0} = u|_{y=3} = 0, & 0 \leq x \leq 6, \quad t \geq 0 \\ u|_{t=0} = x(3-y), \quad u_t|_{t=0} = 0, & 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 3. \end{cases}$$

4. Решить задачу колебания круглой мембраны

$$\begin{cases} u_{tt} = 25\Delta u, & 0 \leq r < 2, \quad 0 < t < +\infty, \quad t > 0, \\ u(r,0) = \frac{1}{8} \left[1 - \left(\frac{r}{2} \right)^2 \right], & u_t(r,0) = 0, \quad u(2,t) = 0. \end{cases}$$

Образец индивидуального домашнего задания (ИДЗ) №2

Вариант 0

1. Решить задачу Коши для уравнения теплопроводности

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx}, \quad t > 0, \quad -\infty < x < +\infty, \\ u(x,0) = \begin{cases} A, & \text{если } |x| < h, \\ 0, & \text{если } |x| > h. \end{cases} \end{cases}$$

2. Решить краевую задачу, продолжив функцию $\varphi(x)$ на всю ось x

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - hu, \quad t > 0, \quad 0 < x < +\infty, \\ u(0,t) = 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = \varphi(x), \quad 0 < x < +\infty. \end{cases}$$

3. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u, \quad t > 0, \quad 0 < x < l, \\ u(0,t) = u_x(l,t) = 0, \quad t > 0, \quad u(x,0) = x, \quad 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

4. Решить смешанную задачу

$$\begin{cases} u_t = a^2 u_{xx} - \beta u + \sin \frac{\pi x}{l}, & t > 0, 0 < x < l, \\ u(0, t) = u(l, t) = 0, & t > 0, u(x, 0) = 0, 0 \leq x \leq l. \end{cases}$$

5. Решить задачу распространения тепла в цилиндре

$$\begin{cases} u_{tt} = a^2 \Delta u, & 0 < r < R, 0 < z < h, t > 0, \\ u(x, 0) = J_0\left(\frac{\mu_5}{R} r\right) \sin\left(\frac{2\pi}{h} z\right), & 0 \leq r \leq R, 0 \leq z \leq h, \\ u(r, 0, t) = u(r, h, t) = 0, & u(R, z, t) = 0. \end{cases}$$

6. Построить функцию Грина для полусферы и решить соответствующую задачу Дирихле для уравнения Лапласа.

7. Построить функцию Грина для полукруга и решить соответствующую задачу Дирихле для уравнения Лапласа.

Образец индивидуального домашнего задания (ИДЗ) №3

Вариант 0

1. Найти методом Ритца приближённое решение краевой задачи

$$y'' + x^2 y = x, \quad y(0) = y(1) = 0.$$

2. Методом сеток найти приближённое решение краевой задачи

$$\begin{cases} u_{xx} - u_{yy} = x, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ u(x, 0) = x, & u(0, y) = y, \\ u_y(x, 0) = 0, & u(1, y) = 1 - y. \end{cases}$$

Приложение Б
Технологическая карта
Учебного модуля «Уравнения математической физики»
Семестр_7_, ЗЕТ_6_, вид аттестации экзамен, акад. часов_216_, баллов рейтинга_300_

№ и наименование раздела учебного модуля	Се- местр 7	№ не- дели	Трудоёмкость в акад. час.					Форма текущего контроля успев. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим. количество баллов рейтинга
			Аудиторные занятия				СРС		
			ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС			
1. Классификация линейных уравнений 2-го порядка в точке.		1	2	2		1	5		
2. Приведение к каноническому виду уравнений с переменными коэффициентами методом характеристик.		2	2	2		1	5		
3. Постановка задачи Коши и краевых задач. Корректность постановки краевых задач. Пример Даламбера некорректной задачи.		3	2	2		1	5		
4. Решение задачи Коши для уравнения колебаний с помощью формул Даламбера, Пуассона и Кирхгофа.		4	2	2		1	5	ИДЗ 1 60	
5. Метод Фурье. Задача Штурма - Лиувилля. Решение смешанных задач для уравнения колебаний струны методом Фурье.		5	2	2		1	5		
6. Колебания прямоугольной и круглой мембран		6	2	2		1	5		
7. Единственность решения краевых задач для гиперболических уравнений.		7	2	1		-	5		
8. Решение задачи Коши для одномерного уравнения теплопроводности методом интеграла Фурье и методом интегрального преобразования Фурье.		8	2	3			5		

9. Решение смешанных задач для одномерного уравнения теплопроводности методом Фурье.		9	2	2		1	5	КР 1	70
10. Распространение тепла в прямоугольнике и круге.		10	2	1		1	5		
11. Распространение тепла в цилиндре.		11	2	3		1	3		
12. Гармонические функции. Формула Грина. Фундаментальные решения уравнения Лапласа. Интегральное представление гармонической функции.		12	2	1		2	7	ИДЗ 2	60
13. Основные свойства гармонических функций.		13	2	3		1	5		
14. Постановка основных краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона. Единственность решения.		14	2	1		2	2		
15. Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для круга методом Фурье. Интеграл Пуассона.		15	2	2		1	3		
16. Функция Грина внутренней задачи Дирихле. Решение внутренней задачи Дирихле для уравнений Лапласа и Пуассона.		16	2	3		1		ИДЗ 3	60
17. Методы Ритца и Галёркина.		17	2	2		1	10		
18. Методы сеток и прямых.		18	2	2		1	10		
Экзамен							36		50
Всего			36	36		18	126		300

В соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по образовательным программам высшего образования» перевод баллов рейтинга в традиционную систему оценок осуществляется по шкале:

- пороговый (оценка «удовлетворительно») - 150 –207;
- стандартный (оценка «хорошо») – 208 – 267;
- эталонный (оценка «отлично») – 268 –300.

Приложение В

Карта учебно-методического обеспечения

Учебный модуль «Уравнения математической физики»

Направление (специальность) 01.03.02 –прикладная математика и информатика

Всего часов –216 (6 ЗЕ),из них лекций-36, практических занятий-54 в т. ч. ауд. СРС-18,

внеаудиторная СРС –126 в т. ч. экзамен -36.

Форма обучения – дневная.

Курс – 4, семестр – 7.

Обеспечивающая кафедра – каф. прикладной математики и информатики

Таблица 1 – Обеспечение учебного модуля учебными изданиями

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Михлин С.Г. Курс математической физики: учебник для вузов. – СПб: Лань, 2002. –575с.	24	
2. Сабитов К.Б. Уравнения математической физики: учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая математика, 2003. – 254с.	44	
4. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. Т.2. /П.Е. Данко, А.Г. Попов, Т.Я.Кожевникова – М.: Наука, 2003 и др.г. – 416 с.	18	
5. Бицадзе А.В., Калининченко Д.Ф. Сборник задач по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1985.	45	
Учебно-методические издания		
1. Рабочая программа учебного модуля «Уравнения математической физики» по направлению подготовки 01.03.02 – прикладная математика и информатика – с приложениями /Авт.-сост. О.Н. Барсов; НовГУ им. Ярослава Мудрого,- Великий Новгород, 2017. – 14 с.		
2. Введение в операционное исчисление: учеб. Пособие /Авт.-сост. А.В. Ласунский; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2016. – 91 с.	10	

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными/ МГУ им. М.В.Ломоносова. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. – 260 с.	15	
2. Будаков Б.М. и др. Сборник задач по математической физике: учеб. пособие для ун-тов. М.: Физматлит, 2004. –668с.	25	
3. Чудесенко В.Ф. Сборник заданий по специальным курсам высшей математики. Типовые расчеты. СПб: Лань, 2005.– 124с.	30	

Действительно для учебного года 2017 / 2018

Зав. Кафедрой ПМИ _____ А.В. Колногоров

_____ 2017 г.

Действительно для учебного года ...

Зав. Кафедрой ПМИ _____ А.В. Колногоров

_____ 20... г.

Действительно для учебного года...

Зав. Кафедрой ПМИ _____ А.В. Колногоров

_____ 20... г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

должность

подпись

расшифровка