

УДК 519.25, 330.46

**ОЦЕНКА ИНФОРМАТИВНОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ  
ИНТЕГРАЛЬНОГО ИНДИКАТОРА ИЗМЕНЕНИЯ КАЧЕСТВА СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ**

**Т.В.Жгун, А.В.Липатов**

**ESTIMATION OF INFORMATIVITY OF A SOLUTION FOR THE PROBLEM  
OF CONSTRUCTING AN INTEGRAL INDICATOR OF CHANGES IN A COMPLEX SYSTEM QUALITY**

**T.V.Zhgun, A.V.Lipatov**

*Институт электронных и информационных систем НовГУ, zhtv@mail.ru*

Рассмотрено вычисление оценки информативности решения задачи построения латентной интегральной характеристики изменения качества системы на основании регистрируемых измерений для ряда наблюдений. Задача относится к классу задач выделения полезного сигнала из массива данных в условиях априорной неопределенности и решается на основании задаваемого отношения сигнал/шум. Построение латентной интегральной характеристики изменения качества системы на основе статистических показателей для ряда последовательных наблюдений производится с помощью метода главных компонент с учетом наличия шума в измеряемых данных (ОСШ-алгоритм). В отличие от классического метода главных компонент, где информативность вычисленной интегральной характеристики задается априорно и обеспечивается выбором числа главных компонент, в предлагаемом алгоритме информативность решения оценивается апостериорно на

основании дисперсионного критерия и выбранного параметра отношения сигнал/шум. С помощью предложенного алгоритма построены интегральные индикаторы качества жизни субъектов Российской Федерации за 2007-2012 гг.

**Ключевые слова:** качество системы управления, интегральная характеристика качества, изменение характеристики качества, интегральные индикаторы качества жизни, шум измеряемых данных, отношение сигнал/шум, метод главных компонент, информативность метода главных компонент

This work deals with constructing the estimation of informativity of a solution for the problem of constructing the latent integral characteristics of changes in the system quality based on the recorded measurements of a series of observations. This problem belongs to complex problems of signal allocation from a multidimensional array in terms of a priori uncertainty of noise and signal. Its solution is based on the specified signal-to-noise ratio. Constructing the latent integral characteristics of changes in the system quality concerning the statistical data for a series of observations is performed on the basis of the principal component analysis taking into account the presence of noise in the measured data (SNR-algorithm). In classical PCA, the informativity of integral characteristics is given a priori and is provided by selecting the number of principal components. In the proposed algorithm, the informativity of solution is evaluated a posteriori on the basis of the variance test and selected SNR-parameter. We constructed integral indicators of quality of life of Russia's Federal Subjects for the years 2007-2012 using the proposed algorithm.

**Keywords:** control system quality, integral characteristics of quality, change in characteristics of quality, integral indicators of quality of life, noise in the measured data, signal-to-noise ratio, principal component analysis, informativity of the principal component analysis

## Введение

Интегральные характеристики качества системы используются при решении задач управления для совершенствования механизмов управления на основании сопоставления интегральных индикаторов рассматриваемых объектов и рейтингов объектов, определяемых их интегральными характеристиками, и являются показателем степени достижения цели управления. Сводные (интегральные) показатели различных синтетических категорий социально-экономического развития широко используются в межстрановом и межрегиональном макроэкономическом анализе, в теории и практике социально-экономического управления [1,2]. С 1974 г. выходит специальный международный журнал «Social Indicators Research», который публикует результаты исследований, касающихся измерения качества жизни муниципальных, региональных, национальных и международных систем. К числу наиболее часто используемых интегральных показателей относится индекс развития человеческого потенциала (ИРЧП), который активно используется Организацией Объединенных Наций, начиная с 1990 г. В рамках ежегодных «Докладов о человеческом развитии» даются определенные представления о соотношении качества жизни в разных странах мира на основании этого рейтинга [2].

Согласно методике С.А. Айвазяна [3,4], вектор интегральных индикаторов есть проекция матрицы преобразованных данных  $A$  на первую главную компоненту. Так же поступают и авторы современного исследования качества жизни в Европейском Союзе [5]. Этот метод используется для оценки статических систем, когда первая главная компонента хорошо приближает моделируемую ситуацию, т.е. если максимальное собственное число ковариационной матрицы дает вклад не менее 70% в сумму всех собственных чисел. Такое соотношение выполняется, если рассматривается небольшое количество признаков (не более пяти), и одно из свойств системы доминирует над остальными. При описании социально-экономических систем число переменных значительно

но более пяти, а структура системы не допускает простого приближения. В качестве выхода из этой ситуации рассматривается, согласно [4], понижение порога информативности до 55% и деление исходной системы на подсистемы, описываемые меньшим количеством переменных. Однако применение этой методики для ряда последовательных наблюдений дает неудовлетворительные результаты.

## 1. Постановка задачи вычисления интегральной характеристики изменения качества системы

Рассмотрим построение интегральной оценки системы из  $m$  объектов, для которой известны таблицы из  $n$  описаний объектов для ряда  $t$  наблюдений — матрицы размерностью  $m \times n$   $A^t = \{a_{ij}\}_{i,j=1}^{n,m}$ ,  $t=1, 2, \dots, p$ . Для каждого момента  $t$  вектор интегральных показателей имеет вид

$$q^t = A^t \cdot w^t, \quad (1)$$

где  $q^t = \langle q^t_1, q^t_2, \dots, q^t_m \rangle^T$  — вектор интегральных индикаторов момента  $t$ ,  $w^t = \langle w^t_1, w^t_2, \dots, w^t_m \rangle^T$  — вектор весов показателей для момента  $t$ ,  $A^t$  — матрица преобразованных данных для момента  $t$ . Для построения интегрального индикатора качества системы требуется найти веса показателей  $w^t$  для каждого момента времени.

Будем рассматривать оцениваемый объект как сложную (не поддающуюся удовлетворительной формализации), большую (число состояний выше современных вычислительных возможностей) систему. Такими системами являются как каждый биологический объект, так и любая социальная система. Система доступна для наблюдения, и известно конечное, достаточно большое число регистрируемых с некоторой точностью численных характеристик этой системы в разные моменты времени. Значимость регистрируемых показателей для функционирования системы в общем случае неизвестна. Для решения задачи управления требуется дать мотивированную оценку каждого наблюдаемого объекта на всем промежутке наблюдений, т.е. вычислить в динамике ин-

тегральную характеристику качества системы. Численные характеристики системы предварительно подвергнуты унификации — приведению значений переменных на отрезок  $[0, 1]$  по принципу «чем больше, тем лучше».

Любое измерение, в том числе и статистическое, неизбежно связано с точностью измерительного прибора, поэтому результат измерения неизбежно содержит неустранимую ошибку. Построение интегральной характеристики системы можно рассматривать как задачу выделения полезного сигнала на фоне шумов в условиях отсутствия априорной информации о статистических характеристиках аддитивного шума и полезного сигнала при наличии единственной реализации измеряемого процесса. Эта задача аналогична задаче восстановления цифровых изображений, искаженных белым гауссовским шумом. Метод главных компонент (МГК) позволяет выделить структуру в многомерном массиве данных и с успехом применяется для распознавания изображений в потоке зашумленных данных и для шумоподавления.

Количественные характеристики конкретной системы, функционально связанные с ее структурными особенностями и условиями ее работы, зависят от отношения сигнала к шуму. Это отношение часто используется для количественной оценки эффективности различения сигналов в оптико-электронных, телевизионных автоматических системах, в средствах контроля и диагностики.

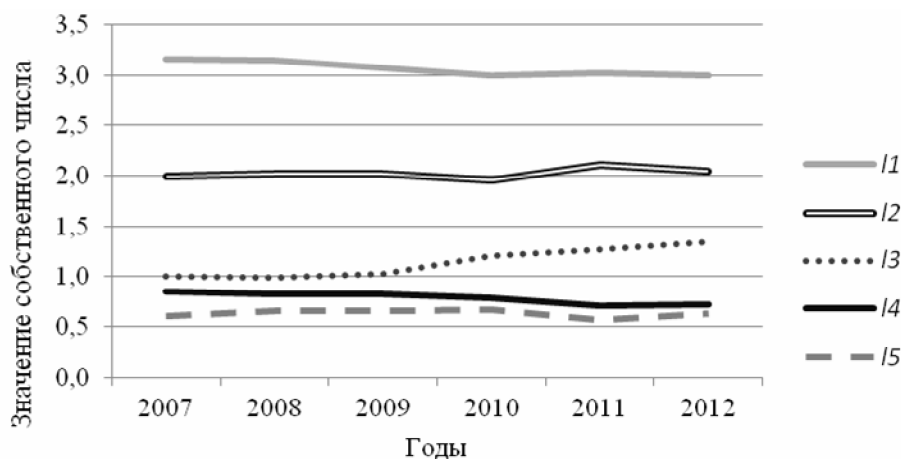
ОСШ — отношение сигнал/шум (англ. *signal-to-noise ratio*, сокр. *SNR*) представляет собой отношение сигнала (а если точнее, суммы сигнала и шума) к шуму. Величина может быть вычислена либо как безразмерное отношение амплитуды сигнала к амплитуде шума  $SNR = A_s / A_n$ , либо в децибелах  $SNR (dB) = 20 \cdot \log_{10}(A_s / A_n)$ . Эта величина наиболее полно описывает качество воспроизведения сигнала в телевизионных системах, в системах мобильной связи, в астрофотометрии.

Выбор порогового значения отношения полезного сигнала к шуму фона, позволяющего различить сигнал на фоне шума, обоснован в [6]. Современные технические системы (и человеческий глаз) уверенно

выделяют сигнал из шума, если уровень ОСШ в системе составляет около 7 дБ (или в безразмерных единицах — 2,2). Такое пороговое значение используется в фотометрии слабых объектов: при регистрации сигнала от тусклых звезд необходимо, чтобы отношение сигнал/шум превышало 2,2. Телевизионные системы могут восстановить неповрежденную картинку, если отношение уровня сигнала к уровню шумов превосходит пороговое значение около 7 дБ. Именно это значение  $SNR = 2,2$  и будет использоваться далее.

Статистические данные неизбежно содержат погрешность измерения. Любой результат, полученный на основании этих данных, будет содержать неустранимую ошибку. Переход к другому моменту времени означает изменение данных, которое при неизменной структуре системы вызвано как изменением ситуации, так и случайными ошибками. Метод главных компонент на основании различных для разных моментов значений собственных векторов и собственных значений описывает неизменную структуру системы. Следовательно, именно значения собственных чисел и собственных векторов будут тем сигналом, который нужно распознать, т.е. по имеющимся реализациям выделить сигнал из зашумленных данных. Предположение о том, что при вариации входных данных у собственных чисел имеется общая тенденция, иллюстрирует рисунок, где представлены значения пяти наибольших (при упорядочении по убыванию) собственных чисел для разных наблюдений. В среднем значении рассматриваемых величин хорошо просматривается тенденция (сигнал) и случайное отклонение от нее.

Собственные векторы определяются с точностью до направления, в отличие от собственных чисел, определяемых однозначно. Среднее значение факторных нагрузок переменных зависит от выбранного направления и не может однозначно характеризовать сигнал. Следовательно, на основе вычисленных для различных наблюдений собственных векторов (упорядоченных в порядке убывания собственных чисел) нужно распознать случайные и неслучайные компоненты этих векторов и определить значения координат неслучайных переменных этих векторов.



Собственные значения ковариационной матрицы переменных для различных моментов наблюдения

Наличием неслучайного (т.е. значимого) вклада переменной в структуру главных компонент будем считать не большую величину факторной нагрузки, а *инвариантность* факторной нагрузки при возмущениях, признаком которой будет величина отношения сигнал/шум, определяемая средними значениями переменной и среднеквадратичным отклонением. Если это отношение выше порогового значения, такую переменную считаем неслучайной — действующей. При невыполнении такого соотношения переменная характеризует шумовую составляющую сигнала и не участвует в дальнейшем рассмотрении. Для проверки этого условия нужно согласовать направления собственных векторов на основании некоторого критерия.

## 2. Информативность интегральной характеристики изменения качества системы

В алгоритмах вычисления интегральной характеристики по ОСШ-методу [6-9] используется традиционное для метода главных компонент (МГК) понятие информативности, которое определяет число главных компонент  $l$ , используемых для вычисления интегральной характеристики.

$$\gamma_{\sigma} = \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_l}{\lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n} \geq \theta. \quad (2)$$

Однако размерность пространства признаков в задачах вычисления интегральной характеристики качества сложной системы не является чересчур большой, и вычислительных проблем при определении собственных чисел и векторов не возникает. А качественное описание структуры системы требует либо всех главных компонент, либо их достаточно большого количества. Может оказаться, что ценная для конкретной задачи информация содержится как раз в направлениях с меньшей дисперсией. Например, при создании цифровой модели рельефа, которая строится по оцифрованным снимкам, искомый рельеф дают восьмая и девятая главные компоненты, а главные компоненты 12 и 13 в методе «Гусеница» свидетельствуют о наличии в анализируемых данных периодичности с дробным периодом [10,11].

Подходы к оценке числа главных компонент по необходимой доле объясненной дисперсии формально применимы всегда, однако неявно они предполагают, что нет разделения на «сигнал» и «шум», и любая заранее заданная точность имеет смысл. При разделении данных на полезный сигнал и шум задаваемая точность теряет смысл и требуется переопределить понятие информативности.

Увеличивая значения  $SNR$ , можно надеяться, что информативность будет выше. Однако при увеличении значения  $SNR$  число действующих переменных будет уменьшаться, большинство факторных нагрузок эмпирических главных компонент (ЭГК) окажутся просто нулевыми, что фактически уменьшит их информативность.

Аналогично дисперсионной информативности согласно (2) можно определить  $SNR$ -информативность для выбранного числа эмпирических главных компонент  $N$ :

$$\gamma_{SNR} = \frac{S_{11} + S_{12} + \dots + S_{1N}}{S_{21} + S_{22} + \dots + S_{2N}}, \quad (3)$$

где  $S_{1k}$  — сумма величин ОСШ у действующих переменных  $k$ -й ЭГК,  $S_{2k}$  — сумма ОСШ всех переменных  $k$ -й ЭГК. Эта величина будет апостериорной оценкой (сверху)  $SNR$ -информативности. В отличие от дисперсионной информативности,  $SNR$ -информативность не может достигать 100% по логике построения. Информативность выбранной системы признаков определяется дисперсионной и  $SNR$ -информативностью:

$$\gamma = \gamma_{\sigma} \cdot \gamma_{SNR}. \quad (4)$$

## 3. Определение информативности интегральных индикаторов

Рассмотрим работу алгоритма на примере вычисления интегральной характеристики уровня благосостояния населения. Описание алгоритма приведено в [6-9]. Воспользуемся списком переменных из исследования, выполненного под руководством С.А. Айвазяна [12]. В табл.1 приведены переменные первого блока: Уровень благосостояния населения. Значения переменных взяты из открытых справочников Росстата [13]. Отсутствующие значения показателей для ряда лет дополнены средними значениями по тому федеральному округу, к которому относится рассматриваемый субъект Федерации. Отсутствующие единичные пропуски восстановлены линейной интерполяцией.

Таблица 1

| Переменные для вычисления разрозненных индикаторов |                                                                                                                   |
|----------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Уровень благосостояния населения                   |                                                                                                                   |
| 1                                                  | Отношение ВРП на душу населения к прожиточному мин, единиц                                                        |
| 2                                                  | Покупательская способность среднестатистических денежных доходов по отношению к наборам прожиточного минимума (%) |
| 3                                                  | Доля численности населения с денежными доходами ниже прожиточного минимума (%)                                    |
| 4                                                  | Отношение совокупных доходов 20% самых богатых и 20% самых бедных                                                 |
| 5                                                  | Обеспеченность населения собственными легковыми автомобилями (автомобилей/1000 чел.)                              |
| 6                                                  | Доля семей, состоящих на учете на получение жилья (%)                                                             |
| 7                                                  | Приходится общей площади жилищного фонда на одного жителя (кв. м/10 чел.)                                         |
| 8                                                  | Доля ветхого и аварийного жилья (%)                                                                               |
| 9                                                  | Плотность автомобильных дорог общего пользования (км/10 000 кв. км)                                               |

Определение четвертой эмпирической главной компоненты (ЭГК) представлено в табл.2. Выбранные направления собственных векторов максимизируют сумму значений ОСШ у действующих переменных,

Таблица 2

Определение четвертой эмпирической главной компоненты Блока 1

| 4 ГК                                         | Переменные                |       |      |      |       |       |      |       |       |
|----------------------------------------------|---------------------------|-------|------|------|-------|-------|------|-------|-------|
|                                              | 1                         | 2     | 3    | 4    | 5     | 6     | 7    | 8     | 9     |
| 2007                                         | –0,25                     | 0,16  | 0,40 | 0,23 | –0,32 | –0,54 | 0,41 | –0,12 | 0,36  |
| 2008                                         | –0,17                     | 0,03  | 0,38 | 0,30 | –0,16 | –0,41 | 0,69 | –0,23 | –0,07 |
| 2009                                         | 0,07                      | –0,04 | 0,27 | 0,33 | –0,15 | –0,56 | 0,66 | –0,19 | 0,05  |
| 2010                                         | 0,07                      | –0,05 | 0,37 | 0,30 | –0,24 | –0,41 | 0,68 | –0,24 | –0,16 |
| 2011                                         | 0,18                      | 0,01  | 0,36 | 0,38 | –0,28 | –0,03 | 0,56 | –0,55 | –0,06 |
| 2012                                         | 0,02                      | 0,08  | 0,32 | 0,38 | –0,22 | 0,30  | 0,31 | –0,71 | –0,03 |
| <i>Среднее, <math>\bar{m}</math></i>         | –0,01                     | 0,03  | 0,35 | 0,32 | –0,23 | –0,27 | 0,55 | –0,34 | 0,01  |
| <i>Выб. ср. квадр. откл., <math>s</math></i> | 0,16                      | 0,08  | 0,05 | 0,06 | 0,07  | 0,34  | 0,16 | 0,23  | 0,18  |
| ОСШ                                          | 0,09                      | 0,41  | 7,57 | 5,51 | 3,42  | 0,80  | 3,46 | 1,45  | 0,08  |
|                                              | Сумма ОСШ ЭГК             |       |      |      |       |       |      |       | 22,80 |
|                                              | Сумма действующих ОСШ ЭГК |       |      |      |       |       |      |       | 19,97 |

для которых отношение сигнал/шум — отношение среднего к среднеквадратичному отклонению — не менее 2,2. В этой ЭГК действующих переменных оказалось четыре (выделены темным цветом в табл.2). Факторные нагрузки этих переменных в ЭГК определит средняя величина нагрузок по годам, остальные переменные в ЭГК обнуляются.

Число эмпирических главных компонент выбирается, чтобы максимизировать информативность полученного решения согласно (4). В табл.3 приведен пример определения информативности интегрального показателя уровня благосостояния населения (переменные табл.1). При рассмотрении всех 9 ЭГК суммарная информативность максимальна и составит около 91%. Поэтому для вычисления интегрального показателя используем все эмпирические главные компоненты.

### Заключение

В работе рассмотрено построение оценки информативности решения задачи построения латент-

ной интегральной характеристики изменения качества системы на основании регистрируемых измерений для ряда наблюдений. Задача относится к классу задач выделения полезного сигнала из массива данных в условиях априорной неопределенности и решается на основании задаваемого отношения сигнал/шум. Предложен новый подход к выбору числа главных компонент, к определению весов рассматриваемых подсистем и к определению информативности полученной характеристики на основании дисперсионного критерия и выбранного параметра — отношения сигнал/шум. Алгоритм был использован для получения интегральных индикаторов качества жизни населения субъектов Российской Федерации. Предлагаемая методика может быть использована для вычисления интегральных оценок изменения качества плохо формализуемых систем.

*Работа выполнена при финансовой поддержке проектной части государственного задания в сфере научной активности Министерства образования и науки Российской Федерации, проект №1.949.2014/К.*

Таблица 3

Определение информативности интегрального показателя Уровень благосостояния населения

|                                                           | Номер эмпирической главной компоненты |      |      |      |      |      |      |      |       |
|-----------------------------------------------------------|---------------------------------------|------|------|------|------|------|------|------|-------|
|                                                           | 1                                     | 2    | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9     |
| Сумма ОСШ $k$ -й ЭГК                                      | 99,2                                  | 67,1 | 30,3 | 22,8 | 12,9 | 12,9 | 21,9 | 46,7 | 59,7  |
| Сумма действующих ОСШ $k$ -й ЭГК                          | 98,6                                  | 64,5 | 23,6 | 20,0 | 10,1 | 8,1  | 17,0 | 43,2 | 55,6  |
| Накопленные %%, $\gamma_{SNR}$                            | 26,4                                  | 43,7 | 50,0 | 55,3 | 58,0 | 60,2 | 64,8 | 76,3 | 91,2  |
| Эмпирические собственные числа                            | 3,1                                   | 2,0  | 1,1  | 0,8  | 0,6  | 0,5  | 0,5  | 0,3  | 0,1   |
| Накопленные %%, $\gamma_{\sigma}$                         | 34,1                                  | 56,6 | 69,2 | 78,0 | 85,0 | 90,7 | 95,8 | 99,1 | 100,0 |
| Информативность, $\gamma_{\sigma} \cdot \gamma_{SNR}$ , % | 9,0                                   | 24,7 | 34,6 | 43,1 | 49,3 | 54,6 | 62,0 | 75,6 | 91,2  |

1. Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide. OECD Publication. Paris: CEDEX 16. 2008. 162 p.
2. Доклады ООН о развитии человека (Human Development Reports). 1990-2013 / United Nations Development Programme, 1990-2014. URL: <http://hdr.undp.org/en/reports/> (дата обращения: 13.01.2016).
3. Айвазян С.А. Интегральные индикаторы качества жизни населения: их построение и использование в социально-экономическом управлении межрегиональных сопоставлениях. М.: ЦЭМИ РАН, 2000. 56 с.
4. Айвазян С.А. К методологии измерения синтетических категорий качества жизни населения // Экономика и математические методы. 2003. Т.39. №2. С.33-53.
5. Somarriba N., Pena B. Synthetic Indicators of Quality of Life in Europe // Social Indicators Research. 2009. Vol.94. Issue 1. P.115-133.
6. Жгун Т.В. Построение интегральной характеристики изменения качества системы на основании статистических данных как решение задачи выделения сигнала в условиях априорной неопределенности // Вестник НовГУ. Сер.: Технические науки. 2014. №81. С.10-16.
7. Жгун Т.В. Построения интегральной характеристики демографического развития территорий на примере муниципальных образований Новгородской области // Региональная экономика: теория и практика. 2013. №36(315). С.2-12.
8. Жгун Т.В. Вычисление интегрального показателя эффективности функционирования динамической системы на примере интегральной оценки демографического развития муниципальных образований Новгородской области // Вестник НовГУ. Сер.: Физико-математические науки. 2013. №75. Т.2. С.11-16.
9. Жгун Т.В. Исследование формальных методов построения латентной характеристики качества систем // Вестник НовГУ. Сер.: Физико-математические науки. 2014. №80. С.13-19.
10. Голяндина Н.Э., Усевич К.Д., Флоринский И.В. Анализ сингулярного спектра для фильтрации цифровых моделей [Электронный ресурс] // Геодезия и картография. 2008. №5. С.21-28. Режим доступа: <http://iflorinsky.narod.ru/Florinsky-2008c.pdf> (дата обращения: 13.01.2016).
11. Голяндина Н.Э. Метод «Гусеница»-SSA: анализ временных рядов. СПб., 2004. 74 с.
12. Исакин М.А. Модификация метода  $k$ -средних с неизвестным числом классов // Прикладная эконометрика. 2006. Вып.4. С.62-70.
13. Федеральная служба гос. статистики. М., 2002-2014. URL: [http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc\\_1137674209312](http://www.gks.ru/wps/wcm/connect/rosstat_main/rosstat/ru/statistics/publications/catalog/doc_1137674209312) (дата обращения: 13.01.2016).

#### References

1. Handbook on Constructing Composite Indicators: Methodology and User Guide. Paris, OECD, 2008. 162 p.
2. Human Development Reports. 1990-2013. United Nations Development Programme, 1990-2014. Available at: <http://hdr.undp.org/en/reports/> (accessed 13.01.2016).
3. Ayvazyan S.A. Integral'nye indikatory kachestva zhizni naseleniya: ikh postroyeniye i ispol'zovanie v sotsial'no-

ekonomicheskom upravlenii i mezhtseional'nykh sopostavleniyakh [Integral indicators of life quality of population: their construction and use in social and economical management and for inter-regional comparisons]. Moscow, CEMI RAS, 2000. 56 p.

4. Aivazian S.A. K metodologii izmereniia sinteticheskikh kategorii kachestva zhizni naseleniia [The methodology for measuring synthetic categories of life quality of population]. Ekonomika i matematicheskie metody – Economics and Mathematical Methods, vol. 39, 2003, no. 2, pp. 33-53.
5. Somarriba N., Pena B. Synthetic indicators of quality of life in Europe. Social Indicators Research, 2009, vol. 94, no. 1, pp. 115-133.
6. Zhgun T.V. Postroyeniye integral'noi kharakteristiki izmeneniia kachestva sistemy na osnovanii statisticheskikh dannyykh kak resheniye zadachi vydeleniya signala v usloviyakh apriorno neopredelennosti [Constructing the integral characteristic of the system quality changes on the basis of statistical data as a solution to the problem of signal allocation under conditions of prior uncertainty]. Vestnik NovGU. Ser. Tekhnicheskie nauki – Vestnik NovSU. Issue: Engineering Sciences, 2014, no. 81, pp. 10-16.
7. Zhgun T.V. Postroyeniia integral'noi kharakteristiki demograficheskogo razvitiia territorii na primere munitsipal'nykh obrazovaniy Novgorodskoi oblasti [Creation of the integrated characteristics of demographic development of territories by the example of the Novgorod region municipalities]. Regional'naya ekonomika: teoriya i praktika, 2013, no. 36(315), pp. 2-12.
8. Zhgun T.V. Vychisleniye integral'nogo pokazatelya effektivnosti funktsionirovaniia dinamicheskoi sistemy na primere integral'noi otsenki demograficheskogo razvitiia munitsipal'nykh obrazovaniy Novgorodskoi oblasti [Calculating the integrated index of the dynamical system efficiency by the example of integral evaluation of demographic development of the Novgorod region municipalities]. Vestnik NovGU. Ser. Fiziko-matematicheskie nauki – Vestnik NovSU. Issue: Physico-Mathematical Sciences, 2013, no. 75, vol. 2, pp. 11-16.
9. Zhgun T.V. Issledovanie formal'nykh metodov postroyeniia latentnoi kharakteristiki kachestva system [The research of formal methods for building latent characteristics of a system quality]. Vestnik NovGU. Ser. Fiziko-matematicheskie nauki – Vestnik NovSU. Issue: Physico-Mathematical Sciences, 2014, no. 80, pp. 13-19.
10. Goliandina N.E., Usevich K.D., Florinskii I.V. Analiz singular'nogo spektra dlia fil'tratsii tsifrovyykh modelei [Singular spectrum analysis for filtering of digital terrain models]. Geodeziya i kartografiya, 2008, no. 5, pp. 21-28. Available at: <http://iflorinsky.narod.ru/Florinsky-2008ts.pdf>. (accessed 13.01.2015).
11. Goliandina N.E. Metod «Gusenitsa»-SSA: analiz vremennykh ryadov [The “Caterpillar”-SSA method: time series analysis]. Saint Petersburg, SPSU Publ., 2004. 74 p.
12. Isakin M.A. Modifikatsiya metoda  $k$ -srednikh s neizvestnym chislom klassov [Modification of the  $k$ -means method with an unknown number of classes]. Prikladnaya ekonomika – Applied Econometrics, 2006, no. 4, pp. 62-70.
13. Federal State Statistics Service of the Russian Federation, 2002-2014. Available at: [http://shchshchshchshch.gks.ru/shchps/shchsm/tsonetst/rosstat\\_main/rosstat/ru/statistits/publitsatsion/tsatolog/dots\\_1137674209312](http://shchshchshchshch.gks.ru/shchps/shchsm/tsonetst/rosstat_main/rosstat/ru/statistits/publitsatsion/tsatolog/dots_1137674209312). (accessed 13.01.2016).