УДК 681.5.08

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КООРДИНАТ ОБЪЕКТА ПРИ ЗАДАННОМ НАПРАВЛЕНИИ ЛИНИИ ВИЗИРОВАНИЯ

Н.В.Абрамовская

DEVELOPMENT OF AN ALGORITHM FOR DETERMINING THE COORDINATES OF AN OBJECT AT KNOWN DIRECTION OF THE LINE OF SIGHT

N.V.Abramovskaia

Институт электронных и информационных систем НовГУ, nvrad@mail.ru

Представлен алгоритм определения геодезических координат объекта, видимого с летательного аппарата, при известном направлении линии визирования. Проведен анализ погрешности полученных координат при заданных погрешностях информации, получаемой от бортовых систем летательного аппарата.

Ключевые слова: оптико-электронная система, геодезические координаты

The algorithm for determining the geodetic coordinates of an object visible from an aircraft at known direction of the line of sight is given. The error analysis of obtained coordinates was performed for specified errors of data collected from onboard systems of an aircraft.

Keywords: optoelectronic system, geodetic coordinates

Введение

Гиростабилизированные оптико-электронные системы (ГОЭС) широко применяются в современных летательных аппаратах (ЛА). Их основное назначение состоит в обеспечении стабильного изображения объектов в целях наблюдения и разведки. При этом встает задача определения геодезических координат объекта, на который направлена ось визирования. При решении этой задачи должна использоваться дополнительная информация, поставляемая бортовыми системами ЛА, а именно углы истинного курса, крена, тангажа, а также геодезические координаты ЛА (GPS/ГЛОНАСС) и его барометрическая высота. В случае если ГОЭС снабжена системой дальнометрирования, можно также использовать информацию о наклонной дальности до объекта. В настоящей работе представлены 2 версии алгоритма определения координат объекта: при известной дальности и при отсутствии информации о дальности до объекта.

Решение задачи определения геодезических координат объекта основано на переходах между различными системами координат (СК), в которых приходит информация об углах линии визирования и об углах наклона ЛА относительно Земли. В алгоритме используются системы координат, характерные для ЛА [1], это связанная СК и нормальная земная СК. Кроме того, используются специальные геодезические СК [2], это горизонтная топоцентрическая СК, геоцентрическая декартова прямоугольная СК, стандартная геодезическая система отсчета WGS 84.

Алгоритм при известной дальности до объекта

Угол азимута и угол места объекта получают в связанной СК (*OXYZ*) самолета. При этом если угол азимута отсчитывается от оси *OX* вправо, то это положительный угол, от 0° до 180°. Если угол азимута отсчитывается от оси *OX* влево, то это отрицательный угол, от 0° до –180°. Угол места отсчитывается как дополнительный от оси *OY*, если поворот осуществляется вверх, то угол места положительный, от 0° до 90°, если поворот осуществляется вниз, то угол места отрицательный, от 0° до –90°. Поскольку объект, за которым ведется наблюдение, находится внизу на Земле, то угол места должен быть отрицательным. Тогда координаты объекта в связанной СК (индекс СВ) будут равны

$$\begin{pmatrix} X_{CB} \\ Y_{CB} \\ Z_{CB} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} D\cos\beta\cos\alpha \\ D\sin\beta \\ D\cos\beta\sin\alpha \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

где D — дальность до объекта, α — угол азимута, β — угол места

Для получения координат объекта в нормальной земной СК (индекс НОРМ), необходимо учесть углы истинного курса ψ, крена γ и тангажа ϑ. Матрица преобразования координат из связанной СК в нормальную имеет вид [1]

$$A_{CB\to HOPM} = \begin{pmatrix} \cos\psi\cos\vartheta & -\sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\sin\vartheta\cos\gamma & \cos\psi\sin\vartheta\sin\gamma - \sin\psi\cos\gamma \\ \sin\vartheta & \cos\vartheta\cos\gamma & -\cos\vartheta\sin\gamma \\ \sin\psi\cos\vartheta & \cos\psi\sin\gamma - \sin\psi\sin\vartheta\cos\gamma & \cos\psi\cos\gamma + \sin\psi\sin\vartheta\sin\gamma \end{pmatrix}. \qquad (2)$$

Тогда координаты объекта в нормальной земной СК можно вычислить как

$$\begin{pmatrix} X_{\text{НОРМ}} \\ Y_{\text{НОРМ}} \\ Z_{\text{НОРМ}} \end{pmatrix} = A_{\text{СВ}\to\text{НОРМ}} \begin{pmatrix} X_{\text{СВ}} \\ Y_{\text{СВ}} \\ Z_{\text{СВ}} \end{pmatrix}. \qquad (3)$$

Для перехода от нормальной земной СК к топоцентрической горизонтной СК (индекс ТГ) достаточно поменять местами координаты по осям *Y* и *Z*.

$$\begin{pmatrix} X_{\text{ТГ}} \\ Y_{\text{ТГ}} \\ Z_{\text{ТГ}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_{\text{НОРМ}} \\ Z_{\text{НОРМ}} \\ Y_{\text{НОРМ}} \end{pmatrix}. \qquad (4)$$

Для перехода от топоцентрической горизонтной СК к геоцентрическим декартовым прямоугольным координатам необходимо знать параметры эллипсоида WGS 84. Это большая полуось $a = 6378137$ м и квадрат первого эксцентриситета $e^2 = 0{,}00669437999013$. Координаты объекта в геоцентрических декартовых прямоугольных координатах (индекс ГДП), можно вычислить, если известны геодезические координаты *B* — широта, *L* — долгота точки начала топоцентрической горизонтной СК и известна ее высота *H*.

$$\begin{pmatrix} X_{\text{ГДП}} \\ Y_{\text{ГДП}} \\ Z_{\text{ГДП}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} [(Z_{\text{ТГ}}+N+H)\cos B - X_{\text{ТГ}}\sin B]\cos L - Y_{\text{ТГ}}\sin L \\ [(Z_{\text{ТГ}}+N+H)\cos B - X_{\text{ТГ}}\sin B]\sin L + Y_{\text{ТГ}}\cos L \\ [(Z_{\text{ТГ}}+N+H)\cos B + X_{\text{ТГ}}\sin B] - e^2 N\sin B \end{pmatrix}, \qquad (5)$$

где N — радиус кривизны первого вертикала, $N = a\big/\sqrt{1-e^2\sin^2 B}$.

Таким образом, мы получили координаты объекта в геоцентрических декартовых прямоугольных координатах. Теперь можно перейти к искомым геодезическим координатам объекта в системе эллипсоида WGS 84.

Предлагается применять неитеративный алгоритм П.А.Медведева [3], который является точным в широкой области высот, от отрицательной области высот до любой положительной высоты, и достаточно простым с вычислительной точки зрения. Для расчетов используется знаменатель сжатия *f*, который для эллипсоида WGS 84 равен $f = 298{,}257223563$.

1. Определяются постоянные величины k_0, k_1, k_2.

$$k_0 = \frac{f-1}{f}, \quad k_1 = a\frac{2f-1}{f(f-1)}, \quad k_2 = k_0 \cdot k_1. \qquad (6)$$

2. Вычисляется расстояние R от начала координат до проекции точки объекта на плоскость XOY геоцентрической декартовой прямоугольной СК, проверяется, что это расстояние не равно нулю (объект не находится ровно на полюсе).

$$R = \sqrt{X_{\text{ГДП}}^2 + Y_{\text{ГДП}}^2} \neq 0. \qquad (7)$$

3. Вычисляется долгота объекта $L_{\text{ОБ}}$

$$L_{\text{ОБ}} = 2\,\text{arctg}\frac{Y_{\text{ГДП}}}{X_{\text{ГДП}}+R}, \text{ если } Y_{\text{ГДП}} \neq 0,$$

$$L_{\text{ОБ}} = \begin{cases} 0, \text{ при } X_{\text{ГДП}} \geq 0 \\ \pi, \text{ при } X_{\text{ГДП}} < 0 \end{cases}, \text{ если } Y_{\text{ГДП}} = 0. \qquad (8)$$

4. Определяется широта объекта $B_{ОБ}$ через вспомогательную функцию u

$$u=\operatorname{arctg}\left[\left(\frac{k_1}{\sqrt{Z_{ГДП}^2+(k_0\cdot R)^2}}+1\right)\cdot\frac{k_0 Z_{ГДП}}{R}\right], \quad (9)$$

$$B_{ОБ}=\operatorname{arctg}\left(\frac{Z_{ГДП}+k_1\sin^3 u}{R-k_2\cos^3 u}\right). \quad (10)$$

5. Если $R=0$ (объект находится на одном из полюсов), то $L_{ОБ}=0$, $B_{ОБ}=\pi/2\cdot\operatorname{sign} Z_{ГДП}$, где $\operatorname{sign} x$ — функция знака.

Алгоритм при неизвестной дальности до объекта

Если дальность до объекта не может быть получена, то можно вычислить точку пересечения визирной линии и земной поверхности. Координаты полученной точки пересечения можно принять за искомые координаты объекта. При этом поверхность Земли задается как поверхность земного эллипсоида WGS 84 в геоцентрических декартовых прямоугольных координатах.

$$x^2+y^2+z^2\left(1+e'^2\right)=a^2, \quad (11)$$

где e'^2 — квадрат второго эксцентриситета, для эллипсоида WGS 84 он равен $e'^2=0{,}00673949674227$.

Уравнение визирной прямой в геоцентрических декартовых прямоугольных координатах можно получить, если известны координаты двух точек, лежащих на этой прямой. За первую точку можно взять начало геоцентрической декартовой прямоугольной СК, а вторую точку можно взять лежащей на визирной оси на некоторой фиксированной дальности, например 100 м. Координаты этих точек до этапа геоцентрической декартовой прямоугольной СК $\left(X_{ГДП}^i, Y_{ГДП}^i, Z_{ГДП}^i\right)$, $i=1,2$ находятся так же, как и в первом варианте алгоритма. Затем вводятся обозначения

$$l=X_{ГДП}^2-X_{ГДП}^1,\quad m=Y_{ГДП}^2-Y_{ГДП}^1,\quad n=Z_{ГДП}^2-Z_{ГДП}^1,$$
$$p_1=X_{ГДП}^1,\quad p_2=Y_{ГДП}^1,\quad p_3=Z_{ГДП}^1,\quad \tilde{e}=1+e'^2. \quad (12)$$

Совместное решение уравнений прямой и эллипсоида зависит от дискриминанта D.

$$D=a^2\left(l^2+m^2\right)-\left(mp_1-lp_2\right)^2+$$
$$+\tilde{e}\left[n^2\left(a^2-p_1^2-p_2^2\right)+2n(lp_1+mp_2)p_3-\left(l^2+m^2\right)p_3^2\right] \quad (13)$$

Дискриминант является положительной величиной в случае, когда угол места $\beta<0$, т. е. ГОЭС смотрит строго вниз, на Землю. В случае если $\beta\geq 0$, алгоритм теряет смысл, его применять нельзя.

Таким образом, координаты точки пересечения визирной линии с поверхностью земного эллипсоида в геоцентрической декартовой прямоугольной СК равны

$$\begin{cases} \tilde{X}_{ГДП}^{1,2}=\dfrac{\left(m^2+n^2\tilde{e}\right)p_1+l\left(-mp_2-np_3\tilde{e}\pm\sqrt{D}\right)}{l^2+m^2+n^2\tilde{e}}, \\ \tilde{Y}_{ГДП}^{1,2}=\dfrac{\left(l^2+n^2\tilde{e}\right)p_2-m(lp_1+np_3\tilde{e})\pm m\sqrt{D}}{l^2+m^2+n^2\tilde{e}}, \\ \tilde{Z}_{ГДП}^{1,2}=\dfrac{-mnp_2+m^2p_3+l(-np_1+lp_3)\pm n\sqrt{D}}{l^2+m^2+n^2\tilde{e}}. \end{cases} \quad (14)$$

Очевидно, что только один набор координат удовлетворяет условию задачи. Поэтому необходимо проверить условие – расстояние от какой из полученных точек до ЛА будет меньше. Это и будут искомые координаты объекта в геоцентрической декартовой прямоугольной СК. Далее переход к координатам объекта в геодезической СК выполняется так же, как и в первом варианте алгоритма, по неитеративному алгоритму Медведева.

Расчет погрешности

Точность вычисленных координат объекта зависит от точности данных, поступающих от ГОЭС и бортовых систем ЛА. В частности, достаточно типичными можно считать следующие среднеквадратические отклонения в данных: угол места и азимута 0,1°, курс истинный 0,4°, углы крена и тангажа 0,1°, дальность до объекта 5 м, высота барометрическая 0,4%, геодезические координаты ЛА 0,1°.

Для оценки погрешности в координатах, полученных по данному алгоритму, использовалась следующая процедура. Была сгенерирована последовательность из 50 000 прогонов алгоритма, причем для каждой величины использовалось нормальное распределение со средним, равным некоторому фиксированному точному значению и указанным выше среднеквадратическим отклонением. Затем было рассчитано среднеквадратическое отклонение по полученному массиву координат. Оно составило 0,1° как для широты, так и для долготы, что сопоставимо с точностью, с которой координаты самого ЛА определяются по GPS/ГЛОНАСС. При этом точность, с которой координаты объекта определяются по данному алгоритму, в наибольшей степени зависит именно от точности, с которой определяются геодезические координаты ЛА, т. е. от точности системы GPS/ГЛОНАСС.

Выводы

Разработан алгоритм расчета координат объекта, видимого с ЛА, при известном направлении линии визирования. Представлено две версии алгоритма, как с учетом информации о наклонной дальности до объекта, так и без нее. Показано, что точность полученных координат по данному алгоритму практически определяется точностью, с которой известны координаты самого ЛА.

1. ГОСТ 20058-80. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. М.: Изд-во стандартов, 1980. 51 с.
2. Телеганов Н.А., Тетерин Г.Н. Метод и системы координат в геодезии. Новосибирск: СГГА, 2008. 143 с.
3. Медведев П.А. Анализ преобразований пространственных координат точек земной поверхности // Геодезия и картография. 2014. № 4. С.2-8.

References

1. GOST 20058-80. Aircraft dynamics in atmosphere. Terms, definitions and symbols. Moscow, Standartinform Publ., 1980. 51 p. (In Russian)
2. Teleganov N.A., Teterin G.N. Metod i sistemy koordinat v geodezii [Coordinates systems and methods in geodesy]. Novosibirsk, SSUGT Publ., 2008. 143 p.
3. Medvedev P.A. Analiz preobrazovanii prostranstvennykh koordinat tochek zemnoi poverkhnosti [The analyses of transformation of the spatial coordinates of ground points]. Geodeziya i kartografiya, 2014, no. 4, pp. 2-8.