УДК 539.1

ТЕОРИЯ ПОЛЯ BFKL И РЕДЖЕОННАЯ ТЕОРИЯ ПОЛЯ

Н.В.Приходько

THE BFKL FIELD THEORY AND THE REGGEON FIELD THEORY

N.V.Prikhod'ko

Институт электронных и информационных систем НовГУ, niko2004x@mail.ru

Рассматривается вопрос размерной редукции теории поля BFKL (Балицкий—Фадин—Кураев—Липатов) к реджеонной теории поля, основанной на иерархии уравнений Балицкого—Ковчегова для пространственно однородной мишени. Разработанный метод редукции для теории поля BFKL без слияния померонов упрощает такое преобразование и позволяет провести его без промежуточного использования бесконечной иерархии корреляторов.

Ключевые слова: теория поля BFKL, реджеонная теория поля, рассеяние при высоких энергиях

This article considers dimensional reduction of the BFKL (Balitsky—Fadin—Kuraev—Lipatov) field theory in regards to the reggeon field theory based on hierarchy of the Balitsky—Kovchegov equations for a spatially homogeneous target. The developed method for reduction of the BFKL field theory without pomeron merging simplifies such transformation and allows it without intermediate use of the correlators infinite hierarchy.

Keywords: BFKL field theory, reggeon field theory, high-energy scattering

1. Введение

Теория поля BFKL [1-4] описывает процессы протонного и ядерного рассеяния с обменом померонами в высокоэнергетичном пределе. В работе [5] рассматривался вопрос о получении теории поля BFKL на основе стохастического уравнения Балицкого—Ковчегова [6,7] посредством использования функционала действия.

Поскольку в связи с высокой структурной сложностью практическое использование теории поля BFKL существенно затруднено, ранее [8] нами была рассмотрена возможность построения реджеонной теории поля на основе стохастического уравнения Балицкого—Ковчегова в предположении пространственно однородной мишени. Экспериментально данное приближение соответствует высокоэнергетичному рассеянию сверхтяжелых ядер.

При построении на основе стохастического уравнения Балицкого—Ковчегова реджеонной теории за рамками остался вопрос о соотношении построенной реджеонной теории поля и теории поля BFKL. Хотя соответствие различных слагаемых в функционалах действия для построенной реджеонной теории поля и теории поля BFKL прослеживается, возможность прямого преобразования теории поля BFKL в данную реджеонную теорию поля является открытым вопросом.

Особенно это касается компонент функционала действия, ответственных за взаимодействие померонов и являющихся нелинейными по полевым переменным. Целью данной работы является исследование возможности такой редукции при минимальном количестве допущений.

2. Стохастическая формулировка иерархии уравнений БК

Существует несколько эквивалентных формулировок теория поля BFKL [9]. Мы будем использовать формулировку в форме производящего функционала [10]:

$$Z^{BFKL}\left[J,J^{\dagger}\right]=\int D\Phi D\Phi^{\dagger} e^{S^{BFKL}}. \quad (1)$$

В теория поля BFKL померона функционал действия S^{BFKL} представляет из себя сумму трех слагаемых $S^{BFKL}=S_0+S_I+S_E$, соответствующих распространению, делению и слиянию померонов и взаимодействию померонов с мишенью и рассеивателем. Свободный функционал действия S_0 определяется в виде:

$$S_0\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=\int dy d^2x_1 d^2x_2 \Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\nabla_1^2\nabla_2^2\left[\partial_y+H\right]\Phi(x_1,x_2,y). \quad (2)$$

Полевые переменные Φ и $\Phi^{\dagger}$ соответствуют амплитудам рассеяния кварк-антикваркового диполя на мишени и рассеивателя соответственно и зависят от поперечных пространственных координат x_1, x_2 кварка и антикварка и характерной быстроты диполя y. Оператор H, так называемый BFKL гамильтониан, является линейным интегральным оператором сложного вида [9].

Слагаемое S_I, ответственное за взаимодействие померонов, локально по быстроте и обычно определяется в виде:

$$S_I\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=\frac{2\pi\alpha_s^2}{N_c}\int dy\frac{d^2x_1d^2x_2d^2x_3}{x_{12}^2x_{23}^2x_{31}^2}\times$$
$$\times\left[\left(L_{12}\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\Phi(x_2,x_3,y)\Phi(x_3,x_1,y)+\right.$$
$$\left.+\left(L_{12}\Phi(x_1,x_2,y)\right)\Phi^{\dagger}(x_2,x_3,y)\Phi^{\dagger}(x_3,x_1,y)\right], \quad (3)$$

где L_{12} является дифференциальным оператором $L_{12}=x_{12}^4\nabla_1^2\nabla_2^2$.

Поскольку второе слагаемое в S_I, формально ответственное за слияние померонов, включается в S_I

в основном из соображений симметрии, а не следует из основных принципов, в рамках данной работы мы исключим из рассмотрения процесс слияния померонов и будем определять S_I в виде:

$$S_I\left[\Phi,\Phi^\dagger\right]=\frac{2\pi\alpha_s^2}{N_c}\int dy\frac{d^2x_1d^2x_2d^2x_3}{x_{12}^2x_{23}^2x_{31}^2}\times$$
$$\times\left[\left(L_{12}\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)\right)\Phi(x_2,x_3,y)\Phi(x_3,x_1,y)\right]. \quad (4)$$

Член, содержащий взаимодействие BFKL померона с мишенью и рассеивателем, определяется в виде:

$$S_E\left[\Phi,\Phi^\dagger\right]=\int dyd^2x_1d^2x_2\Phi(x_1,x_2,y)J(x_1,x_2,y)+$$
$$+\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)J^\dagger(x_1,x_2,y). \quad (5)$$

В практически интересных случаях токи $J(x_1,x_2,y)$ и $J^\dagger(x_1,x_2,y)$, отвечающие за взаимодействие с мишенью и рассеивателем, являются сингулярными по быстроте y функциями и определяются граничными условиями эволюции:

$$\begin{aligned}J^\dagger(x_1,x_2,y=0)&=-\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi(x_1,x_2,y=0),\\ J(x_1,x_2,y=Y)&=\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi^\dagger(x_1,x_2,y=Y).\end{aligned} \quad (6)$$

В функционале действия (1) граничные условия для функционального интегрирования обычно принимаются в виде:

$$\begin{aligned}\Phi(x_1,x_2,-\infty)&=0,\\ \Phi^\dagger(x_1,x_2,+\infty)&=0.\end{aligned} \quad (7)$$

Производящий функционал построенной в [7] реджеонной теории поля в то же время имеет более простой вид.

$$Z^{RT}\left[j,j^\dagger\right]=\int DuDu^\dagger e^{S^{RT}}. \quad (8)$$

Аналогично S^{BFKL}, S^{RT} имеет вид $S^{RT}=s_0+s_I+s_E$, где слагаемые соответствуют распространению, делению и слиянию реджеонов и взаимодействию их с мишенью и рассеивателем:

$$s_0\left[u,u^\dagger\right]=\int\left(u^\dagger\left(\partial_t u-\chi(-\partial_L)u\right)\right)dtdL, \quad (9)$$

$$s_I\left[u,u^\dagger\right]=\int\left(u^\dagger u^2+u^{\dagger 2}\right)dtdL, \quad (10)$$

$$s_E\left[u,u^\dagger\right]=\int\left(ju+j^\dagger u^\dagger\right)dtdL. \quad (11)$$

Здесь u, $u^\dagger$ соответствуют амплитудам рассеяния кварк-антикваркового диполя на пространственно однородной мишени и рассеивателе соответственно. L и t определяются относительным поперечным импульсом кварк-антикварковой пары k и характерной быстротой y соотношениями:

$$\begin{aligned}L&=\ln\frac{k^2}{\Lambda_{QCD}^2},\\ t&=\alpha_s y.\end{aligned} \quad (12)$$

Оператор $\chi(-\partial_L)$ определяется характеристической функцией ядра BFKL [1,2] как преобразование Меллина от ядра BFKL в импульсном пространстве (точное определения $\chi(-\partial_L)$ дано в [11]):

$$\chi(\gamma)=2\psi(1)-\psi(\gamma)-\psi(1-\gamma), \quad (13)$$

где $\psi(\gamma)=\frac{\Gamma'(\gamma)}{\Gamma(\gamma)}$ — дигамма-функция.

Каким образом может быть осуществлен переход от (1) к (8)? Если рассматривать формулировку теории поля BFKL в виде иерархии уравнений Балицкого—Ковчегова, а построенной реджеонной теории поля — в виде иерархии уравнений Балицкого—Ковчегова с однородными начальными условиями, то переход осуществляется посредством задания начальных условий вида:

$$\Phi(x_1,x_2,0)=x_{12}^2\int\frac{d^2k}{2\pi}e^{i\bar{k}\bar{x}_{12}}u(k,0)=x_{12}^2\int kdkJ_0(x_{12}k)u(k,0). \quad (14)$$

При рассмотрении функционала действия (1) наложение данного условия напрямую невозможно, поскольку $\Phi(x_1,x_2,y)$ не является свободной переменной. Однако в связи с тем, что в функционал действия входит только первая производная по быстроте, наложение начальных условий для $\Phi(x_1,x_2,y)$ возможно через (6). Предположительно фиксация также тока $J(x_1,x_2,y)$ позволит осуществить переход от (1) к (8).

Введем следующие дифференциальные операторы:

$$\begin{aligned}P\Phi(x_1,x_2,y)&=\int d^2x_1d^2x_2\left(\frac{1}{x_{12}^2}\Phi(x_1,x_2,y)\right)J_0(x_{12}k),\\ P^\dagger\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)&=\int d^2x_1d^2x_2\left(\frac{1}{x_{12}^2}L_{12}\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)\right)J_0(x_{12}k),\end{aligned} \quad (15)$$

где интегралы берутся в смысле усреднения с целью избежать возможных расходимостей. Для удобства обозначим:

$$\begin{aligned}P\Phi(x_1,x_2,y)&=u(k,y),\\ P^\dagger\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)&=u^\dagger(k,y).\end{aligned} \quad (16)$$

Функции $\Phi(x_1,x_2,y)$, $\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)$ тогда могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned}\Phi(x_1,x_2,y)&=\Phi_0(x_1,x_2,y)+\Phi_1(x_1,x_2,y),\\ \Phi^\dagger(x_1,x_2,y)&=\Phi_0^\dagger(x_1,x_2,y)+\Phi_1^\dagger(x_1,x_2,y),\end{aligned} \quad (17)$$

где $\Phi(x_1,x_2,y)$ и $\Phi^\dagger(x_1,x_2,y)$ принадлежат ядрам операторов P и $P^\dagger$ соответственно, а $\Phi_0(x_1,x_2,y)$ и $\Phi_0^\dagger(x_1,x_2,y)$ удовлетворяет соотношениям (16). Поскольку выбор $\Phi_0(x_1,x_2,y)$ и $\Phi_0^\dagger(x_1,x_2,y)$ произволен с точностью до функций из ядер P и $P^\dagger$, положим их в виде:

$$\begin{aligned}\Phi_0(x_1,x_2,y)&=x_{12}^2\int kdkJ_0(x_{12}k)u(k,y),\\ \Phi_0^\dagger(x_1,x_2,y)&=L_{12}^{-1}x_{12}^2\int k^{-1}dkJ_0(x_{12}k)u^\dagger(k,y),\end{aligned} \quad (18)$$

что соответствует по структуре (14).

Дополнительно фиксируем токи $J^\dagger(x_1,x_2,y)$ и $J(x_1,x_2,y)$ в виде:

$$\begin{aligned}J(x_1,x_2,y)&=\frac{1}{x_{12}^2}\int k^{-1}dkJ_0(x_{12}k)j^\dagger(k,y),\\ J^\dagger(x_1,x_2,y)&=\nabla_1^2\nabla_2^2\left(x_{12}^2\int kdkJ_0(x_{12}k)j(k,y)\right).\end{aligned} \quad (19)$$

Рассмотрим различные слагаемые в функционале действия S^{BFKL}. Функционал S_E с учетом определений токов J и $J^{\dagger}$ может быть приведен к следующему виду:

$$S_E\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=$$
$$=\int d^2x_1d^2x_2\left(\Phi(x_1,x_2,y)J(x_1,x_2,y)+\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)J^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)=$$
$$=\int d^2x_1d^2x_2\left(\frac{1}{x_{12}^2}\Phi(x_1,x_2,y)\right)\int kdkJ_0(x_{12}k)j(k,y)+$$
$$+\int d^2x_1d^2x_2\left(\frac{1}{x_{12}^2}L_{12}\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\int kdkJ_0(x_{12}k)j^{\dagger}(k,y)=$$
$$=\int k^{-1}dk\left(j(k,y)u(k,y)+j^{\dagger}(k,y)u^{\dagger}(k,y)\right)=s_0\left[u,u^{\dagger}\right]. \quad (20)$$

Определение токов в такой форме позволяет получить средние от $u(k,y)$, используя функциональные производные Z^{BFKL} по j, что эквивалентно использованию Z^{RT}.

Рассмотрим слагаемое S_0, ответственное за распространение померонов:

$$S_0\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=\int d^2x_1d^2x_2\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\nabla_1^2\nabla_2^2\left[\partial_y+H\right]\Phi(x_1,x_2,y)=$$
$$=\int d^2x_1d^2x_2\left(\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\left[\partial_y+H\right]\Phi(x_1,x_2,y). \quad (21)$$

Или с учетом (17):

$$S_0\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=\int d^2x_1d^2x_2\left(\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi_0^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\left[\partial_y+H\right]\Phi_0(x_1,x_2,y)+$$
$$+\int d^2x_1d^2x_2\left(\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi_0^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\left[\partial_y+H\right]\Phi_1(x_1,x_2,y)+$$
$$+\int d^2x_1d^2x_2\left(\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi_1^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\left[\partial_y+H\right]\Phi_0(x_1,x_2,y)+$$
$$+\int d^2x_1d^2x_2\left(\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi_1^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\left[\partial_y+H\right]\Phi_1(x_1,x_2,y). \quad (22)$$

Известно, что оператор $\left[\partial_y+H\right]$ действует диагонально на Φ_0 как:

$$\left[\partial_y+H\right]\Phi_0(x_1,x_2,y)=x_{12}^2\int kdkJ_0(x_{12}k)\left(\partial_y-\alpha_s\chi(-\partial_L)\right)u(k,y). \quad (23)$$

С учетом определения (18) и того факта, что Φ_1 и $\Phi_1^{\dagger}$ принадлежат соответственно ядрам операторов P и $P^{\dagger}$ перекрестные слагаемые в (22) тождественно равны 0. Поскольку:

$$\int d^2x_1d^2x_2\left(\nabla_1^2\nabla_2^2\Phi_0^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\left[\partial_y+H\right]\Phi_0(x_1,x_2,y)=$$
$$=\int d^2x_1d^2x_2\left(\frac{1}{x_{12}}L_{12}\Phi_0^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)x_{12}^2\times$$
$$\times\int kdkJ_0(x_{12}k)\left(\partial_y-\alpha_s\chi(-\partial_L)\right)u(k,y)=$$
$$=\int k^{-1}dku^{\dagger}(k,y)\left(\partial_y-\alpha_s\chi(-\partial_L)\right)u(k,y), \quad (24)$$

для $S^{BFKL}\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]$ имеем:

$$S_I\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=s_0\left[u,u^{\dagger}\right]+S_0\left[\Phi_1,\Phi_1^{\dagger}\right]. \quad (25)$$

Рассмотрим член взаимодействия померонов S_I. Легко видеть, что он может быть преобразован к следующему виду:

$$S_I=\int\frac{d^2x_1d^2x_2d^2x_3}{x_{12}^2x_{23}^2x_{31}^2}\left(L_{12}\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\Phi(x_2,x_3,y)\Phi(x_3,x_1,y)=$$
$$=\int d^2x_1d^2x_2d^2x_3\left(\frac{1}{x_{12}^2}L_{12}\Phi^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\times$$
$$\times\frac{1}{x_{23}^2}\Phi(x_2,x_3,y)\frac{1}{x_{31}^2}\Phi(x_3,x_1,y); \quad (26)$$

представление (17) дает нам 8 различных слагаемых S_{ijk} вида:

$$S_{ijk}=\int d^2x_1d^2x_2d^2x_3\left(\frac{1}{x_{12}^2}L_{12}\Phi_i^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\times$$
$$\times\frac{1}{x_{23}^2}\Phi_j(x_2,x_3,y)\frac{1}{x_{31}^2}\Phi_k(x_3,x_1,y). \quad (27)$$

Используя представления для Φ_0 и $\Phi_0^{\dagger}$ и соотношения (28) и (29), можно показать что слагаемые вида S_{001}, S_{010}, S_{100} тождественно равны нулю, тогда как $S_{000}=s_0\left[u,u^{\dagger}\right]$. Слагаемые S_{111}, S_{110}, S_{101}, S_{011} тождественно в 0 не обращаются.

$$\int xdxJ_0(xk_1)J_0(xk_2)=\frac{1}{k_1}\delta(k_1-k_2), \quad (28)$$

$$d^2x_3=2\pi x_{13}x_{23}dx_{13}dx_{23}\int kdkJ_0(x_{12}k)J_0(x_{13}k)J_0(x_{32}k). \quad (29)$$

Таким образом, для действия S^{BFKL} можно получить следующее представление:

$$S^{BFKL}\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]=S^{RT}\left[u,u^{\dagger}\right]+S_0\left[\Phi_1,\Phi_1^{\dagger}\right]+$$
$$+S_I\left[\Phi_1,\Phi_1^{\dagger}\right]+S_{011}+S_{110}+S_{101}. \quad (30)$$

Поскольку слагаемые S_{011}, S_{110}, S_{101} содержат u, $u^{\dagger}$ и Φ_1, $\Phi_1^{\dagger}$, в таком виде полевые переменные u, $u^{\dagger}$ очевидно не расщепляются от переменных Φ_1, $\Phi_1^{\dagger}$.

Выделим, однако, из $S^{BFKL}\left[\Phi,\Phi^{\dagger}\right]$ совокупность слагаемых, содержащих $\Phi_1^{\dagger}$:

$$S'=S_0\left[\Phi_1,\Phi_1^{\dagger}\right]+S_I\left[\Phi_1,\Phi_1^{\dagger}\right]+2\int d^2x_1d^2x_2d^2x_3\times$$
$$\times\left(\frac{1}{x_{12}^2}L_{12}\Phi_1^{\dagger}(x_1,x_2,y)\right)\frac{1}{x_{23}^2}\Phi_0(x_2,x_3,y)\frac{1}{x_{31}^2}\Phi_1(x_3,x_1,y). \quad (31)$$

Легко видеть, что S' является линейным по $\Phi_1^{\dagger}$ функционалом. Поскольку поле $\Phi^{\dagger}$ играет роль вспомогательного поля в смысле формализма Мартина-Сиггии-Росэ, то функциональный интеграл по $\Phi_1^{\dagger}$ может быть упрощен:

$$\int D\Phi_1^{\dagger}e^{S'}=\delta\left(\frac{1}{x_{12}^2}\left[\partial_y+H\right]\Phi_1(x_1,x_{2z},y)+\right.$$
$$\left.+\int d^2x_3\frac{1}{x_{23}^2}\Phi_1(x_2,x_3,y)\frac{1}{x_{31}^2}\Phi_{01}(x_3,x_1,y)\right),$$
$$\Phi_{01}(x_3,x_1,y)=\Phi_1(x_3,x_1,y)+2\Phi_0(x_3,x_1,y). \quad (32)$$

Так как выражение в аргументе δ функции содержит только дифференциальные операторы первого порядка по y, то с учетом граничных условий (7) данное выражение равно $\delta(\Phi_1(x_1,x_2,y))$.

Это, в свою очередь, дает для (1):

$$Z^{BFKL}[J,J^\dagger]=\int DuDu^\dagger e^{s^{RT}} D\Phi_1 e^{S_{011}}\delta(\Phi_1)=\int DuDu^\dagger e^{S^{RT}}, \quad (33)$$

что при условии связи токов J, $J^\dagger$ и j, $j^\dagger$ в виде (19) совпадает с (8).

3. Обсуждение результатов

В работе показано, что при использовании формулировки теории поля BFKL в форме производящего функционала использование токов рассеивателя и мишени специального вида (19) позволяет свести данную теорию поля к разработанной ранее реджеонной теории поля [8] при условии отсутствия членов, ответственных за слияние померонов в функционале действия.

Данная редукция в принципе эквивалентна переходу от общей иерархии уравнений Балицкого—Ковчегова к иерархии уравнений Балицкого—Ковчегова для пространственно однородной мишени. Однако полученная формулировка позволяет осуществить такой переход без использования бесконечной иерархии корреляторов.

Тем не менее, остается ряд нерешенных вопросов:

1. При рассмотрении функционала действия S^{BFKL} из него было исключено слагаемое, ответственное за слияние померонов. Необходимость наличия данного слагаемого в функционале действия в настоящий момент не может быть показана из основных принципов в связи с техническими сложностями. Несмотря на это, кажется обоснованным, что функционал действия должен быть симметричен к обмену мишени и рассеивателя. Возможность редукции теории поля BFKL с восстановленным членом слияния померонов является, однако, существенно более сложной задачей в связи с большим количеством возникающих перекрестных слагаемых.

2. Стоит отметить, что, вообще говоря, теория поля BFKL сама по себе является редукцией, поскольку она описывает поведение синглетного бесцветного состояния, построенного из кварк-антикваркового диполя в пределе количества кварковых цветов $N_C\to\infty$. Данный переход вносит существенную сложность в полевое рассмотрение, поскольку приводит к функционалу действия, в который входят достаточно сложные дифференциальные и интегральные операторы. Интересно произвести анализ до перехода к дипольным переменным. Полная формулировка цветного аналога теории поля BFKL для кварков и антикварков в настоящий момент отсутствует, однако существенный прогресс был достигнут в [12].

1. Балицкий Я.Я., Липатов Л.Н. Сингулярность Померанчука в квантовой хромодинамике // Ядерная физика. 1978. Т.28. С.1597-1611.
2. Кураев К.А., Липатов Л.Н., Фадин В.С. Сингулярность Померанчука в неабелевых калибровочных теориях // ЖЭТФ. 1977. Т.72. С.377-389.
3. Kuraev E.A., Lipatov L.N., and Fadin V.S. The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories // Sov. Phys. JETP. 1977. V.45. P.199-204.
4. Balitsky I.I. and Lipatov L.N. The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics // Sov. J. Nucl. Phys. 1978. V28. P.822-829.
5. Kozlov M., Levin E., and Prygarin A. The BFKL Pomeron Calculus in the dipole approach // Nucl. Phys. A. 2007. V.792. P.122-151.
6. Kovchegov Y.V. Unitarization of the BFKL pomeron on a nucleus // Phys. Rev. D. 2000. V.61. P.074018.
7. Balitsky I. Operator expansion for high-energy scattering // Nucl. Phys. B. 1996. V.463. P.99-160.
8. Приходько Н.В. Иерархия однородных уравнений Балицкого-Ковчегова и реджеонная теория поля // Вестник НовГУ. Сер.: Техн. науки. 2012. №68. С.20-22.
9. Braun M. Conformal invariant equations for nucleus-nucleus scattering in perturbative QCD with N(c) to infinity // arXiv:hep-ph/0504002.
10. Contreras C., Levin E., and Miller J.S. BFKL Pomeron calculus: nucleus-nucleus scattering // Nucl.Phys. A. 2012. V.880. P.29-47.
11. Mueller A.H. Soft gluons in the infinite momentum wave function and the BFKL pomeron // Nucl. Phys. B. 1994. V.415. P.373-385.
12. Popov A.V. Invariant color calculus and generalized Balitsky-Kovchegov hierarchy // Phys.Rev. D. 2009. V.79. P.014020.

References

1. Balitskii Ia.Ia., Lipatov L.N. Singuliarnost' Pomeranchuka v kvantovoi khromodinamike [The Pomeranchuk singularity in quantum chromodynamics]. Iadernaia fizika – Nuclear Physics, 1978, vol. 28, pp. 1597-1611.
2. Kuraev K.A., Lipatov L.N., Fadin V.S. Singuliarnost' Pomeranchuka v neabelevykh kalibrovochnykh teoriiakh [The Pomeranchuk singularity in nonabelian gauge theories]. ЖЭТФ – JETP, 1977, vol. 72, pp. 377-389.
3. Kuraev E. A., Lipatov L. N., and Fadin V. S., "The Pomeranchuk Singularity in Nonabelian Gauge Theories", Sov. Phys. JETP, 1977, vol. 45, pp. 199-204.
4. Balitsky I. I. and Lipatov L. N, "The Pomeranchuk Singularity in Quantum Chromodynamics", Sov. J. Nucl. Phys., 1978, vol. 28, pp. 822-829.
5. Kozlov M., Levin E., and Prygarin A., "The BFKL Pomeron Calculus in the dipole approach", Nucl. Phys. A, 2007, vol. 792, pp. 122-151.
6. Kovchegov Y.V., "Unitarization of the BFKL pomeron on a nucleus", Phys. Rev. D, 2000, vol. 61, p. 074018.
7. Balitsky I., "Operator expansion for high-energy scattering", Nucl. Phys. B, (1996), vol. 463, pp. 99-160.
8. Prikhod'ko N.V., Ierarkhiia odnorodnykh uravnenii Balitskogo-Kovchegova i redzheonnaia teoriia polia [Homogenous Balitsky-Kovchegov equations hierarchy and reggeon field theory]. Vestnik Novgorodskogo gosudarstvennogo universiteta. Ser.: Tekhnicheskie nauki – Vestnik of Yaroslav the Wise Novgorod State University, issue "Engineering Sciences", 2012, no. 68, pp. 20-22.
9. Braun M., "Conformal invariant equations for nucleus-nucleus scattering in perturbative QCD with N(c) to infinity". Available at: arXiv:hep-ph/0504002.
10. Contreras C., Levin E., and Miller J. S., "BFKL Pomeron calculus: nucleus-nucleus scattering", Nucl.Phys. A, 2012, vol. 880, pp. 29-47.
11. Mueller A.H., "Soft gluons in the infinite momentum wave function and the BFKL pomeron", Nucl. Phys. B, 1994, vol. 415, pp. 373-385.
12. Popov, A.V., "Invariant color calculus and generalized Balitsky-Kovchegov hierarchy", Phys.Rev. D, 2009, vol. 79, p. 014020.