

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА



УДК 539.12.01

ЭВОЛЮЦИЯ ФУНКЦИИ ПРОФИЛЯ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ: АНАЛИЗ ДАННЫХ ТОТЕМ ПО УПРУГИМ СЕЧЕНИЯМ ПРИ 7 ТэВ И ПРЕДСКАЗАНИЯ ДЛЯ 14 ТэВ

В.А.Абрамовский, А.В.Дмитриев

EVOLUTION OF THE PROFILE FUNCTION AT HIGH ENERGIES: ANALYSIS OF THE TOTEM DATA ON ELASTIC CROSS SECTIONS AT 7 TeV AND PREDICTIONS FOR 14 TeV

V.A.Abramovskii, A.V.Dmitriev

Институт электронных и информационных систем НовГУ,
Victor.Abramovsky@novsu.ru, AlexandrVDmitriev@gmail.com

Рассматривается унитаризация полюсной модели Редже при энергиях коллайдера LHC. Исследована унитаризация различных моделей взаимодействия адронов при энергии LHC 7 ТэВ. Показано, что экспериментальные данные по дифференциальным упругим сечениям описываются функцией профиля, которая сохраняет аналитическое выражение полного сечения в полюсной модели Редже.

Ключевые слова: упругое рассеяние, функция профиля, унитаризация

The unitarization of the Regge pole model is considered at LHC energies. The unitarization of different models of interactions between hadrons is studied at the LHC energy of 7 TeV. It is shown that the experimental data on differential elastic cross sections are described by the profile function that preserves the analytical expression of total cross section in the Regge pole model.

Keywords: elastic scattering, profile function, unitarization

I. Введение

В данной работе мы рассмотрим простую модель Редже взаимодействия адронов с однополюсным помероном с линейной траекторией и экспоненциальными вершинами взаимодействия померона с протоном, успешность которой была показана Доначи и Ландшоффом [1]:

$$A(s,t) = e^{i\pi\alpha(t)/2} g^2 e^{2R^2 t} s^{\alpha(t)}, \quad (1)$$

$$\alpha(t) = 1 + \Delta + \alpha' t,$$

где s, t — квадраты энергии в с.ц.м. и переданного импульса, $\alpha(t)$ — траектория померона.

Для оценки применимости данной модели к описанию данных с LHC при 7 ТэВ мы оптимизировали набор параметров померона Δ , α' , g^2 и R^2 для описания данных по упругим и полным протон-протонным и протон-антипротонным сечениям в интервале энергий от 35 ГэВ (ISR) до 1800 ГэВ (Тэватрон) [2-5] и в интервале переданных импульсов $0,025 \text{ ГэВ}^2 < t < 0,35 \text{ ГэВ}^2$:

$$\Delta = 0,09, \alpha' = 0,286 \text{ ГэВ}^{-2}, g^2 = 52,7 \text{ ГэВ}^{-2}, R^2 = 2 \text{ ГэВ}^{-2}. \quad (2)$$

Сравнение экспериментальных данных и однопомеронной модели с полученными параметрами приведено на рис.1. Видно, что модель хорошо работает до энергии LHC и резко противоречит эксперименту при 7 ТэВ.

Однопомеронная модель в таком виде имеет следующие недостатки, не позволяющие использовать ее для описания амплитуды упругого рассеяния при высоких энергиях:

1) модель полностью феноменологическая, и ее параметры не получены из уравнений квантовой хромодинамики (КХД). Данная проблема является основной и вряд ли будет решена в обозримом будущем, так что ее обсуждение выходит далеко за рамки данной статьи;

2) модель нарушает ограничение Фруассара

$$\sigma_{tot} < \frac{\ln s^2}{m_\pi^2} (m_\pi \text{ — масса пиона}).$$

При энергиях, достижимых на существующих и планируемых ускорителях и в наблюдениях космических лучей, это ограничение несущественно, и мы не можем использовать существующие данные по полным сечениям для предсказания дальнейшей асимптотики упругой амплитуды.

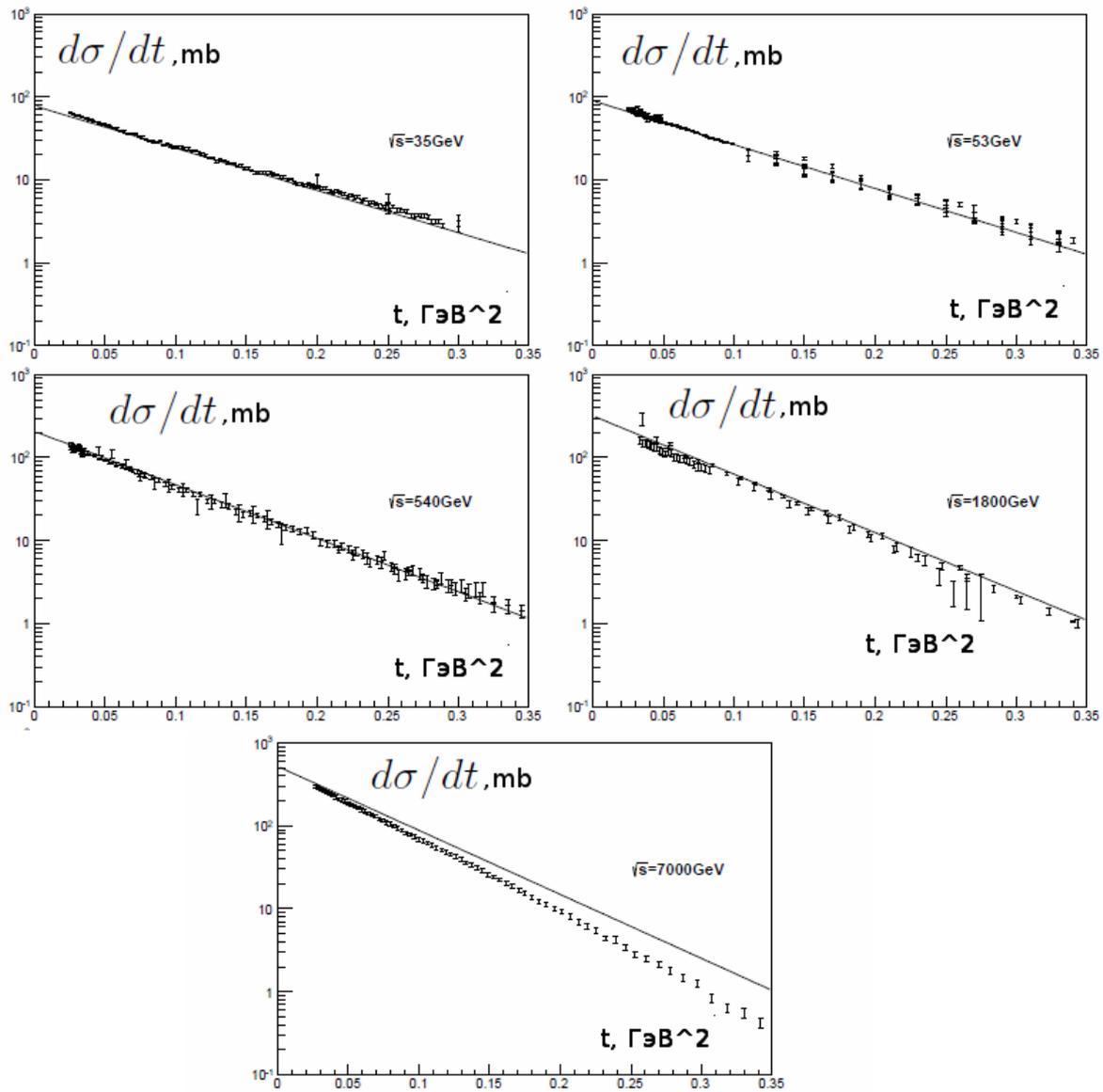


Рис.1. Упругие сечения $\frac{d\sigma}{dt}$ при \sqrt{s} 35 ГэВ [5], 53 ГэВ [5], 540 ГэВ [2], 1800 ГэВ [3], 7000 ГэВ [4]. Теоретические кривые проведены по модели (1) с набором параметров (2)

3) для функции профиля $J(b,s)$ в пространстве прицельных параметров b

$$J(b,s) = \frac{1}{4\pi s} \int_0^\infty A(s,-q^2) J_0(bq) q dq, \quad (3)$$

где J_0 — функция Бесселя, условие унитарности матрицы рассеяния упрощается

$$0 \leq J(b,s) \leq 1. \quad (4)$$

Это ограничение является существенным, т.к. функция профиля достигает близкого к предельному значения уже при энергии 1800 ГэВ, а при 7000 ГэВ реджевская функция профиля нарушает условие унитарности и нуждается в корректировке (рис.2). До получения данных с эксперимента TOTEM можно было предсказать появление данной проблемы, но невозможно определить, как будет эволюционировать функция профиля после достижения унитарного предела.

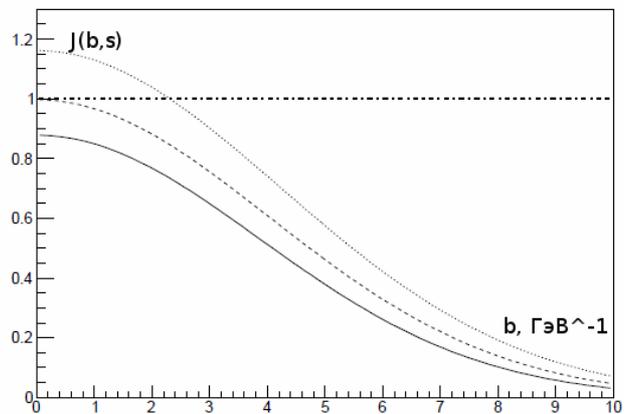


Рис.2. Функция профиля $J(b,s)$ при $\sqrt{s}=540$ ГэВ (сплошная линия), $\sqrt{s}=1800$ ГэВ (пунктирная линия), $\sqrt{s}=7000$ ГэВ (точечная линия). Штрих-пунктирной линией показан унитарный предел $J(b,s) = 1$. Кривые построены по набору параметров (2)

II. Методы унитаризации функции профиля

Требование унитарности функции профиля является общим требованием для всех моделей.

Количественно вопрос о том, насколько функция профиля близка к унитарному пределу при современных энергиях, был изучен в работах [3,4]. Основным количественным показателем является значение функции профиля при энергии Теватрона $\sqrt{s}=1800$ ГэВ, приведенные в таблице.

Оценка значения функции профиля $J(0,s)$ при $\sqrt{s}=1800$ ГэВ

Источник оценки	$J(0,s)$ при $\sqrt{s}=1800$ ГэВ
И.Дрёмин[7]	0,93
G.Panchery et al. [6]	$0,98 \pm 0,03$
Наша оценка	0,99

Наша оценка ближе к значению, приведенному в работе [6], и оба этих значения несколько больше, чем значение из работы [7]. Разница вполне объяснима отличиями в методологии — в работе [7] используется экспоненциальная оценка с независимыми параметрами при каждом значении энергии, а в работе [6]

— оценка интеграла $\frac{1}{2} \int_{-\infty}^0 dt \sqrt{\frac{d\sigma}{\pi dt}}$, учитывающего воз-

можные отличия от экспоненциального вида упругих сечений. В нашей оценке учитывается зависимость параметров модели от энергии и, следовательно, обе методики — работы [6] и данной работы — являются уточняющими по отношению к [7], и можно утверждать, что амплитуда в пространстве прицельных параметров близка к единице в пределах погрешности уже при энергии Теватрона.

Для решения проблемы унитаризации в большинстве моделей используется эйкональное приближение

$$J(b,s) = 1 - e^{-\Omega(b,s)}, \quad (5)$$

где $\Omega(s,b)$ — эйкональная функция.

При экспоненциальном (реджевском) возрастании эйкональной функции $\Omega(s,b) = g^2 e^{2R^2 t} s^{a(t)}$ эта модель приводит к поведению, близкому к рассеянию на черном диске, с дополнительным сужением дифракционного конуса и минимумами, соответствующими нулям функции Бесселя. Такое поведение проверяемо при высоких энергиях, и мы рассмотрим его при обсуждении результатов TOTEM при 7 ТэВ. Следует отметить, что в данной модели (5) эйкональная функция является первичной физической величиной, определяемой деталями мягких КХД взаимодействий.

Однако вблизи $\sqrt{s}=1800$ ГэВ эта величина, в соответствии с результатами [3,4] и данной работы, начинает быстро возрастать как

$$\Omega(0,s) = \ln \frac{1}{1 - J(0,s)}. \quad (6)$$

Для значения $J(0,s)=0,98$ требуется $\Omega(0,s)=4$, $J(0,s)=0,99$ требуется $\Omega(0,s)=4,6$. Из графика для зависимости от энергии $J(0,s)$ (рис.3) и соответствующих $\Omega(0,s)$ (рис.4) видно, что эйкональная функция резко возрастает с сингулярностью при $J(0,s)=1$, хотя никаких физических предпосылок для такого скачка при энергии Тэватрона нет.

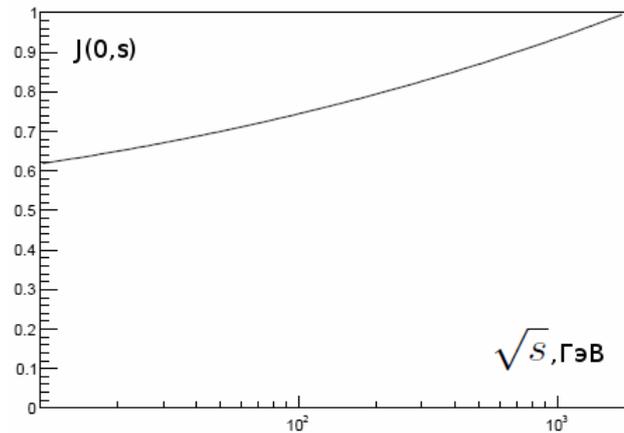


Рис.3. Значение функции профиля при нулевом прицельном параметре $J(0,s)$ в зависимости от энергии. Кривая построена по набору параметров (2)

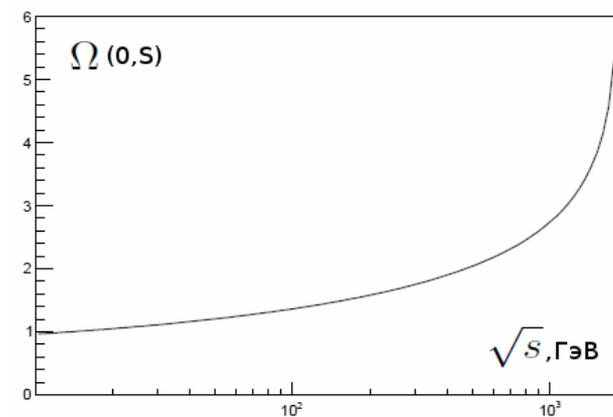


Рис.4. Значение эйкональной функции при нулевом прицельном параметре $\Omega(0,s)$ в зависимости от энергии. Кривая построена по набору параметров (2)

Таким образом, в настоящее время установлено, что функция профиля требует унитаризации при энергиях ЛНС, но детали унитаризации и даже общая схема остаются неизвестными.

III. Функция профиля при $\sqrt{s}=7$ ТэВ

В настоящее время отсутствует количественное, основанное на квантовой хромодинамике описание мягких процессов и невозможно априори определить, как изменится реджевская функция при энергии выше критической ($\sqrt{s}=1800$ ГэВ). Вместо этого мы рассмотрим варианты унитаризации функции профиля (рис.5) и сравним результаты их при-

менения с экспериментальными данными TOTEM при $\sqrt{s}=7$ ТэВ.

1. Модель чёрного диска

Данная модель следует из распространенной эйкональной модели унитаризации, переводящей затравочную неунитарную амплитуду (эйкональную функцию) $\Omega(b,s)$ в наблюдаемую унитаризованную амплитуду — функцию профиля $J_y(b,s)$

$$J_y(b,s) = 1 - e^{-\Omega(b,s)}. \quad (7)$$

В области малых прицельных параметров $\Omega(b,s)$ велика, и функция профиля становится близка к единице, а в области больших b функция профиля мала и мало отличается от затравочной $\Omega(b,s)$. Вариант унитаризации (7) является модельно зависимым и не единственным. Для численного моделирования мы применим модель полностью черного диска:

$$J_y(b,s) = 1, \text{ если } J(b,s) > 1, \\ J_y(b,s) = J(s,b), \text{ если } J(b,s) < 1. \quad (8)$$

На рис.5 этот вариант показан штриховой линией.

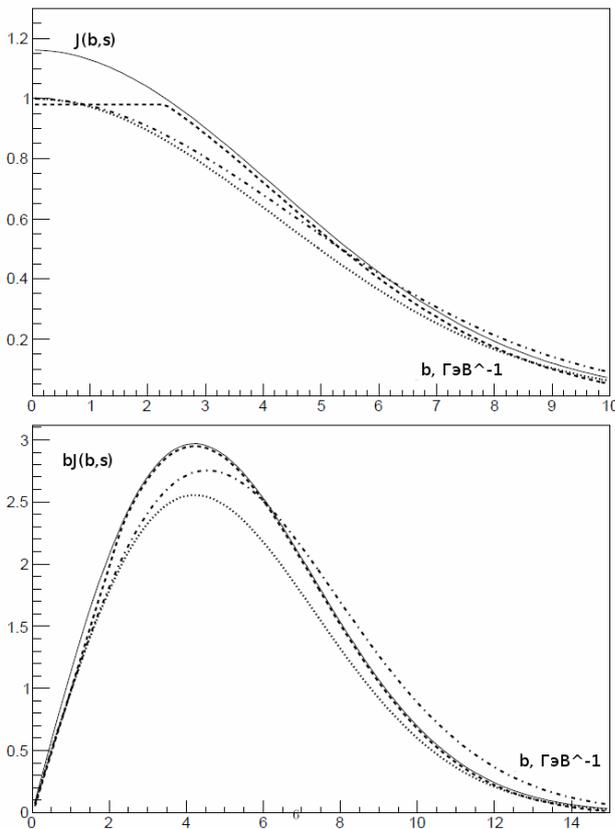


Рис.5. Функция профиля $J(b,s)$ (верхний рисунок) [$bJ(b,s)$ (нижний рисунок)] при 7 ТэВ. Сплошная линия — реджевская неунитарная модель, штриховая — модель черного диска, точечная линия — экспоненциальная модель с сохранением реджевского наклона, штрихпунктирная — экспоненциальная модель с сохранением реджевских полных сечений

2. Экспоненциальная модель с сохранением реджевского наклона

Зависимость упругого сечения от переданного импульса при 7 ТэВ остается экспоненциальной с высокой точностью. Это позволяет рассмотреть гипотезы с сохранением экспоненциального вида функции профиля с модельным значением наклона $J(b,s) \sim e^{-b^2/B}$, где B — зависящий от модели наклон.

Экспоненциальная модель с сохранением реджевского наклона до появления данных TOTEM выглядела наиболее привлекательной. В такой модели экспонента до достижения значения $J(0,s)=1$ растет как за счет увеличения значения в точке $b=0$, так и за счет уменьшения наклона в пространстве прицельных параметров. После достижения критического значения энергии рост в точке $b=0$ прекращается, и функция профиля растет только за счет уменьшения наклона — с той же скоростью, что и до критической энергии:

$$J_y(b,s) = e^{-\frac{4b^2}{2R^2 + \alpha'Y}}. \quad (9)$$

На рис.5 этот вариант показан пунктирной линией.

3. Экспоненциальная модель с сохранением реджевского полного сечения

В другом варианте экспоненциальной модели после достижения критической энергии функция профиля продолжает расширяться, но сохраняется полное сечение, предсказываемое моделью Редже

$$\sigma_{total} = 2 \int_0^{\infty} J(b,s) b db, \quad (10)$$

что приводит к следующему выражению для функции профиля:

$$J_y(b,s) = e^{-\frac{2\pi b^2}{g^2 s^\Delta}}. \quad (11)$$

На рис.5 этот вариант показан штрихпунктирной линией.

4. Эйкональная модель с приведенным центром

$$J_y(b,s) = \frac{1 - e^{-J(b,s)}}{1 - J(s,b)}. \quad (12)$$

На рис.7 этот вариант показан длинной штрихпунктирной линией.

5. Модель со смещением в пространстве прицельных параметров

$$J_y(b,s) = 1, \text{ если } b < b_{max}, \\ J_y(b,s) = J(b - b_{max}) / J(0,s), \text{ если } b > b_{max}, \quad (13) \\ J(b_{max}, s) = 1.$$

На рис.7 этот вариант показан тройной штрихпунктирной линией.

Сравнение данных TOTEM с этими гипотезами об эволюции функции профиля приведены на рис.6. Из сравнения с экспериментальными данными видно, что только экспоненциальная модель с сохранением реджевских полных сечений дает корректное описание упругих сечений при $\sqrt{s}=7$ ТэВ.

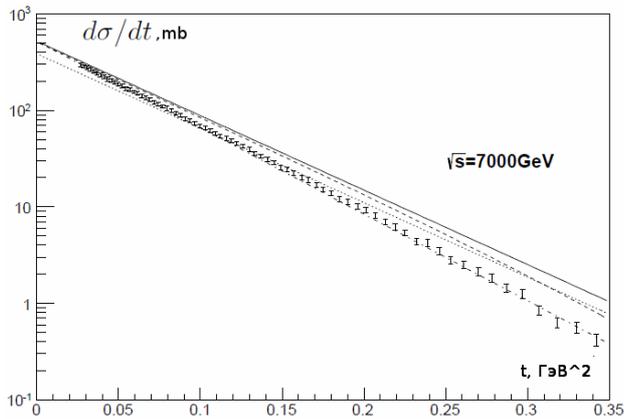


Рис.6. Данные по упругим сечениям TOTEM при 7 ТэВ [4]. Сплошная линия — реджевская неунитарная модель, штриховая — модель черного диска, точечная линия — экспоненциальная модель с сохранением реджевского наклона, штрихпунктирная — экспоненциальная модель с сохранением реджевских полных сечений

Для удобства анализа на рис. 7 при сравнении гипотез эволюции функции профиля с экспериментальными данными все величины разделены на предсказания неизменной реджевской модели.

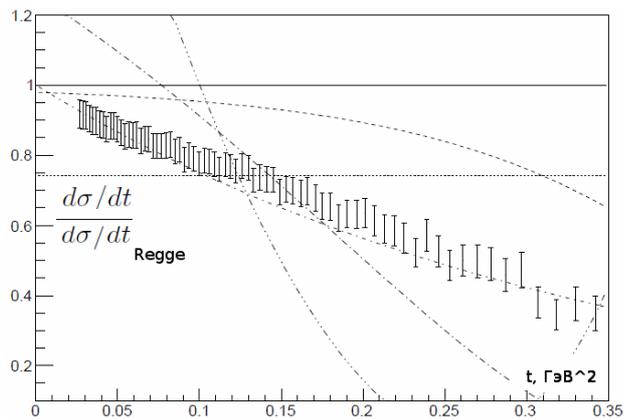


Рис.7. Данные по упругим сечениям TOTEM при 7 ТэВ [4]. Все величины разделены на предсказания реджевской модели. Сплошная линия — реджевская неунитарная модель, штриховая — модель черного диска, точечная линия — экспоненциальная модель с сохранением реджевского наклона, штрихпунктирная — экспоненциальная модель с сохранением реджевских полных сечений, длинная штрихпунктирная — эйкональная модель с приведенным центром, тройная штрихпунктирная — модель со смещением в пространстве прицельных параметров

Рассмотрим подробнее причины того, что возникает разность в моделях, и что этот результат может дать для описания сечений при более высоких энергиях.

Вариант с сохранением реджевского наклона можно было отклонить сразу при рассмотрении зависимости наклона от энергии, приведенной на рис.8. Точка 7 ТэВ находится далеко от линейной зависимости, построенной по более низким энергиям.

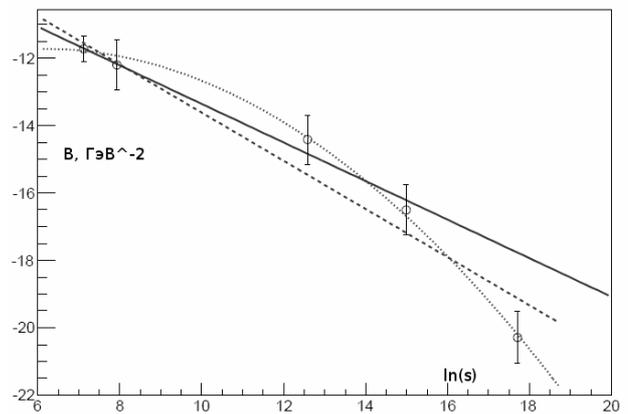


Рис.8. Зависимость наклона упругих сечений (по данным [2-5]) от логарифма s . Сплошная линия — реджевское описание, штриховая — линейная аппроксимация с включением точки 7 ТэВ, точечная линия — параболическая аппроксимация

Вариант черного диска проигрывает экспоненциальному варианту с сохранением полных сечений по следующей причине: в выражение для наблюдаемой амплитуды

$$A(s, -q^2) = 4\pi \int_0^\infty J_0(bq) J(b, s) b db \quad (14)$$

функция профиля входит с кинематическим множителем b . В результате, изменения функции профиля в модели черного диска практически исчезают, это видно на рис.5, нижняя часть.

IV. Заключение

Проведенный в данной работе анализ позволяет утверждать, что эволюция функции профиля с энергией существенно изменяется выше критической энергии $J(0, s) = 1$, $s \approx 1800$ ГэВ. Функция профиля начинает быстрее расти при больших прицельных параметрах, компенсируя замедление роста в области малых прицельных параметров. При этом сохраняется экспоненциальный вид профиля и величина полного сечения, следующая из модели Редже.

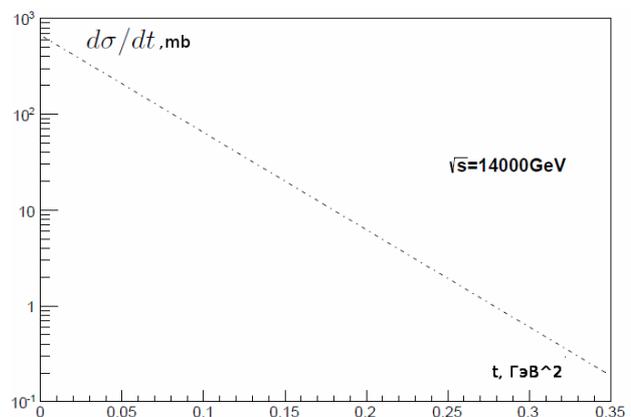


Рис.9. Предсказания для упругих сечений при энергии $\sqrt{s} = 14$ ТэВ

Отсутствие дополнительных параметров и согласие с экспериментом при 7 ТэВ позволяют сделать обоснованные количественные предсказания для амплитуды упругого рассеяния при 14 ТэВ. Соответствующие предсказания $\frac{d\sigma}{dt}$ приведены на рис.9.

1. A. Donnachie, P.V. Landshoff Total cross-sections. Phys.Lett. B, 1992, 296, pp. 227-232.
2. R.Battiston et al. (UA4 Collaboration) Proton - Anti-proton Elastic Scattering at Four Momentum Transfer Up to 0.5-GeV**2 at the CERN SPS Collider. Phys.Lett. B, 1983, 127, p. 472.

3. N.A.Amos et al. (E-710 Collaboration) $p\bar{p}$ elastic scattering at $s\sqrt{=}$ 1.8-TeV from $|t| = 0.034\text{--}0.65\text{--GeV}^2/c^2$. Phys.Lett. B, 1990, 247, p. 127.
4. G. Antchev et al. (TOTEM Collaboration) Measurement of proton-proton elastic scattering and total cross-section at $s\sqrt{=}$ 7 TeV. Europhys. Lett., 2013, vol. 101, p. 21002.
5. A.Breakstone et al. (AMES-BOLOGNA-CERN-DORTMUND-HEIDELBERG-WARSAW Collaboration) A Measurement of $p\bar{p}$ and pp Elastic Scattering in the Dip Region at $s\sqrt{=}$ 53-GeV. Phys.Rev.Lett., 1985, no. 54, p. 253.
6. Giulia Pancheri, Yogendra Srivastava, Nicola Staffolani. Sum rules for hadronic elastic scattering for the Tevatron, RHIC and LHC. Jun 2004, 5 pp. Available at: arXiv:hep-ph/0406321.
7. [7] I.M. Dremin The critical regime of elastic scattering of protons at the LHC. Jan 14, 2014. [hep-ph] 7 pp. Available at: arXiv:1401.3106.