

УДК 517.82

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ И ПЕРЕХОДНЫЕ ВЕРОЯТНОСТИ СУПЕРПОЗИЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПОТОКОВ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ИМПУЛЬСОВ И СОПРЯЖЕННЫХ С НИМИ ПРОЦЕССОВ

Ф.В.Голик

CORRELATION CHARACTERISTICS (PARAMETERS) AND TRANSITION PROBABILITIES OF THE SUPERPOSITION OF SQUARE PULSE RANDOM FLOWS AND ASSOCIATED PROCESSES

F.V.Golik

Институт электронных и информационных систем НовГУ, fgolik@mail.natm.ru

Суперпозиция потоков прямоугольных импульсов при выполнении определенных условий и ограничений адекватно описывается полумарковской моделью. Однако при исследовании процессов, порождаемых суперпозицией потоков, полумарковская модель применима не всегда. В этой связи разработка методов расчета частных вероятностных характеристик исследуемых процессов имеет важное практическое значение. В настоящей работе предложена методика расчета корреляционных функций потоков $\bar{s}$ -состояний (совпадений) и потоков множественных состояний, а также интервальных переходных вероятностей. Полученные результаты могут использоваться при анализе надежности и эффективности функционирования сложных систем.

Ключевые слова: случайный поток, суперпозиция потоков, поток совпадений, поток множественных совпадений, автокорреляция, переходная интервальная вероятность

Superposition of square pulse flows is adequately described by a semi-Markov model only in the presence of certain conditions and restrictions. Nevertheless a semi-Markov model sometimes can not be used when studying the processes induced by the superposition of flows. In this connection the development of common methods for calculating partial probabilistic characteristics of the studied processes has practical value. In the present paper a method of calculating the correlation functions for both flows of s -states (coincidences) and flows of multiple states and also interval transition probabilities is proposed. The obtained results can be used for analysis of both reliability and effectiveness of complex systems' functioning.

Keywords: random flow, superposition of flows, flow of coincidence, flow of multiple coincidences, autocorrelation, interval transition probability

1. Условия и ограничения

Будем считать, что парциальные потоки $\varphi_i(t)$, $i=1, N$ прямоугольных импульсов, образующие суперпозицию $\Phi_N(t) = (\varphi_1(t), \dots, \varphi_N(t))$, $\Phi_N(t) \in (B^N, R_+)$, $B=[0,1]$, $R_+=[0, \infty)$, стационарны и вза-

имно независимы в совокупности; существуют и заданы плотности распределения вероятностей длительности импульсов $\alpha_i(x)$ и длительности пауз $\beta_i(x)$; импульсы (паузы), принадлежащие одному и тому же потоку, не перекрываются сами с собой; существуют математические ожидания длительностей импульсов $m_{1\tau}$ и пауз $m_{1\theta}$ [1].

Процесс $\phi_N(t)$ находится в момент t в $\vec{s}$ -состоянии, если $\phi_N(t) = \vec{s}$, $\vec{s} = (s_1, \dots, s_i, \dots, s_N)$, $s_i \in B, \vec{s} \in B^N$. Во времени эти состояния описываются потоком $\vec{s}$ -состояний

$$\Phi_{\vec{s}}(t) = \begin{cases} 0, & \phi_N(t) \neq \vec{s}, \\ 1, & \phi_N(t) = \vec{s}. \end{cases} \quad (1)$$

Поток $\Phi_{\vec{s}}(t)$ может быть представлен произведением соответствующих комбинаций парциальных потоков $\phi_i(t)$ и их инверсий $\bar{\phi}_i(t)$ [2]:

$$\Phi_{\vec{s}}(t) = \prod_{i=1}^N \phi_i^{s_i}(t) \cdot \bar{\phi}_i^{\bar{s}_i}, \quad (2)$$

где $\bar{\phi}_i(t) = 1 - \phi_i(t)$, $\bar{s}_i = 1 - s_i$.

2. Автокорреляционная функция потока

Автокорреляционная функция $r(\delta)$ парциального потока $\phi(t)$ типа А, удовлетворяющего условиям и ограничениям п. 1, определена в [3,4]. Поэтому приведем лишь окончательные расчетные соотношения:

$$r(\delta) = k(\delta) - \mu^2 m_{1\tau}, \quad (3)$$

где $m_{1\tau}$ — математическое ожидание длительности импульсов потока; μ — средняя частота следования импульсов потока; $k(\delta)$ — корреляционный момент процесса $\phi(t)$, численно равный вероятности того, что начало и конец отрезка длиной δ окажутся на основании импульса потока $\phi(t)$:

$$k(\delta) = \frac{1}{2\pi j} \int_{c-j\infty}^{c+j\infty} \dot{k}(s) \exp(sx) ds, \quad (4)$$

$$\dot{k}(s) = \frac{\mu \cdot m_{1\tau}}{s} - \frac{(1 - \dot{\alpha}(s))(1 - \dot{\beta}(s))}{1 - \dot{\alpha}(s)\dot{\beta}(s)} \cdot \frac{\mu}{s^2}, \quad (5)$$

где $\dot{\alpha}(s), \dot{\beta}(s)$ — преобразования Лапласа плотностей распределения длительностей импульсов и пауз соответственно.

3. Автокорреляционная функция потока $\Phi_{\vec{s}}(t)$

Запишем в общем виде выражение для автокорреляционной функции потока состояний

$$r_{\vec{s}}(t, \delta) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \cdot \Phi_{\vec{s}}(t + \delta) \rangle - \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \rangle \cdot \langle \Phi_{\vec{s}}(t + \delta) \rangle. \quad (6)$$

Обозначим начальный корреляционный момент через

$$k_{\vec{s}}(t, \delta) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \cdot \Phi_{\vec{s}}(t + \delta) \rangle, \quad (7)$$

а начальные моменты первого порядка — $m_{\vec{s}}(t) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \rangle$ и $m_{\vec{s}}(t + \delta) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t + \delta) \rangle$.

Записав $\Phi_{\vec{s}}(t)$ в виде (2) с учетом независимости потоков $\phi_i(t), i = \overline{1, N}$, после усреднения получим:

$$k_{\vec{s}}(t, \delta) = \prod_{i=1}^N k_i^{s_i}(t, \delta) \cdot [1 - m_i(t) - m_i(t + \delta) + k_i(t, \delta)]^{\bar{s}_i}, \quad (8)$$

$$m_{\vec{s}}(t) = \prod_{i=1}^N m_i^{s_i}(t) \cdot (1 - m_i(t))^{\bar{s}_i}, \quad (9)$$

$$m_{\vec{s}}(t + \delta) = \prod_{i=1}^N m_i^{s_i}(t + \delta) \cdot (1 - m_i(t + \delta))^{\bar{s}_i}. \quad (10)$$

Здесь $k_i(t, \delta) = \langle \phi_i(t) \cdot \phi_i(t + \delta) \rangle$ — корреляционный момент потока $\phi_i(t), i = \overline{1, N}$; $m_i(t) = \langle \phi_i(t) \rangle, m_i(t + \delta) = \langle \phi_i(t + \delta) \rangle$ — средние значения процесса $\phi_i(t)$ в моменты t и $t + \delta$ соответственно.

Для стационарных парциальных потоков имеем:

$$k_{\vec{s}}(\delta) = \prod_{i=1}^N k_i^{s_i}(\delta) \cdot [1 - 2m_i + k_i(\delta)]^{\bar{s}_i}, \quad (8a)$$

$$m_{\vec{s}} = \prod_{i=1}^N m_i^{s_i} \cdot (1 - m_i)^{\bar{s}_i}. \quad (9a)$$

Здесь $k_i(\delta)$ — корреляционный момент i -го потока, определяемый соотношением (4); $m_i = \mu_i \cdot m_{1\tau_i}$.

Если все потоки $\phi_i(t), i = \overline{1, N}$ имеют одинаковые параметры:

$$k_i(t, \delta) = k(t, \delta), m_i(t) = m(t), \\ m_i(t + \delta) = m(t + \delta), i = \overline{1, N},$$

то выражения (8), (9), (10) можно упростить:

$$k_{\vec{s}}(t, \delta) = k^{n_{\vec{s}}}(t, \delta) \cdot (1 - m(t) - m(t + \delta) + k(t, \delta))^{N - n_{\vec{s}}}, \quad (8б)$$

где $n_{\vec{s}} = \sum_{i=1}^N s_i$

$$m_{\vec{s}}(t) = m^{n_{\vec{s}}}(t) \cdot (1 - m(t))^{N - n_{\vec{s}}}, \quad (9б)$$

$$m_{\vec{s}}(t + \delta) = m^{n_{\vec{s}}}(t + \delta) \cdot (1 - m(t + \delta))^{N - n_{\vec{s}}}. \quad (10б)$$

Для стационарных потоков имеем:

$$k_{\vec{s}}(\delta) = k^{n_{\vec{s}}}(\delta) \cdot (1 - 2m(\delta) + k(\delta))^{N - n_{\vec{s}}}, \quad (8в)$$

$$m_{\vec{s}} = m^{n_{\vec{s}}} \cdot (1 - m)^{N - n_{\vec{s}}}. \quad (9в)$$

4. Взаимно корреляционная функция потоков

$\Phi_{\vec{s}}(t)$ и $\Phi_{\vec{v}}(t)$

По аналогии с (6) можно записать выражение для взаимно корреляционной функции двух потоков состояний:

$$r_{\vec{s}\vec{v}}(t, \delta) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \cdot \Phi_{\vec{v}}(t + \delta) \rangle - \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \rangle \langle \Phi_{\vec{v}}(t + \delta) \rangle.$$

Обозначим

$$k_{\vec{s}\vec{v}}(t, \delta) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \cdot \Phi_{\vec{v}}(t + \delta) \rangle, \quad (11)$$

$$m_{\vec{s}}(t) = \langle \Phi_{\vec{s}}(t) \rangle, m_{\vec{v}}(t + \delta) = \langle \Phi_{\vec{v}}(t + \delta) \rangle. \quad (12)$$

Найдем начальный смешанный момент $k_{\vec{s}\vec{v}}(t, \delta)$, подставив выражения для потоков $\Phi_{\vec{s}}(t)$ и $\Phi_{\vec{v}}(t)$ в виде (2):

$$k_{\vec{s}\vec{v}}(t, \delta) = \prod_{i=1}^N \langle \phi_i^{s_i}(t) \cdot \phi_i^{v_i}(t + \delta) \cdot \bar{\phi}_i^{\bar{s}_i}(t) \cdot \bar{\phi}_i^{\bar{v}_i}(t + \delta) \rangle. \quad (13)$$

Рассмотрим выражение под знаком усреднения для всех возможных значений s_i, v_i :

$$\begin{aligned}
s_i=1, v_i=1, & \langle \phi_i(t) \cdot \phi_i(t+\delta) \rangle = k_i(t, \delta); \\
s_i=0, v_i=0, & \langle \bar{\phi}_i(t) \cdot \bar{\phi}_i(t+\delta) \rangle = 1 - m_i(t) - m_i(t+\delta) + k_i(t, \delta) = k_{1i}(t, \delta); \\
s_i=0, v_i=1, & \langle \bar{\phi}_i(t) \cdot \phi_i(t+\delta) \rangle = m_i(t+\delta) - k_i(t, \delta) = k_{2i}(t, \delta); \\
s_i=1, v_i=0, & \langle \phi_i(t) \cdot \bar{\phi}_i(t+\delta) \rangle = m_i(t) - k_i(t, \delta) = k_{3i}(t, \delta).
\end{aligned}$$

С учетом введенных обозначений запишем выражение для начального смешанного момента $k_{s\bar{v}}(t, \delta)$:

$$k_{s\bar{v}}(t, \delta) = \prod_{i=1}^N k_i^{s_i v_i}(t, \delta) \cdot k_{1i}^{s_i \bar{v}_i}(t, \delta) \cdot k_{2i}^{s_i v_i}(t, \delta) \cdot k_{3i}^{s_i \bar{v}_i}(t, \delta). \quad (14)$$

При парциальных потоках, имеющих одинаковые параметры, выражение для $k_{s\bar{v}}(t, \delta)$ имеет вид:

$$k_{s\bar{v}}(t, \delta) = k^{n_{sv}}(t, \delta) \cdot (1 - m(t) - m(t+\delta) + k(t, \delta))^{N+n_{sv}-n_s-n_v} \times \\ \times (m(t+\delta) - k(t, \delta))^{n_v-n_{sv}} \cdot (m(t) - k(t, \delta))^{n_s-n_{sv}}, \quad (14a)$$

$$\text{где } n_{s\bar{v}} = \sum_{i=1}^N s_i \cdot v_i, n_s = \sum_{i=1}^N s_i, n_v = \sum_{i=1}^N v_i.$$

Для стационарных парциальных потоков имеем:

$$k_{s\bar{v}}(\delta) = k^{n_{sv}}(\delta) \cdot (1 - 2m + k(\delta))^{N+n_{sv}-n_s-n_v} \times \\ \times (m - k(\delta))^{n_v-2n_{sv}}, \quad (14b)$$

где m — среднее значение парциального потока.

5. Автокорреляционная функция потока $\Psi_r(t)$

Потоком множественных состояний $\Psi_r(t)$ называют поток, заданный временной функцией [2]:

$$\Psi_r(t) = \begin{cases} 0, & \phi_N(t) \notin S_r \\ 1, & \phi_N(t) \in S_r \end{cases} \quad t \in R_+, \quad (15)$$

который равен сумме потоков $\bar{s}$ -состояний, принадлежащих r -му подмножеству:

$$\Psi_r(t) = \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t). \quad (15a)$$

В соответствии с (15a) представим выражение для корреляционной функции потока r -состояний:

$$\begin{aligned}
r(t, \delta) = & \left\langle \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t) \cdot \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t+\delta) \right\rangle - \\ & - \left\langle \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t) \right\rangle \cdot \left\langle \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t+\delta) \right\rangle. \quad (16)
\end{aligned}$$

Обозначим

$$k_r(t, \delta) = \left\langle \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t) \cdot \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t+\delta) \right\rangle, \quad (17)$$

$$m_r(t) = \left\langle \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t) \right\rangle, \quad (18)$$

$$m_r(t+\delta) = \left\langle \sum_{\bar{s} \in S_r} \Phi_{\bar{s}}(t+\delta) \right\rangle. \quad (19)$$

После преобразований и усреднения получим:

$$k_r(t, \delta) = \sum_{\bar{s} \in S_r} k_{\bar{s}}(t, \delta) + \sum_{\substack{\bar{s} \in S_r, k \in S_r \\ \bar{s} \neq k}} k_{\bar{s}k}(t, \delta), \quad (20)$$

$$m_r(t) = \sum_{\bar{s} \in S_r} m_{\bar{s}}(t), \quad (21)$$

$$m_r(t+\delta) = \sum_{\bar{s} \in S_r} m_{\bar{s}}(t+\delta). \quad (22)$$

Начальные корреляционные моменты $k_{\bar{s}}, k_{\bar{s}k}$ определяются выражениями (8) и (14) соответственно. Средние значения $m_{\bar{s}}$ можно найти по формулам (9) и (10).

6. Взаимная корреляционная функция потоков

$\Psi_r(t)$ и $\Psi_n(t)$

Пусть даны подмножества $S_r \subset B^N$ и $S_n \subset B^N$. Им соответствуют потоки $\Psi_r(t)$ и $\Psi_n(t)$, заданные выражением (15). По аналогии с предыдущим параграфом получим:

$$r_{r,n}(t, \delta) = k_{r,n}(t, \delta) - m_r(t) \cdot m_n(t+\delta), \quad (23)$$

$$k_{r,n}(t, \delta) = \sum_{\bar{s} \in S_r, k \in S_n} k_{\bar{s}k}(t, \delta), \quad (24)$$

$$m_r(t) = \sum_{\bar{s} \in S_r} m_{\bar{s}}(t), \quad (25)$$

$$m_n(t+\delta) = \sum_{k \in S_n} m_k(t+\delta). \quad (26)$$

В частном случае, когда множество B^N разбивается на два непересекающихся класса $S_1, S_2, S_1 \cap S_2 = \emptyset, S_1 \cup S_2 = B^N$, справедливо соотношение:

$$\Psi_2(t) = 1 - \Psi_1(t).$$

Тогда

$$\begin{aligned}
k_{1,2}(t, \delta) &= \langle \Psi_1(t) \cdot (1 - \Psi_1(t+\delta)) \rangle = \\ &= \langle \Psi_1(t) \rangle - \langle \Psi_1(t) \cdot \Psi_1(t+\delta) \rangle = m_1(t) - k_1(t, \delta). \quad (27)
\end{aligned}$$

Здесь $k_1(t, \delta)$ определяется выражением (20), $m_1(t)$ — формулой (21).

Отметим, что соотношения, полученные в п.п. 3...6, справедливы для независимых парциальных потоков любого типа.

7. Интервальные переходные вероятности

Во многих прикладных задачах возникает необходимость в определении вероятности $P_{\bar{s}k}(\delta)$ пребывания процесса $\phi_N(t)$ в некотором состоянии $\bar{s}$ в момент t^* и в состоянии k в момент $t^* + \delta$. Кроме того, значительный интерес представляют вероятности $P_m(\delta)$ нахождения процесса в подмножестве S_r и в подмножестве S_n в моменты времени t^* и $t^* + \delta$ соответственно.

Указанные вероятности могут быть выражены через начальные корреляционные моменты. Покажем это для стационарных и взаимно независимых парциальных потоков $\phi_i(t), i=1, \bar{N}$.

Пусть t^* — равномерно распределенный на интервале $[0, T], T \rightarrow \infty$ момент времени. Если в момент t^* процесс $\phi_N(t)$ находится в $\bar{s}$ -состоянии, то $\phi_N(t^*) = \bar{s}$, что согласно (1) равносильно равенству $\Phi_{\bar{s}}(t^*) = 1$. Аналогично для момента времени $t^* + \delta$ запишем $\phi_N(t^* + \delta) = \bar{k}$ и $\Phi_{\bar{k}}(t^* + \delta) = 1$. Тогда вероятность $P_{\bar{s}\bar{k}}(\delta)$ численно равна математическому ожиданию произведения $\Phi_{\bar{s}}(t^*) \cdot \Phi_{\bar{k}}(t^* + \delta)$. С учетом выполнения условия стационарности потоков получим

$$P_{\bar{s}\bar{k}}(\delta) = \langle \Phi_{\bar{s}}(t^*) \cdot \Phi_{\bar{k}}(t^* + \delta) \rangle.$$

Но правая часть равенства равна начальному взаимно корреляционному моменту потоков $\Phi_{\bar{s}}(t^*), \Phi_{\bar{k}}(t^* + \delta)$ (см. (11)). Следовательно,

$$P_{\bar{s}\bar{k}}(\delta) = k_{\bar{s}\bar{k}}(\delta). \quad (28)$$

Рассмотрим теперь ситуацию перехода процесса из подмножества S_r в подмножество S_n , $S_r, S_n \in B^N, S_r \cap S_n = \emptyset$. Если $\phi_N(t^*) \in S_r$ то в соответствии с (15) $\Psi_r(t^*) = 1$. Аналогично для момента $t^* + \delta$ $\phi_N(t^* + \delta) \in S_n$ и $\Psi_n(t^* + \delta) = 1$.

Тогда

$$P_m(\delta) = \langle \Psi_r(t^*) \cdot \Psi_n(t^* + \delta) \rangle$$

или с учетом формулы (24)

$$P_m(\delta) = \sum_{\bar{s} \in S_r} \sum_{\bar{k} \in S_n} k_{\bar{s}\bar{k}}(\delta). \quad (29)$$

8. Условные интервальные переходные вероятности

Пусть $\xi(t)$ — случайный процесс с конечным множеством состояний. Определим вероятность перехода процесса ξ в состояние j в момент $t + \delta$ при условии, что в момент t процесс находился в состоянии i :

$$P_{j|i,\xi}(t, \delta) = P[\xi(t + \delta) = j | \xi(t) = i]$$

или

$$P_{j|i,\xi}(t, \delta) = \frac{P[\xi(t + \delta) = j, \xi(t) = i]}{P[\xi(t) = i]}. \quad (30)$$

Пусть $\xi(t) = \phi(t)$, где $\phi(t)$ — поток прямоугольных импульсов единичной амплитуды, т. е. $i, j = 0, 1$. Тогда переходные вероятности непосредственно выражаются через корреляционные моменты:

$$P_{1/1,\phi}(t, \delta) = \frac{\langle \phi(t) \cdot \phi(t + \delta) \rangle}{\langle \phi(t) \rangle} = \frac{k(t, \delta)}{m(t)},$$

$$P_{0/0,\phi}(t, \delta) = \frac{\langle \bar{\phi}(t) \cdot \bar{\phi}(t + \delta) \rangle}{\langle \bar{\phi}(t) \rangle} = \frac{k_1(t, \delta)}{1 - m(t)},$$

$$P_{0/1,\phi}(t, \delta) = \frac{\langle \phi(t) \cdot \bar{\phi}(t + \delta) \rangle}{\langle \phi(t) \rangle} = \frac{k_2(t, \delta)}{m(t)},$$

$$P_{1/0,\phi}(t, \delta) = \frac{\langle \bar{\phi}(t) \cdot \phi(t + \delta) \rangle}{\langle \bar{\phi}(t) \rangle} = \frac{k_3(t, \delta)}{1 - m(t)}.$$

Здесь функции $k_1(t, \delta), k_2(t, \delta), k_3(t, \delta)$ выражаются через корреляционный момент $k(t, \delta)$, как и в п. 4.

Для суперпозиции $\phi_N(t)$ потоков $\phi_i(t), i = \overline{1, N}$, ставя в соответствие состояниям i, j — $\bar{s}$ - и $\bar{k}$ -состояния, $\bar{s}, \bar{k} \in B^N$, получим:

$$P_{\bar{s}/\bar{k},\phi}(t, \delta) = \frac{\langle \Phi_{\bar{s}}(t) \cdot \Phi_{\bar{k}}(t + \delta) \rangle}{\langle \Phi_{\bar{s}}(t) \rangle} = \frac{k_{\bar{s}\bar{k}}(t, \delta)}{m_{\bar{s}}(t)}$$

или для стационарного процесса

$$P_{\bar{s}/\bar{k},\phi}(t, \delta) = \frac{P_{\bar{s}\bar{k}}(\delta)}{m_{\bar{s}}},$$

где $P_{\bar{s}\bar{k}}(\delta)$ — интервальная вероятность (28).

Если теперь под состоянием i понимать принадлежность процесса $\phi_N(t)$ подмножеству S_r , j — подмножеству S_n , то

$$P_{r/n,\phi}(t, \delta) = \frac{\langle \Psi_r(t) \cdot \Psi_n(t + \delta) \rangle}{\langle \Psi_r(t) \rangle} = \frac{k_m(t, \delta)}{m_r(t)}$$

или при выполнении условия стационарности

$$P_{r/n,\phi}(t, \delta) = P_m(\delta) / m_r.$$

Заключение

Суперпозиция случайных потоков прямоугольных импульсов $\phi_N(t)$ и ее отображения $\Phi_S(t)$, $\Psi_r(t)$, $H(t)$, $G_M(t)$ могут служить моделью широко-го класса реальных физических процессов, встречающихся при анализе надежности сложных систем, исследовании систем вторичной радиолокации и асинхронных систем передачи информации, а также в области экономики, логистики, биологии. Полученные в работе соотношения создают предпосылки для разработки конструктивных методов анализа вероятностных характеристик указанных систем.

1. Голик Ф.В. Вероятностные характеристики полумарковской модели суперпозиции случайных потоков прямоугольных импульсов // Журнал радиоэлектроники [Электронный ресурс]. 2013. №2. — Режим доступа: <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/6/text.html>, <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/6/text.pdf>
2. Голик Ф.В. О фундаментальных свойствах многомерных случайных потоков прямоугольных импульсов и сопряженных с ними процессов // Вестник НовГУ. Сер.: Технические науки. 2013. №75. Т.1. С.64-67.
3. Седякин Н.М. Элементы теории случайных импульсных потоков. М.: Сов. радио, 1965. 263 с.
4. Тихонов В.И. Нелинейные преобразования случайных процессов. М.: Радио и связь, 1986. 294 с.

References

1. Golik F.V. Veroyatnostnye kharakteristiki polumarkovskoi modeli superpozitsii sluchainykh potokov priamougol'nykh impul'sov [Probabilistic characteristics of a semi-Markov model of the superposition of square pulse random flows]. Zhurnal radioelektroniki, 2013, no 2. (In Russ). Available at: <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/6/text.html>, <http://jre.cplire.ru/jre/feb13/6/text.pdf>. (accessed 29.12.2012)
2. Golik F.V. O fundamental'nykh svoistvakh mnogomernykh sluchainykh potokov priamougol'nykh impul'sov i sopriazhen'nykh s nimi protsessov [Fundamental properties of square pulses multidimensional random streams and associated processes]. Vestnik NovGU, Tekhnicheskie nauki — Vestnik NovSU, Engineering Sciences, 2013, no. 75, vol. 1, pp. 64-67.
3. Sediakin N.M. Elementy teorii sluchainykh impul'snykh potokov [Elements of the theory of random pulse streams]. Moscow, "Sov. radio" Publ., 1965. 263 p.
4. Tikhonov V.I. Nelineinye preobrazovaniia sluchainykh protsessov [Nonlinear transformations of random processes]. Moscow, "Radio i svjaz" Publ., 1986. 294 p.