

ОЦЕНИВАНИЕ И КОРРЕКЦИЯ ЦВЕТОВЫХ КООРДИНАТ МАТРИЦЫ ФОТОПРИЕМНИКА С УЧЕТОМ ОШИБОК НАБЛЮДЕНИЯ

С.А.Попов, Н.Н.Клыков

ESTIMATION AND CORRECTION OF COLOR COORDINATES OF PHOTOSENSOR ARRAY TAKING INTO ACCOUNT OBSERVATION ERRORS

S.A.Popov, N.N.Klykov

Политехнический институт НовГУ, stanislav.popov@novsu.ru

Предлагается метод оценивания цветковых координат однородного цвета с учетом ошибки наблюдения цвета матрицей фотоприемника. Показан метод расчета оценок коэффициентов многооткликовых моделей пикселей фотоприемника. Даются выражения для расчета оценок цветковых координат однородного цвета по результатам наблюдения цветов отдельных пикселей.

Ключевые слова: оценивание цветковых координат, коррекция, ошибка наблюдения цвета, модели пикселей фотоприемника

The method of estimating color coordinates of uniform color is presented taking into account photosensor array observation errors. The method for calculating the estimated coefficients of pixels' of photosensor multiresponse models is shown. The expressions for calculating and correcting the estimated color coordinates of uniform color according to the results of color observations of each pixel are given.

Keywords: color coordinates estimation, correction, color observation error, photosensor pixels' models

Для повышения точности оценивания цвета необходимо учитывать зависимость цветковых координат пикселей матрицы фотоприемника от заданного цвета и ковариационную матрицу цветковых координат. В этом случае для каждого пикселя матрицы строится корректирующая функция, с помощью которой затем по величине наблюдаемых цветковых координат пикселей рассчитывается оценка цветковых координат заданного цвета.

Цифровое изображение представляется матрицей цветковых координат пикселей $Z(i_1, i_2)$, где $i_1 = \overline{1, m_1 - 1}$ — значение координаты x , $i_2 = \overline{1, m_2 - 1}$ — значение координаты y , m_1 — количество пикселей изображения по координате x , m_2 — количество пикселей изображения по координате y . Для целей моделирования это изображение представляется одномерным массивом и выражается в виде $i = i_1 + m_1(i_2 - 1)$, $m = m_1 m_2$ — количество пикселей в изображении [1]. Таким образом, входными данными для построения модели цвета пикселя от заданного цвета служит вектор цветковых координат пикселя, полученный при различных задаваемых цветах.

Модель линейной относительно коэффициентов зависимости цвета пикселей матрицы фотоприемника от заданной величины цвета (корректирующая функция) может быть представлена в виде многооткликовой функции, известной с точностью до коэффициентов:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{P}^T(\mathbf{X})\mathbf{V} + \mathbf{E}, \quad (1)$$

где $\mathbf{X} = \{x_1, x_2\}^T$ — заданные цветковые координаты однородного цвета a и b в цветовой модели Lab , $\mathbf{Y} = \{y_1, \dots, y_{2m}\}^T$ — пары наблюдаемых цветковых координат каждого из m пикселей, $\mathbf{V} = \{b_1, \dots, b_k\}^T$ — оцениваемые коэффициенты модели, $\mathbf{E} = \{e_1, \dots, e_{2m}\}^T$ — пары ошибок наблюдений цветковых координат пикселей, $\mathbf{P}(\mathbf{X})$ — функция, описывающая вид зависимости значений цвета пикселей от заданного цвета \mathbf{X} .

Вектор \mathbf{Y} определяется следующим образом. Если цветковые координаты i -го пикселя равны a_i и b_i ($i = \overline{1, m}$), то соответствующие элементы вектора \mathbf{Y} будут равны $y_{2i-1} = a_i$ и $y_{2i} = b_i$.

В результате сравнения нескольких моделей в качестве рабочей модели (1) выбран полином третьей степени, для которой количество коэффициентов равно $8m$. Тогда матрица $\mathbf{P}(\mathbf{X})$ имеет размерность $(8m \times 2m)$ и принимает следующий вид:

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{X}) = \begin{Bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & & & & & & & & \dots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \end{Bmatrix}. \quad (2)$$

Вектор оценок коэффициентов модели в общем виде рассчитывается с учетом (2) на этапе построения корректирующей зависимости по резуль-

татам наблюдения n значений цвета m пикселей на основании следующей итерационной процедуры [2]:

$$\mathbf{B}^{s+1} = \mathbf{B}^s + \mathbf{Q}^{-1}(\mathbf{B}^s) \sum_{j=1}^n \mathbf{P}(\mathbf{B}^s, \mathbf{X}_j) \mathbf{R}(\mathbf{B}^s, \mathbf{X}_j), \quad (3)$$

где \mathbf{X}_j — значения задаваемых цветовых координат, n — количество наблюдений заданной величины цвета, \mathbf{V}_E — ковариационная матрица ошибок наблюдений, а $\mathbf{R}(\mathbf{B}, \mathbf{X}) = [\mathbf{Y} - \mathbf{P}^T(\mathbf{X})\mathbf{B}]$ — остатки модели.

Информационная матрица $\mathbf{Q}(\mathbf{B})$ рассчитывается по формуле

$$\mathbf{Q}(\mathbf{B}) = \sum_{j=1}^n \mathbf{P}(\mathbf{X}_j) \mathbf{P}(\mathbf{X}_j)^T.$$

В качестве оценки ковариационной матрицы \mathbf{V}_E использовалась матрица \mathbf{S}_E , которая рассчитывается как [1]:

$$\mathbf{S}_E = \frac{1}{r-1} \sum_{i=1}^r (\mathbf{Y}_i - \bar{\mathbf{Y}})(\mathbf{Y}_i - \bar{\mathbf{Y}})^T,$$

где r — число повторных экспериментов для заданного цвета.

Ковариационная матрица оценок коэффициентов (3) равна

$$\mathbf{V}_B = \left\{ \sum_{j=1}^n \mathbf{P}(\mathbf{X}_j) \mathbf{V}_E^{-1} \mathbf{P}(\mathbf{X}_j)^T \right\}^{-1}. \quad (4)$$

Таким образом, на этапе обучения модели для заданной функции в виде $\mathbf{P}(\mathbf{X})$ рассчитываются оценки коэффициентов \mathbf{B} и ковариационные матрицы \mathbf{V}_E и \mathbf{V}_B .

На этапе оценивания заданных цветовых координат $\mathbf{X} = \{x_1, x_2\}^T$ наблюдаются отклики всех пикселей $\mathbf{Y} = \{y_1, \dots, y_{2m}\}^T$. Итерационную процедуру коррекции вектора оценок цвета каждого пикселя можно представить в следующем виде [3]:

$$\mathbf{Z}^{s+1} = \mathbf{Z}^s - \left[\frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^s, \mathbf{Y})}{\partial \mathbf{Z}} \right]^{-1} \mathbf{R}(\mathbf{B}, \mathbf{Z}^s, \mathbf{Y}), \quad (5)$$

где $\mathbf{Z} = \{z_1, \dots, z_{2m}\}^T$ — скорректированные по построенной модели $\mathbf{P}^T(\mathbf{X})\mathbf{B}$ цветовые координаты, рассчитываемые для каждого пикселя, а векторная функция $\mathbf{R}(\mathbf{B}, \mathbf{X}, \mathbf{Y})$ определена в выражении (3).

Ковариационная матрица оценок цветовых координат (5) по всем пикселям получается путем линеаризации выражения (5) относительно \mathbf{Z} и расчета его ковариационной матрицы как линейной функции:

$$\mathbf{V}_Z = \mathbf{A} \mathbf{V}_B \mathbf{A}^T + \mathbf{G} \mathbf{V}_E \mathbf{G}^T, \quad (6)$$

где матрицы \mathbf{A} и \mathbf{G} рассчитываются следующим образом:

$$\mathbf{A}_1 = \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{B}} \right]^T \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Z}} \right]^{-1} - \mathbf{R}^T \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Z}} \right]^{-2} \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{B}},$$

$$\mathbf{G}_1 = \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Y}} \right]^T \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Z}} \right]^{-1} - \mathbf{R}^T \left[\frac{\partial \mathbf{R}}{\partial \mathbf{Z}} \right]^{-2} \frac{\partial^2 \mathbf{R}}{\partial \mathbf{T} \partial \mathbf{Y}}.$$

Наилучшая линейная несмещенная оценка вектора цветовых координат \mathbf{X} с учетом (6) минимизирует квадратичную форму

$$(\mathbf{L}\mathbf{X} - \hat{\mathbf{Z}})^T \mathbf{V}_Z^{-1} (\mathbf{L}\mathbf{X} - \hat{\mathbf{Z}}), \quad (7)$$

где $\hat{\mathbf{Z}}$ — вектор частных оценок цветовых координат, получаемых по формуле (4), $\mathbf{X} = \{x_1, x_2\}^T$ — вектор цветовых координат заданного одноцветного цвета, \mathbf{L} — матрица размерности $2m \times 2$, элементы которой задаются следующим образом:

$$\mathbf{L}^T = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \end{Bmatrix}.$$

Таким образом, вектор $\mathbf{L}\mathbf{X}$ будет равен

$$\mathbf{L}\mathbf{X} = \{x_1, x_2, x_1, x_2, \dots\}.$$

Приравнивая к нулю производную от выражения (7) по \mathbf{X} , получим наилучшую линейную оценку $\hat{\mathbf{X}}$ в виде:

$$\hat{\mathbf{X}} = (\mathbf{L}^T \mathbf{V}_Z^{-1} \mathbf{L})^{-1} \mathbf{L}^T \mathbf{V}_Z^{-1} \hat{\mathbf{Z}}. \quad (8)$$

Ковариационная матрица \mathbf{V}_X этой оценки равна

$$\mathbf{V}_X = (\mathbf{L}^T \mathbf{V}_Z^{-1} \mathbf{L})^{-1}. \quad (9)$$

При независимых оценках $\hat{\mathbf{Z}}$, т. е. когда ковариационная матрица \mathbf{V}_Z является диагональной матрицей, выражения (8) и (9) преобразуются в известную формулу для неравноточных наблюдений.

Заключение

При больших величинах коэффициентов корреляций частных оценок цветовых координат общие оценки цветовых координат и их дисперсии будут существенно отличаться от величин, полученных при использовании диагональной матрицы \mathbf{V}_Z , т.е. сами оценки цветовых координат и точность их оценивания будут определены неверно. Экспериментально была исследована CCD матрица фотоаппарата Sony DSC-P12 типа ICX455AQF. В результате расчетов было установлено, что коэффициенты в модели (1) в данном случае могут быть приняты одинаковыми для всех цветовых координат матрицы фотоприемника (т.е. число коэффициентов общей модели равно четырем), поэтому матрица $\mathbf{P}^T(\mathbf{X})$ имела размерность $(2m \times 4)$ и принимала следующий вид.

$$\mathbf{P}^T(\mathbf{X}) = \begin{Bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & x_1^3 \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & x_2 & x_2^2 & x_2^3 \end{Bmatrix}.$$

Расчет цветовых координат по формуле (7) показал, что средняя погрешность оценивания цветовых координат по равномерной сетке задаваемого цвета, которую можно скорректировать, составляет 14%, а максимальная — 23%.

1. Popov S.A., Emelyanov G.M. Color Observation of Digital Images: Error Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis-2005. V.15. №2. P.63-65.
2. Rencher, Alvin C. Methods of Multivariate Analysis / A John Wiley & Sons, Inc. Publication. Brigham Young University, 2002. 708 p.

3. Попов С.А., Доцин И.И. Повышение точности измерения температуры по тепловизионным изображениям // Компьютерная оптика. 2013. Т.37. №1. С.131-134.

Bibliography (Transliterated)

1. Popov S.A., Emelyanov G.M. Color Observation of Digital Images: Error Analysis // Pattern Recognition and Image Analysis-2005. V.15. №2. P.63-65.
2. Rencher, Alvin C. Methods of Multivariate Analysis / A John Wiley & Sons, Inc. Publication. Brigham Young University, 2002. 708 p.
3. Popov S.A., Dotsin I.I. Povyshenie tochnosti izmereniia temperatury po teplovizionnym izobrazheniiam // Komp'yuternaia optika. 2013. T.37. №1. S.131-134.