

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»  
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии

**УТВЕРЖДАЮ**

Директор ИЭИС

  
С.И. Эминов  
«27» 04 2017 г.

**МАТЕМАТИКА**

Учебный модуль по направлению подготовки

**05.03.06 – Экология и природопользование**

Рабочая программа

**СОГЛАСОВАНО**

Начальник Учебного отдела

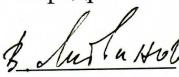
 — О.Б. Широколобова  
«27» 04 2017 г.

**Разработал**

Доцент КАГ

 — О.П. Матвеева  
«25» 02 2017 г.

Заведующий выпускающей  
кафедрой ЭП

 — В.Ф. Литвинов  
«27» 04 2017 г.

Принято на заседании кафедры АГ  
Протокол № 7 от « 01 » 03 2017 г.

Заведующий кафедрой АГ  
 — Т.Г. Сукачева

## **1 Цели и задачи учебного модуля**

**Цели учебного модуля (УМ):** формирование компетентности студентов в области закономерностей естественных процессов, их структуры и общих свойств, сбора, поиска и обработки информации, выбора инструментальных средств для обработки данных и анализа результатов расчета. Овладение студентами математической методологией и применение методов исследования для решения экспериментальных и практических задач.

### **Задачи УМ:**

- создание навыков применения математических методов к конкретным проблемам исследований,
- формирование прочных связей между общими теоретическими положениями и конкретными прикладными проблемами,
- выработка умения анализировать первичные данные и строить на этой базе математические модели,
- подготовка студентов к полноценному восприятию профильных дисциплин, необходимому для их эффективного практического использования.

### **Ведущие идеи учебного модуля**

Жизнедеятельность общества свидетельствует о всеобщей востребованности математики как обширного и мощного инструмента познания объективных закономерностей прошлого и грядущего развития окружающего мира. С помощью математических методов можно обосновать и доказать предположения, проверить теоретические гипотезы, восстановить, пополнить и скорректировать существующие оценки, представить изучаемые явления в полном объеме накопленных знаний, построить соответствующие математические модели.

Успешность профессиональной деятельности определяется, в том числе, и уровнем компетентности специалиста в области использования современных методов при построении математических моделей, расчета экономической эффективности применения технологических приёмов.

## **2 Место учебного модуля в структуре ОП направления подготовки**

Данный модуль относится к базовой части блока БЕ.Б.1. Это означает, что в процессе обучения у студента появляется возможность расширения и углубления знаний, умений и навыков, определяемых содержанием базовых дисциплин, что позволяет студенту получить углубленные знания и навыки для успешной профессиональной деятельности в различных отраслях.

В методическом плане модуль опирается на знания, полученные при изучении следующих учебных курсов школьной программы: «Информатика», «Математика». Набор входящих знаний и умений, основных навыков в сфере информатики способствуют получению опыта в области автоматизации аналитических расчетов; освоение основных методов математики способствуют формированию умений выполнять математические операции и навыков решения конкретных задач, возникающих при решении различных проблем; раскрывает основные методики работы с числовыми характеристиками.

Полученные в ходе обучения знания могут быть использованы в дальнейшем, как в практической работе, так и в научных исследованиях.

### **3 Требования к результатам освоения учебного модуля**

Процесс изучения УМ направлен на формирование на базовом уровне общепрофессиональной компетенции:

- –владение базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию (**ОПК-1**).

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть (табл.1).

Таблица 1 – Формирование компетенций

| Код компетенции | Уровень освоения компетенции | Знать   | Уметь   | Владеть  |
|-----------------|------------------------------|---|---|--|
| ОПК-1           | базовый                      | основные понятия и математические методы решения практических задач, критерии оценки эффективности методов при анализе социальных и естественнонаучных процессов. | пользоваться типовыми методиками для оценки современного состояния жизни, выбором формата корректирующих действий, на основе полученных результатов при использовании основных положений соответствующих методов. | современными математическими методами, применяемыми в исследовании различных процессов, методикой построения экономико-статистических моделей деятельности предприятия, исследовать их |

## **Структура и содержание учебного модуля**

### **4.1 Трудоемкость учебного модуля**

В структуре УМ выделены учебные элементы модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов:

УЭМ1: Основы высшей математики.

УЭМ 2: Основы теории вероятностей и математической статистики

Полная трудоемкость учебного модуля составляет 6 зачетных единиц (ЗЕ) – 1 семестр, со следующим распределением учебной работы (табл. 2).

Таблица 2 – Распределение учебной работы и трудоемкость дисциплины для очной формы обучения

| Учебная работа (УР)  | Всего  | Распределение по семестрам | Коды форм-х комп-й       |       |
|--|--|----------------------------|--------------------------|-------|
|  |  | 1                          |                          |       |
| Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)                      | 6  | 6                          |                          |       |
| Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ): |  |                            |                          |       |
| УЭМ1 Основы высшей математики                                      | - лекции<br>- практические занятия<br>- лабораторные работы<br>- в т.ч. аудиторная СРС<br>-внеаудиторная СРС | 18<br>27<br>-<br>9<br>48   | 18<br>27<br>-<br>9<br>48 | ОПК-1 |
| УЭМ2 Основы теории вероятностей и математической статистики        | - лекции<br>- практические занятия<br>- лабораторные работы<br>- в т.ч. аудиторная СРС<br>-внеаудиторная СРС | 18<br>27<br>-<br>9<br>42   | 18<br>27<br>-<br>9<br>42 | ОПК-1 |
| Аттестация:<br>- экзамен   |  | 36                         | 36                       |       |

## **4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля**

### **УЭМ1: Основы высшей математики.**

- 1.1. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии.
- 1.2. Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных.
- 1.3. Интегральное исчисление.
- 1.4. Приложения определённого интеграла.
- 1.5. Числовые ряды.
- 1.6. Дифференциальные уравнения.

### **УЭМ2: Основы теории вероятностей и математической статистики**

- 2.1. Предмет теории вероятностей и ее значение для естественно научных дисциплин.  
Случайные события. Пространство элементарных событий.
- 2.2. Основные теоремы.
- 2.3. Дискретные и непрерывные случайные величины.
- 2.4. Основы выборочного метода и элементы статистической теории оценивания.  
Генеральная и выборочная совокупности, вариационный ряд, интервальный ряд.
- 2.5. Интервальное оценивание параметров распределения. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Интервальное оценивание генеральной средней и генеральной дисперсии.
- 2.6. Корреляционный регрессионный анализ. Статистические гипотезы.

## **4.3 Организация изучения учебного модуля**

Образовательный процесс по модулю строится на основе комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса по модулю формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое, контекстное обучение, развивающее обучение.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

- лекционные (вводная лекция, лекция-презентация, информационная лекция);
- практические (работа в малых группах, обсуждение конкретных ситуаций);
- исследовательские (выполнение самостоятельной работы, решение конкретных задач);
- самоуправления как самостоятельная работа студентов (работа с учебником, выполнение домашних заданий).

Необходимо обязательное использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций, контроля знаний и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных занятий.

## **5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля**

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый – по окончании изучения УМ.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением от 25.06.13, протокол №9 « О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

## **6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля**

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В).

## **7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля**

Реализация учебного модуля требует наличия учебной аудитории, оборудованной:

- посадочными местами по количеству обучающихся;
- рабочим местом преподавателя;
- методическими материалами (включая электронные): комплект учебно-методических пособий по разделам модуля.

Технические средства обучения

- Word, MS Excel, ППП Statistica.

### **Приложения:**

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В - Карта учебно-методического обеспечения УМ

## Приложение А

### Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля «Математика»

#### Методические рекомендации по организации изучения УЭМ 1 «Основы высшей математики»

УЭМ1 «Основы высшей математики» предусматривает следующие виды учебных занятий: теоретические (лекционные), практические занятия.

Содержание основных разделов, а так же методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л -1 академический час, ПЗ-1 академический час). Теоретические разделы соответствуя учебнику [1] , практические занятия и домашние задания соответствуя учебнику [5], причем для тем 1-3 -задания из 1 тома, а для тем 5-6 из 2 тома. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, которые не успели решить в аудитории. Темы самостоятельной работы представлены в конце каждого раздела. Отчёт о проделанной самостоятельной работе и домашние работы предоставляются в виде конспекта.

#### УЭМ1: Основы высшей математики

##### Тема 1.1 Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-1-4*

Основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии, главы 1,2.

*Содержание практического занятия (ПЗ-1-6)*

Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства. Системы линейных алгебраических уравнений. Основные понятия векторной алгебры. Линейно зависимые и линейно независимые векторы. Разложение вектора по координатным ортам. Базис. Скалярное и векторное произведения векторов(1-25; 63-66;90; 94; 217-220, 240-245; 256-266) .

Образец КР1:

##### Демонстрационный вариант

1 Даны матрицы  $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 9 & 1 \\ 7 & -2 \end{pmatrix}$ . Найти  $2A + B$ ,  $A \cdot B$ ,  $3A - 4B$ .

2 Вычислить определитель:  $\begin{vmatrix} 4 & 8 & 4 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}$ .

3 Найти скалярное произведение векторов:  $\bar{a} = (0; -7; 3)$ ,  $\bar{b} = (3; -2; 5)$ .

4 Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом  $k = -6$ , которая проходит через точку  $A(0; 1)$ .

Темы самостоятельной работы

1. Ранг матрицы.
2. Кривые 2 порядка.
3. Общее уравнение плоскости.

## **Тема 1.2 Дифференциальное исчисление функции одной и нескольких переменных**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-5-8*

Понятие функции в многомерном пространстве. Теория пределов. Непрерывность функции в точке. Дифференциальное исчисление функции одной переменной и нескольких переменных. Главы 5, 6, 7, 8.

*Содержание практического занятия (ПЗ-7,12)*

Элементы математической логики. Основные понятия теории множеств. Вычисление пределов и производных. Понятие первого дифференциала функции. Частные производные. Дифференциал функции многих переменных. Частные производные высших порядков. (640-648; 657-677; 1096; 1097; 1174-1180; 1197-1200; 1214;1232-1240; 1264;1265; 1307-1310).

Образец КР2:

### **Демонстрационный вариант**

1. Найти производную функции

a)  $y = \sin x \cdot \operatorname{arctg} x$ .

б)  $y = \operatorname{tg}^2 x$ .

2. Составить уравнение касательной к кривой  $y = 5x^2 + x^4 + 1$  в точке  $x_0 = -1$ .

3. Исследовать функцию на экстремум  $y = \frac{x^2}{x+3}$ .

4. Найти полный дифференциал функции двух переменных

$$z = xy^2 - 4x^2 + y^3 + 5x + 2.$$

*Темы домашнего задания для СРС*

1. Графики элементарных функций.(621-631)

2. Первый и второй замечательный пределы

3. Непрерывность элементарных функций.

4. Линии и поверхности уровня.

## **Тема 1.3 Интегральное исчисление**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-9-12*

Неопределенный и определенный интегралы и их свойства. Замена переменных в неопределенном интеграле Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Глава 9, §§ 9.1-9.3.

*Содержание практического занятия (ПЗ-13-18)*

Вычисление неопределенного и определенного интегралов. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Кратные интегралы. (1337-1351;1361-1367; 1392-1401)

Образец КР3:

**Демонстрационный вариант**

Найти:

$$1 \int \left( x^2 - \frac{5}{x^2 + 4} \right) dx;$$

$$2 \int (x+1) \cos x dx;$$

$$3 \int e^{2x+3} dx.$$

*Тема домашнего задания для СРС*

1. Интегрирование тригонометрических функций.

**Тема 1.4 Приложения определённого интеграла**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-13-14*

Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.  
Глава 9, §§ 9.4-9.8.

*Содержание практического занятия (ПЗ-19-21)*

Геометрические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.  
(1552-1564; 1567-1577)

Образец КР4:

**Демонстрационный вариант**

$$1. \text{Вычислить } \int_0^1 \ln(x+1) dx.$$

$$2. \text{Вычислить } \int_0^1 x \operatorname{arctg} x dx.$$

$$3. \text{Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями: } y = \frac{5}{x}; \quad y = 6 - x.$$

*Тема домашнего задания для СРС*

1. Квадратурные формулы.
2. Вычисление площади плоской фигуры.
3. Вычисление длины дуги плоской кривой.
4. Вычисление объёма тела.

**Тема 1.5 Числовые ряды**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-15-16*

Числовые ряды. Основные понятия. Свойства сходящихся рядов. Признаки сравнения и признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

*Содержание практического занятия (ПЗ-21-24)*

Числовые ряды. Основные понятия. Свойства сходящихся рядов. Признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница. Комплексные числа.( 269-289; 291;294-327).

Образец КР5:

**Демонстрационный вариант**

1. Показать, что числовой ряд расходится  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+3}{7n+1}$ .

2. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{11^n}{5n}$ .

3. Исследовать сходимость ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{n+1}{7n+1} \right)^n$ .

*Тема домашнего задания для СРС.*

1. Степенные ряды.

2. Разложение элементарных функций в степенные ряды (2 том; 405-409; 415-424).

**Тема 1.6 Дифференциальные уравнения**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-17-18*

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Глава 10.

*Содержание практического занятия (ПЗ-24-27)*

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого и второго порядков (том 2, 515-525; 550-554; 696-710)

Образец КР6:

**Демонстрационный вариант**

Решить уравнения:

$$1. x(1+y^2)dx = y dy;$$

$$2. y'' - 5y' = 0;$$

$$3. y' - \frac{2}{x+1} y = (x+1)^3.$$

Рубежная аттестация.

**Контрольные вопросы к УЭМ -1**

- 1 Определители 2-го и 3-го порядков: определения и свойства. Минор. Алгебраическое дополнение.
- 2 Матрицы: основные определения. Операции над матрицами. Свойства матриц.
- 3 Элементарные преобразования матриц. Невырожденные и вырожденные матрицы.
- 4 Системы линейных уравнений: основные определения, формы записи, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы. Решение систем линейных уравнений. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.

- 5 Вектор: определение. Операции над векторами (сложение, умножение на число). Свойства векторов.
- 6 Скалярное и векторное произведения векторов: определение, свойства. Угол между векторами. Условия перпендикулярности векторов. Условие коллинеарности векторов.
- 7 Смешанное произведение векторов: определение, свойства, геометрический смысл. Условие компланарности векторов.
- 8 Прямая на плоскости: общее уравнение, уравнение прямой в отрезках, нормальное уравнение прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Прямая в пространстве: канонические уравнения и параметрические уравнения.
- 9 Плоскость в пространстве: общее уравнение. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями.
- 10 Множества. Операции над множествами. Определения отображения, функции, последовательности. Образ и прообраз отображения. График функции. Ограниченные функции. Возрастающие и убывающие функции. Монотонные функции.
- 11 Последовательность. Определение предела последовательности. Свойства пределов последовательности. Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей.
- 12 Предел функции. Свойства пределов функций. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции. Односторонние пределы функции.
- 13 Приращение функции и ее аргумента.
- 14 Три определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Точки разрыва функции и их классификация.
- 15 Асимптоты функции.
- 16 Определение производной. Геометрический, физический, биологический смыслы производной. Таблица производных. Вывод некоторых табличных производных:  $y = c$ ,  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ . Правила дифференцирования.
- 17 Дифференцируемость. Дифференциал, его геометрический смысл. Производные высших порядков.
- 18 Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
- 19 Понятие определенного интеграла. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла
- 20 Понятие функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференциал функции многих переменных.
- 21 Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум.
- 22 Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- 23 Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.
- 24 Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения Коши, Даламбера, интегральный.
- 25 Знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

## **Методические рекомендации по организации изучения УЭМ 2 «Основы теории вероятностей и математической статистики»**

УЭМ 2 «Основы теории вероятностей и математической статистики» предусматривает следующие виды учебных занятий: теоретические (лекционные), практические занятия и самостоятельную работу.

Содержание основных разделов, а так же методы и средства проведения занятий представлены ниже. (Л -1 академический час, ПЗ-1 академический час). Содержание теоретических и практических занятий и домашних работ имеются в учебно-методическом пособии [7]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, которые не успели решить в аудитории. На 10-й неделе проводится анкетирование студентов (проводится выборка) для написания индивидуального домашнего задания (ИДЗ) «Антропометрическое обследование студентов с\х института». На 18 неделе – защита ИДЗ

### **Тема 2.1 Предмет теории вероятностей и ее значение для естественнонаучных дисциплин**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л-1,2*

Случайные события. Пространство элементарных событий. Главы 1,2

*Содержание практического занятия (ПЗ-1, ПЗ -2, ПЗ-3 )*

Пространство элементарных событий. Алгебра событий. Понятие случайного события.

Элементы комбинаторики. Частота события, ее свойства, статистическая устойчивость частоты. Аксиомы теории вероятностей. Простейшие следствия из аксиом. Классическое и геометрическое определения вероятности случайного события. Условная частота, ее устойчивость. Условная вероятность. Независимые события. Группы 1,2.

ДР Группы 1,2.

ИДЗ (*проводится обработка результатов анкетирования*).

### **Тема 2.2 Основные теоремы**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л 3,4*

Теорема сложения вероятностей. Условная частота, ее устойчивость. Условная вероятность события. Формула умножения вероятностей. Независимые события. Теорема сложения вероятностей. Условная частота, ее устойчивость. Условная вероятность события. Формула умножения вероятностей. Независимые события. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Теоремы Муавра-Лапласа (без доказательства). Главы 3-7.

*Содержание практического занятия (ПЗ-4, ПЗ-5, ПЗ-6)*

Формула умножения вероятностей. Независимые события. Формулы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Теоремы Лапласа. Схема Бернулли. Формула Бернулли. Теоремы Лапласа. Группа 3.

ДР Группа 3.

Образец КР1:

**Демонстрационный Вариант**

1. В аудитории находится 40 студентов, 25 из которых не выполнили домашнее задание. Преподаватель наудачу берет тетради у 10 студентов. Найти вероятность того, что все тетради окажутся с выполненным заданием.

2. Два стрелка сделали по одному выстрелу по мишени. Известно, что вероятность попадания в мишень для одного из стрелков равна 0,6, а для другого – 0,7. Найти вероятность того, что хотя бы один из стрелков попадет в мишень.

3. В первом ящике содержится 20 шаров, из них 16 белых, а остальные – синие. Во втором ящике 40 шаров, 8 из которых белые, а остальные синие. Из каждой коробки вынимается по одному шару, а затем из них наудачу извлекают один. Найти вероятность того, что взят синий.

ИДЗ (*проводится обработка результатов анкетирования*).

**Тема 2.3 Дискретные и непрерывные случайные величины**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л 5-6*

Независимые случайные величины. Системы случайных величин. Функции от случайных величин. Случайные величины. Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины (ДСВ). Ряд распределения. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Числовые характеристики ДСВ. Непрерывные случайные величины (НСВ). Функция распределения случайной величины, ее свойства. Функция Плотность распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Главы 9-11.

*Содержание практического занятия (ПЗ-7, ПЗ-8, ПЗ-9)*

Понятие случайной величины. Дискретные случайные величины (ДСВ). Ряд распределения. Математическое ожидание ДСВ, его вероятностный смысл. Свойства математического ожидания случайной величины. Дисперсия случайной величины, ее свойства. Среднее квадратическое отклонение. Моменты случайных величин. Непрерывные случайные величины (НСВ). Функция распределения случайной величины, ее свойства. Плотность распределения вероятностей случайной величины, ее свойства. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение НСВ. Группы 3-8

ДР Группы 3-8.

Образец КР2:

**Демонстрационный вариант**

1. Найти среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины  $X$ , если задан закон распределения:

|     |     |     |     |    |
|-----|-----|-----|-----|----|
| $X$ | 51  | 52  | 53  | 57 |
| $p$ | 0,3 | 0,2 | 0,2 | ?  |

2. Случайная величина  $X$  задана интегральной функцией распределения  $F(x)$ . Найти:

- 1) дифференциальную функцию распределения  $f(x)$ ; 2) математическое ожидание

$M(X)$ ; 3) дисперсию  $D(X)$ ; 4) среднеквадратическое отклонение  $\sigma(X)$ ; 5) построить графики функций  $F(x)$ ,  $f(x)$ .

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0, \\ x^3 / 64, & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 1, & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

3.Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 10 и 14. Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале (5;19).

ИДЗ (*проводится обработка результатов анкетирования*).

#### **Тема 2.4 Основы выборочного метода и элементы статистической теории оценивания.**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л 7,8*

Статистическое распределение выборки, эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма.

Главы 13,14,15

*Содержание практического занятия (ПЗ-10, ПЗ-11, ПЗ-12)*

Статистическое распределение выборки, эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма. Группы 10,11.

ДР Группы 10,11.

ИДЗ (*проводится обработка результатов анкетирования*).

#### **Тема 2.5 Интервальное оценивание параметров распределения**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л5*

Генеральная и выборочная совокупности. Вариационный ряд, интервальный ряд.). Доверительный интервал и доверительная вероятность. Интервальное оценивание генеральной средней и генеральной дисперсии). Главы 16,17,18.

*Содержание практического занятия (ПЗ-13, ПЗ-14, ПЗ-15)*

Интервальное оценивание параметров распределения. Доверительный интервал и доверительная вероятность. Интервальное оценивание генеральной средней и генеральной дисперсии. Группы 12,13,15.

ДР Группы 12,13,15.

ИДЗ (*проводится обработка результатов анкетирования*).

#### **Тема 2.6 Корреляционный регрессионный анализ. Статистические гипотезы**

*Содержание теоретического занятия (лекции) Л6*

Корреляционный регрессионный анализ. Статистические гипотезы. Глава 19.

## *Содержание практического занятия (ПЗ-11, ПЗ-12)*

Элементы корреляционной теории. Функциональная зависимость и корреляция.  
Функция регрессии. Корреляционный момент и коэффициент корреляции.  
Статистические гипотезы. Группа 14.

Защита ИДЗ «Антропометрическое обследование студентов с\х института».

Рубежный контроль.

### **Контрольные вопросы к УЭМ 2**

1. Понятие события, виды событий. Сформулируйте классическое определение вероятности. Укажите возможные границы вероятности.
2. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для несовместных событий. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей для независимых и зависимых событий. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для совместных событий.
3. Что понимается под полной группой событий? Чему равна сумма вероятностей событий, составляющих полную группу? Приведите формулу полной вероятности, формулу Байеса.
4. Сформулируйте локальную теорему Лапласа. Сформулируйте интегральную теорему Лапласа.
5. Какие случайные величины называются дискретными, непрерывными? Приведите примеры. Что называется законом распределения дискретной случайной величины? Как он задается?
6. Что называется многоугольником распределения дискретной случайной величины?
7. Дайте определение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины. Свойства.
8. Дайте определение интегральной функции распределения, дифференциальной функции распределения. Перечислите их свойства. Как вычисляются числовые характеристики непрерывной случайной величины?
9. Какое распределение непрерывной случайной величины называется равномерным? Какой параметр характеризует равномерное распределение и как найти его значение?
10. Какое распределение непрерывной случайной величины называется нормальным? Какие параметры характеризуют нормальное распределение? Сформулируйте правило трех сигм.
11. Что понимается под генеральной совокупностью? Что такое выборка? Что называется вариантами выборки и вариационным рядом? Что такое частота появления варианты в выборке?
12. Как построить полигоны частот и относительных частот? Как построить гистограммы частот и относительных частот?
13. В чем сущность задачи по определению параметров генеральной совокупности?
14. Какую величину принимают за среднюю генеральной совокупности? Как она вычисляется? Какую величину принимают за дисперсию генеральной совокупности? Как она вычисляется?
15. Что понимают под доверительным интервалом и доверительной вероятностью? Как вычислить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины в случае, когда среднее квадратическое отклонение известно; когда среднее квадратическое неизвестно?
16. Как вычисляется доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины?

17. Дайте определение корреляционной зависимости. В чем состоят две основные задачи теории корреляции?
18. Какую корреляционную зависимость называют линейной?
19. Как найти выборочный коэффициент корреляции, перечислите его свойства.  
Запишите выборочные уравнения прямых регрессий.
- 20 Понятие статистических гипотез.

## **Контрольные вопросы к экзамену «Математика» (основы высшей математики)**

- 1 Элементарные преобразования матриц. Невырожденные и вырожденные матрицы.
- 2 Системы линейных уравнений: основные определения, формы записи, совместные и несовместные системы, определенные и неопределенные системы. Решение систем линейных уравнений. Метод Крамера решения систем линейных уравнений.
- 3 Вектор: определение. Операции над векторами (сложение, умножение на число). Свойства векторов.
- 4 Скалярное и векторное произведения векторов: определение, свойства. Угол между векторами. Условия перпендикулярности векторов. Условие коллинеарности векторов.
- 5 Смешанное произведение векторов: определение, свойства, геометрический смысл. Условие компланарности векторов.
- 6 Прямая на плоскости: общее уравнение, уравнение прямой в отрезках, нормальное уравнение прямой. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми. Прямая в пространстве: канонические уравнения и параметрические уравнения.
- 7 Плоскость в пространстве: общее уравнение. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между плоскостями.
- 8 Множества. Операции над множествами. Определения отображения, функции, последовательности. Образ и прообраз отображения. График функции. Ограниченные функции. Возрастающие и убывающие функции. Монотонные функции.
- 9 Последовательность. Определение предела последовательности. Свойства пределов последовательности. Бесконечно малые последовательности. Свойства бесконечно малых последовательностей.
- 10 Предел функции. Свойства пределов функции. Бесконечно малые функции и бесконечно большие функции. Односторонние пределы функции.
- 11 Приращение функции и ее аргумента.
- 12 Три определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на промежутке. Точки разрыва функции и их классификация.
- 13 Асимптоты функции.
- 14 Определение производной. Геометрический, физический, биологический смыслы производной. Таблица производных. Вывод некоторых табличных производных:  $y = c$ ,  $y = x$ ,  $y = x^2$ ,  $y = x^3$ . Правила дифференцирования.
- 15 Дифференцируемость. Дифференциал, его геометрический смысл. Производные высших порядков.
- 16 Неопределенный интеграл и его свойства. Замена переменных в неопределенном интеграле. Интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
- 17 Понятие определенного интеграла. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла
- 18 Понятие функции нескольких переменных. Частные производные. Дифференциал функции многих переменных.
- 19 Производные и дифференциалы высших порядков. Экстремум.

- 20 Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.
- 21 Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.
- 22 Числовые ряды. Необходимый признак сходимости. Признаки сравнения Коши, Даламбера, интегральный.
- 23 Знакочередующиеся ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница
- 24 Понятие события, виды событий. Сформулируйте классическое определение вероятности. Укажите возможные границы вероятности.
20. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для несовместных событий. Сформулируйте теоремы умножения вероятностей для независимых и зависимых событий. Сформулируйте теорему сложения вероятностей для совместных событий.
21. Что понимается под полной группой событий? Чему равна сумма вероятностей событий, составляющих полную группу? Приведите формулу полной вероятности, формулу Байеса.
22. Сформулируйте локальную теорему Лапласа. Сформулируйте интегральную теорему Лапласа.
23. Какие случайные величины называются дискретными, непрерывными? Приведите примеры. Что называется законом распределения дискретной случайной величины? Как он задается?
24. Что называется многоугольником распределения дискретной случайной величины?
25. Дайте определение математического ожидания, дисперсии и среднего квадратического отклонения дискретной случайной величины. Свойства.
26. Дайте определение интегральной функции распределения, дифференциальной функции распределения. Перечислите их свойства. Как вычисляются числовые характеристики непрерывной случайной величины?
27. Какое распределение непрерывной случайной величины называется равномерным? Какой параметр характеризует равномерное распределение и как найти его значение?
28. Какое распределение непрерывной случайной величины называется нормальным? Какие параметры характеризуют нормальное распределение? Сформулируйте правило трех сигм.
29. Что понимается под генеральной совокупностью? Что такое выборка? Что называется вариантами выборки и вариационным рядом? Что такое частота появления варианты в выборке?
30. Как построить полигоны частот и относительных частот? Как построить гистограммы частот и относительных частот?
31. В чем сущность задачи по определению параметров генеральной совокупности?
32. Какую величину принимают за среднюю генеральной совокупности? Как она вычисляется? Какую величину принимают за дисперсию генеральной совокупности? Как она вычисляется?
33. Что понимают под доверительным интервалом и доверительной вероятностью? Как вычислить доверительный интервал для математического ожидания нормально распределенной случайной величины в случае, когда среднее квадратическое отклонение известно; когда среднее квадратическое неизвестно?
34. Как вычисляется доверительный интервал для среднего квадратического отклонения нормально распределенной случайной величины?

35. Дайте определение корреляционной зависимости. В чем состоят две основные задачи теории корреляции?
36. Какую корреляционную зависимость называют линейной?
37. Как найти выборочный коэффициент корреляции, перечислите его свойства.  
Запишите выборочные уравнения прямых регрессий.
37. Понятие статистических гипотез.

### **Демонстрационный вариант экзаменационного билета**

---

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого  
Кафедра алгебры и геометрии  
ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1  
Дисциплина: МАТЕМАТИКА

1. Понятие статистических гипотез.
2. Матрицы: основные определения. Операции над матрицами. Свойства матриц.
3. Вычислить  $\int_0^1 \ln(x+1) dx$ .
4. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение нормально распределенной случайной величины  $X$  соответственно равны 10 и 14. Найти вероятность того, что в результате испытания  $X$  примет значение, заключенное в интервале (5;19).

УТВЕРЖДАЮ

Зав.кафедрой \_\_\_\_\_ Сукачева Т.Г.

---

Приложение Б

**Технологическая карта  
учебного модуля «Математика»**

**семестр 1, ЗЕТ 6, вид аттестации экзамен, акад.часов 216, баллов рейтинга 300**

| № и наименование раздела учебного модуля, КП/КР                         | № неде-<br>ли<br>сем. | Трудоемкость, ак.час |    |    |      |     | Форма<br>текущего<br>контроля<br>успев. (в<br>соотв. с<br>паспортом<br>ФОС) | Макси-<br>м. кол-<br>во<br>баллов<br>рейтин-<br>га |  |  |
|---|-----------------------|----------------------|----|----|------|-----|---|--|--|--|
|   |                       | Аудиторные занятия   |    |    |      | СРС |   |  |  |  |
|   |                       | ЛЕК                  | ПЗ | ЛР | АСРС |     |   |  |  |  |
| <b>УЭМ1 Основы математического анализа</b>                              |                       |                      |    |    |      |     |   |  |  |  |
| 1.1.Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии                 | 1-2                   | 4                    | 6  | -  | 2    | 8   | КР1,<br>ДР,<br>СР   | 17<br>2<br>1                                       |  |  |
| 1.2. Дифференциальное исчисление функций одной и нескольких переменных. | 3-5                   | 4                    | 6  | -  | 2    | 8   | КР2,<br>ДР,<br>СР   | 17<br>2<br>1                                       |  |  |
| 1.3. Интегральное исчисление  | 6-7                   | 2                    | 6  | -  | 2    | 8   | КР3,<br>ДР,<br>СР   | 7<br>2<br>1  |  |  |
| 1.4.Приложения определённого интеграла                                  | 8                     | 2                    | 3  | -  | 0.5  | 8   | КР4,<br>ДР,<br>СР   | 12<br>2<br>1                                       |  |  |

|  |    |   |   |   |     |   |                   |              |
|--|----|---|---|---|-----|---|-------------------|--------------|
| 1.5. Числовые ряды.  | 8  | 2 | 3 | - | 0.5 | 8 | KP5,<br>ДР,<br>СР | 12<br>2<br>1 |
| 1.6. Дифференциальные уравнения.   | 9  | 2 | 3 | - | 1   | 8 | KP6,              | 20           |
| Рубежная аттестация (Контрольный опрос)  |    |   |   |   |     |   |                   | 50           |
| Всего по УЭМ1:   |    |   |   |   |     |   |                   | 150          |
| <b>УЭМ2 Основы теории вероятностей и математической статистики.</b>  |    |   |   |   |     |   |                   |              |
| 2.1. Предмет теории вероятностей и ее значение для экономической науки. Случайные события. Пространство элементарных событий.                          | 10 | 2 | 3 | - | 2   | 7 | ДР,               | 1            |
| 2.2. Основные теоремы.   | 11 | 2 | 3 | - | 2   | 7 | KP7,<br>ДР,       | 20<br>1      |
| 2.3. Дискретные и непрерывные случайные величины.  | 12 | 2 | 3 | - | 1   | 7 | KP8,<br>ДР,       | 20,<br>2     |
| 2.4. Основы выборочного метода и элементы статистической теории оценивания. генеральная и выборочная совокупности. вариационный ряд, интервальный ряд. | 13 | 2 | 3 | - | 1   | 7 | ДР,               | 2            |

|  |       |   |   |   |   |   |                                     |          |
|--|-------|---|---|---|---|---|-------------------------------------|----------|
| 2.5.Интервальное оценивание параметров распределения.<br>Доверительный интервал и доверительная вероятность.<br>Интервальное оценивание генеральной средней и генеральной дисперсии. | 14-15 | 4 | 6 | - | 1 | 7 | ДР,                                 | 4        |
| 2.6. Корреляционный регрессионный анализ. Проверка статистических гипотез  | 16-18 | 6 | 9 | - | 2 | 7 |                                     |          |
| Рубежная аттестация (Защита ИДЗ, Контрольный опрос)  |       |   |   |   |   |   | Защита ИДЗ<br>Контрольны<br>й опрос | 30<br>20 |
| Всего по УЭМ2:   |       |   |   |   |   |   |                                     | 100      |
| ЭКЗАМЕН  |       |   |   |   |   |   |                                     | 50       |
| Итого:   |       |   |   |   |   |   |                                     | 300      |

**Критерии оценки качества освоения студентами дисциплины**  
 трудоемкость дисциплины 6 ЗЕ = 50бх6 = 300 б.

- оценка «удовлетворительно» – 150 – 209;
- оценка «хорошо» – 210 – 269;
- оценка «отлично» – 270 – 300.

**Приложение В**  
**Карта учебно-методического обеспечения**

Модуля \_\_«Математика»\_\_\_\_\_  
Направление (специальность) \_\_05.03.06 – Экология и природопользование\_\_\_\_\_  
Формы обучения \_\_\_\_очная\_\_\_\_\_  
Курс \_\_1\_\_\_\_ Семестр \_\_1\_\_\_\_\_  
Часов: всего \_\_216\_\_\_\_\_, лекций \_\_36\_\_\_\_\_, практ. зан. \_\_54\_\_\_\_\_, лаб. раб. \_\_\_\_\_,  
СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) \_\_\_\_\_90\_\_\_\_\_  
Обеспечивающая кафедра \_\_КАГ\_\_\_\_\_

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

| Библиографическое описание* издания<br>(автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)   | Кол. экз. в<br>библ.<br>НовГУ | Наличие в<br>ЭБС |
|---|-------------------------------|------------------|
| Учебники и учебные пособия  |                               |                  |
| 1 Зайцев И.А. Высшая математика: Учебн. для с/х вузов - М: Дрофа, 2004г. – 348с.  | 21                            |                  |
| 2 Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов/ Мин. Обр. РФ – 12-е изд., перер. – М.: Юрайт: Высшее образование, 2009. – 480 с. – [2002, 2003, 2005, 2006]. | 201                           |                  |
| 3 Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике.– М.: Высшая школа, 2009.– 403с. – [2000, 2001, 2002, 2003, 2004, 2006].                                  | 170                           |                  |
| Учебно-методические издания   |                               |                  |
| 1 Рабочая программа учебного модуля «Математика» / Матвеева О.П.; НовГУ им. Ярослава Мудрого.- В.Новгород, 2017.- 24с.  |                               |                  |
| 2 Манова Н.В. Теория вероятностей и математическая статистика. Методические указания./Н.В. Манова, С.В. Мельникова. - Новгород, 2006.-75с.  | 19                            |                  |
| 3 Математическая статистика: учебно-методическое пособие / авт.: Н.В. Манова, С.В. Неустроева, Т.С. Афанасьева; НовГУ – Великий Новгород; 2012.– 60 с.  | 5                             |                  |

Таблица 2 – Информационное обеспечение модуля

| Название программного продукта, интернет-ресурса | Электронный адрес | Примечани |
|--|-------------------|-----------|
| 1 ППП Statistica                                 |                   | е         |

Таблица 3 – Дополнительная литература

| Библиографическое описание* издания<br>(автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)                                   | Кол. экз. в<br>библ.<br>НовГУ | Наличие в<br>ЭБС |
|---|-------------------------------|------------------|
| 1 Шипачев А.И. Высшая математика: учебник для студентов вузов. – М.: Высшая школа, 2007. – 479 с. – [2000, 2001, 2002, 2003, 2005]. | 268                           |                  |

Действительно для учебного года \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ Т.Г. Сукачева  
подпись И.О.Фамилия

\_\_\_\_\_ 2017г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ: \_\_\_\_\_  
должность \_\_\_\_\_ подпись \_\_\_\_\_ расшифровка \_\_\_\_\_