## Б. Г. Вагер (СПБГАСУ)

## СТОХАСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В МЕТЕОРОЛОГИИ

Приводится краткий обзор работ по моделированию экологических процессов в метеорологии. Математическим аппаратом этих исследований служат конечные марковские цепи.

В настоящее время – время интенсивной математизации и компьютеризации всех без исключения прикладных наук – большое значение приобретает вопрос о выборе для решения тех или иных конкретных задач адекватного математического аппарата. Среди современных математических методов моделирования сложных экологических систем часто используются стохастические модели, которые позволяют описывать изучаемый процесс с учетом его предыстории. Такие модели особенно важны при учете изменчивости и динамики экологических систем. В стохастических моделях выделяются марковские модели, которые применяются чаще других.

Марковский процесс можно определить как стохастический процесс, у которого при известном настоящем будущее не зависит от прошлого. Проще всего описываются Марковские процессы с конечным множеством значений и дискретным временем. Такие модели называются конечными марковскими цепями.

Основной конструкцией в Марковских цепях является матрица, элементы которой есть вероятности перехода из одного состояния в другое за определенные промежутки времени. Если развитие экологической системы определяется текущим ее состоянием и не зависит от того, каким путем она пришла в это состояние, то мы имеем дело с простой Марковской цепью первого порядка. В тех же случаях, когда условные переходные вероятности зависят от нескольких моментов времени, процесс описывается так называемой сложной цепью Маркова [1].

Для построения моделей марковского типа необходимо иметь разумную квалификацию состояний по определенным категориям и данные для вычисления вероятностей, с которыми состояние переходит со временем из одной категории в другую. Матрица переходных вероятностей отображает главные параметры динамических изменений в экологической системе. Ее алгебраический анализ выявляет существование поглощающих, переходных и

замкнутых множеств состояний системы. Существуют оценки среднего времени перехода от одного состояния к другому и средняя длительность пребывания системы в конкретном состоянии [2].

Модели Марковского типа обладают рядом преимуществ по сравнению с другими стохастическими моделями [3]:

- 1. Их легко строить на основе экспериментальных данных.
- 2. Они не требуют понимания внутренних механизмов динамики изменений экологической системы, но выявляют те области, где такое понимание важно.
- 3. Результаты моделирования могут быть легко представлены графически.

4. Их использование не требует больших затрат машинного времени.

К недостаткам моделей марковского типа следует отнести условие стационарности системы, необходимость получения достаточно большого ряда наблюдений для определения достоверных переходных вероятностей и отсутствие зависимости от функциональных механизмов системы.

Марковские цепи эффективно используются для моделирования экологических процессов в метеорологии. К числу экологических проблем, решаемых с помощью этих моделей, относятся; прогноз погоды, оценка загрязнения атмосферы, изменение ландшафта и другие задачи.

В работе [4] приведены гипотезы стационарности и марковости и оценены параметры конечных марковских цепей для многолетних рядов среднемесячных температур в Средней Азии за период 1881 — 1987 г. г. (отдельно для каждого из 12 месяцев). В качестве модели рассматривалась марковская цепь с тремя состояниями, соответствующими холодным, близким к норме и теплым месяцам. При этом месяц считался близким к норме, если соответствующая среднемесячная температура заключалась в пределах, где — средняя за многолетний период среднемесячная температура рассматриваемого месяца; — соответствующее стандартное отклонение.

## Результаты проверки трех гипотез:

показали, что в целом при описании и прогнозировании колебаний среднемесячных температур можно использовать конечную марковскую цепь.

Авторы [5] исследовали изменчивость метеоусловий, не благоприятствующих диффузии загрязняющих веществ и приводящих к сильному загрязнению атмосферы. К таким условиям были отнесены облачность, направление и скорость ветра. Применение статистических критериев показало, что порядок соответствующих марковских моделей может достигать четырех. В качестве общей закономерности установлено снижение порядка цепи при увеличении интересов между наблюдениями (последние принимались от несколько часов до 30 дней).

В работе [6] бивариантная цепь Маркова первого порядка использована для моделирования временных рядов ветра длительностью до 24 часов. В качестве исходных данных были взяты среднечасовые скорости и направление ветра по наблюдениям на стациях Манчестер и Ливерпуль. Построенная модель использована для предвычисления распространения шлейфов атмосферных загрязнений в рассматриваемом регионе.

Моделирование смены и продолжительности ветровых потоков различной скорости над Северным Каспием с использованием аппарата простой Марковской цепи посвящена работа [7]. Ветровые ситуации были предварительно подходящим образом типизированы на основании многолетних материалов Морского гидрометеорологического ежемесячника. Разработанная авторами модель вошла составной частью в общую экологоматематическую модель региона Северного Каспия.

В работе [8] применение Марковской модели позволила учесть случайный характер влажного выведения примеси с осадками при дальнем переносе. Модель была реализована для условий Европы, входными данными послужили данные эмиссий SO2, имеющиеся на сети ЕМЕП. Показано, что степень случайности выпадения осадков с примесями

наименьшая для центральных районов Европы и наибольшая на ее северо-востоке (Норвегия, Шотландия).

Авторы работы [9] сравнивают две модели для вероятностного прогноза количества облаков: Марковскую и регрессионную. В первой модели в качестве исходного состояния берутся две градации облачности и дифференциальных характеристик синоптических процессов. Обучающая выборка для оценивания матриц переходных вероятностей разбивается на классы в зависимости от типов барических образований и направления переноса воздушных масс. Показана возможность повышения оправдываемости прогноза облачности при использовании цепей Маркова для синоптических процессов, классифицируемых с помощью методики объективной типизации полей физических и прогностических значений метеоэлементов. С помощью второй модели устанавливаются зависимости между предиктантами и результатами гидродинамического прогноза метеорологических полей, предвычисленных оперативными численными схемами. Оценка полученных прогнозов показала, что Марковская цепь имеет преимущества для сверхкраткосрочных прогнозов, а регрессивная — для краткосрочных.

Применению цепей Маркова при моделировании метеорологических процессов посвящены работы австралийских исследователей [10–12]. Так авторы [10, 11] теоретически и практически обосновали возможность применения методик при краткосрочном (до 12 часов) прогноза погоды. Сравнение шести способов оперативного прогноза осадков в зимнем сезоне для Мельбурна показало, что сочетание прогнозов по цепи Маркова второго порядка и традиционных численных прогнозов погоды значительно повышает точность прогнозов по сравнению с другими методами и может быть рекомендовано для использования в оперативной работе.

В работе [12] обсуждаются возможности скрытой Марковской модели для моделирования постоянного тренда в экспериментальных данных. Испытания модели проводились на примере пространственно-временного анализа данных наблюдений за осадками по нескольким областям версточного побережья Австралии. Полученные результаты подтвердили гипотезу о том, что двух уровневая структура модели лучше соответствует данным наблюдений.

Успешно применяются цепи Маркова и при пргнозировании осадков [13, 14]. В работе [13] рассмотрены три модификации стохастического генератора суточной погоды для улучшения

воспроизведения высокочастотной и низкочастотной изменчивости в рядах метеоэлементов. Использовалась марковская цепочка третьего порядка для моделирования факта осадков. Показано, что увеличение цепочки Маркова улучшает моделирование факта осадков.

Прогнозированию муссонных осадков в Индии с помощью неоднородной марковской модели посвящена работа [14].

Возможность использования цепей Маркова для получения прогностических значений изучаемых величин изучалась в работе [15]. Состояние нижней тропосферы представляет собой простую цепь Маркова, для которой распределение вероятностей в будущем полностью определяется настоящим и не зависит от прошлого. Подтверждение приведенных статистических гипотез (1) позволяет производить прогноз будущих значений вероятностей аномалий погоды на основе настоящих, реально полученных.

Отсюда можно сделать вывод о возможности аппроксимации цепей Маркова для прогнозирования будущих значений опасных явлений погоды.

Как видно из вышеизложенного, область приложения конечных макровских цепей в метеорологии достаточно широка и она не исчерпывается приведенными в обзоре примерами приложений.

## Список литературы

- 1. Романовский, В. И. Дискретные цепи Маркова / В. И. Романовский. М.: Гостехиздат. 1949.-436 с.
- 2. Айвазян, С. Н. Статистический анализ марковских цепей / С. Н. Айвазян. М. 1975. 38 с.
- 3. Джефферс, Дж. Введение в системный анализ: применение в экологии/ Дж. Джефферс. М.: Мир. 1981. 252 с.
- 4. Вагер, Б. Г. Оценивание и прогнозирование колебаний метеорологических элементов с использованием марковских цепей. Межвуз. сб. тр.: Численные методы в математическом моделировании гидродинамических и технологических процессов. Л., ЛИСИ. 1989. С. 90–93.
- 5. Романов, Н. О статической зависимости и устойчивости некоторых метеорологических условий, влияющих на степень загрязнения воздуха. / Н. Романов, Н. Элекш // Метеорологические аспекты загрязнения атмосферы. Л. 1997, 4.2. С. 80–85.
- 6. Bacon, J. W. The application of a stochastic wind model to the meteorology of North West. England / J. W. Bacon, A. Henderson // Air Pollut. Model. and Appl. Proc. London. 1981. P. 223–233.
- 7. Носов, В. Н. Стохастическая модель смены ветровых полей над акваторией Северного Каспия / В. Н. Носов, Н. Г. Микешина //Теоретическая экология. М. –1987. С. 80–85.
- 8. Clarc, P. A. The episodisity of statistical longrange transport models / P. A. Clarc // Air Pollut. Model. Appl. v.: London. 1986. P. 519–529.
- 9. Шустер, Л. Г. Комбинирование гидродинамических и физико-статистических методов для вероятностного прогноза количества облаков / Л. Г. Шустер, С. И. Титов, В. В. Черный // Тез. докл. Пятого всесюз. совещ. по применению статистических методов в метеорологии. Казань. КГУ. 1985. С. 34.
- 10. Praedrich, K. Combining predictive schemes in short-term foresting/ K. Praedrich, L. Leslie //Mon. Weather Rev. 1987. Vol. 115. № 8. P. 1640–1644.
- 11. Praedrich, K. Evaluation of techniques for the operational, single station, short-term forecast ting of rainfall at a mediatitude station / K. Praedrich, L. Leslie // Mon. Weather Rev. − 1987. − Vol. 115. № 8. − P. 1645–1654.
- 12. Thyer, M. A hidden Markov model for modeling bongterm persistence in multi-siterainfall time series / M. Thyer, G. Kuczera // J. Hydrol.  $-2003. -275. N_{\odot} 1-2. P. 11-16$ .

- 13. Dubrovsky, M. Might-frequency and lovfrequency variability in stochastic daily weather generator and its effect on agricultural and hydrologic modeling / M. Dubrovsky, J. Buchtele, Z. Zalud. // Clim. change. -2004.-63. No 1-2.-P. 145-179.
- 14. Greene, A. Downscaling projection of Indian rainfall crying a non-homogeneous hidden Markov model / A. Greene, A. Robertson, P. Smyth, S. Triqlia // J. Meteorol. Soc.  $-2011.-137.-N_0$ 655. -P.347-359.
- 15. Андреева, Е. С. О возможности аппроксимации конечных цепей Маркова для прогнозирования вероятностей опасных явлений погоды / Е. С. Андреева, И. С. Андреев. Изв. вузов Сев.-Кавк. региона. Естест. науки. 2006. № 5. С. 89–93.

09. 2013