

Вопросы к экзамену по курсу "Квазилинейные уравнения первого порядка"
гр. 5311, 2009 г.

1. Задачи, приводящие к квазилинейным уравнениям первого порядка. Вывод некоторых уравнений.
2. Полулинейные уравнения первого порядка. Понятие характеристики. Характеристическая система.
3. Построение решения задачи Коши для полулинейных уравнений первого порядка методом характеристик.
4. Линейные гиперболические системы первого порядка. Приведение к каноническому виду. Метод бегущих волн.
5. Решение уравнения колебаний струны. Вывод формулы Даламбера.
6. Квазилинейные уравнения первого порядка. Характеристическая система. Свойства характеристик. Единственность классического решения задачи Коши.
7. Условия существования классического решения задачи Коши в слое для одномерного квазилинейного уравнения. Оценка ширины слоя.
8. Максимальный слой существования классического решения задачи Коши для одномерного квазилинейного уравнения.
9. Многомерные уравнения. Сведение задачи Коши к решению неявного уравнения.
10. Условия существования классического решения задачи Коши в слое и оценка его ширины. Случай многих пространственных переменных.
11. Теорема о максимальном слое существования классического решения задачи Коши для многомерного квазилинейного уравнения.
12. Свойства классических решений задачи Коши (принцип максимума, монотонность зависимости от начальных данных, конечность области зависимости от начальных данных).
13. Свойства классических решений задачи Коши (конечность скорости распространения возмущений, инвариантные замены переменных, сохранение интегралов от решения по пространственным переменным).
14. Формирование особенностей. Понятие обобщенного решения. Связь классических и обобщенных решений.
15. Кусочно-гладкие обобщенные решения. Условие Ранкина-Гюгонио.
16. Условие Ранкина-Гюгонио в случае одной пространственной переменной. Свойства линий слабого разрыва.
17. Обобщенные решения задачи Коши. Задача Римана о распаде разрыва. Построение обобщенного решения задачи Римана в виде одиночной ударной волны.
18. Теорема о сохранении площади подграфика обобщенного решения. Неединственность обобщенного решения.
19. Условия допустимости линии разрыва. Случаи выпуклой и вогнутой функции потока.
20. Метод исчезающей вязкости. Уравнение Бюргерса и замена Хопфа-Коула-Флорина.
21. Вывод условий допустимости методом вязких профилей.
22. Допустимые обобщенные решения задачи Римана о распаде разрыва. Случай выпуклой (вогнутой) функции потока.
23. Допустимые обобщенные решения задачи Римана в случае общей функции потока.
24. Понятие обобщенного энтропийного решения. Вывод энтропийных неравенств методом исчезающей вязкости.
25. Связь между обобщенными, обобщенными энтропийными и классическими решениями.
26. Кусочно-гладкие обобщенные энтропийные решения. Энтропийные условия на разрывах.

27. Предложение о представлении энтропий и энтропийные условия С.Н.Кружкова. Понятие обобщенного энтропийного решения задачи Коши.

28. Вывод из условий С.Н. Кружкова энтропийных условий на разрывах. Геометрическая интерпретация этих условий.

29. Некоторые свойства обобщенных энтропийных решений (невозрастание интеграла энергии).

30. Существование и единственность обобщенного энтропийного решения задачи Коши. Схема доказательства.