УДК 621.396.67

Ю.Ю.Радциг, В.Л.Чащин

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕГРО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА ЛИНЕЙНОГО ВИБРАТОРА В ПОГЛОЩАЮЩИХ СРЕДАХ

The paper deals with the environment parameters effect on electric current distributions along the vibrator at different vibrator length and medium parameters. The numerical solution of the Pocklington integral equation with approximation nucleus forms the basis of the method. The obtained results quite satisfy the experimental data.

Известно, что характеристики антенны зависят от среды, в которой она расположена. Однако изучению влияния окружающей среды посвящены лишь немногие работы [1,2]. Если методы расчета американских ученых Р.Кинга и Г.Смита [2] основаны на уравнении Халлена, то в нашем исследовании антенн в поглощающей среде применяется численный метод решения интегрального уравнения Поклингтона с приближенным ядром.

Антенна, расположенная в среде с параметрами ε, μ, представляет собой тонкий цилиндр радиуса a и длиной $2L$. Антенна питается от источника в ее центре с э.д.с. $V_0^e = 1\text{В}$, которая вызывает в антенне аксиальный ток $I_z(z')$. Возбуждающее поле источника имеет вид

$$E^{cm}(z) = \begin{cases} \dfrac{V_0^e}{2T}, & |z| \le T, \\ 0, & T < |z| \le L, \end{cases}$$

где $2T$ — ширина зазора в центре антенны.

Распределение поверхностного тока вокруг трубки обладает осевой симметрией. Среднее расстояние от кольца тока $I_z(z')$ до точки z на поверхности трубки приблизительно равно расстоянию от точки на оси с координатой z' до точки на поверхности с координатой z. Тогда уравнение Поклингтона с приближенным ядром для антенны имеет вид

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right] \int_{-L}^{L} I_z(z') \cdot K(z,z') dz' = -j \cdot \omega \cdot \varepsilon \cdot E^{cm}(z),$$

где $K(z,z') = \dfrac{e^{-jkr}}{4\pi r}$ — приближенное ядро уравнения; $r(z,z') = \sqrt{(z-z')^2 + a^2}$; $-L \le z \le L$; $-L \le z' \le L$.

Пусть неограниченная поглощающая среда, в которую помещена антенна, обладает следующими характеристиками: диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon' - j\varepsilon''$, магнитной проницаемостью $\mu = \mu' - j\mu''$ и проводимостью $\sigma = \sigma' - j\sigma''$. В системе уравнений Максвелла ε и σ встречаются в следующем сочетании:

$$\sigma + j\omega\varepsilon = \sigma' + \omega\varepsilon'' + j\omega(\varepsilon' - \sigma''/\omega) = \sigma_e + j\omega\varepsilon_e.$$

Из этого соотношения определяются вещественная эквивалентная проводимость $\sigma_e = \sigma' + \omega\varepsilon''$ и вещественная эквивалентная диэлектрическая проницаемость $\varepsilon_e = \varepsilon' - \sigma''/\omega$. Удобно ввести комплексную эквивалентную диэлектрическую проницаемость

$$\tilde{\varepsilon} = \varepsilon - j\sigma/\omega = \varepsilon_e - j\sigma_e/\omega = \varepsilon_e(1 - j\operatorname{tg}(\delta_\varepsilon)),$$

где $\operatorname{tg}(\delta_\varepsilon) = \dfrac{\sigma_e}{\omega\varepsilon_e} = \dfrac{\sigma' + \omega\varepsilon''}{\omega\varepsilon' - \sigma''}$ — тангенс угла диэлектрических потерь.

$$\mu = \mu_0\mu_r \cdot (1 - j \cdot \operatorname{tg}(\delta_\mu)),$$

где $\mathrm{tg}(\delta_\mu) = \dfrac{\mu''}{\mu'}$ — тангенс угла магнитных потерь.

Комплексное волновое число $k = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cdot \sqrt{\varepsilon_r(1 - j\mathrm{tg}(\delta_\varepsilon))} \cdot \sqrt{\mu_r(1 - j\mathrm{tg}(\delta_\mu))}$ представим в виде

$$k = \beta - j\alpha,$$

где $\alpha = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cdot \sqrt{\dfrac{\varepsilon_r\mu_r}{2} \cdot \left[\sqrt{(1 - \mathrm{tg}(\delta_\varepsilon)\mathrm{tg}(\delta_\mu))^2 + (\mathrm{tg}(\delta_\varepsilon) + \mathrm{tg}(\delta_\mu))^2} - (1 - \mathrm{tg}(\delta_\varepsilon)\mathrm{tg}(\delta_\mu))\right]}$,

$$\beta = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0} \cdot \sqrt{\frac{\varepsilon_r\mu_r}{2} \cdot \left[\sqrt{(1 - \mathrm{tg}(\delta_\varepsilon)\mathrm{tg}(\delta_\mu))^2 + (\mathrm{tg}(\delta_\varepsilon) + \mathrm{tg}(\delta_\mu))^2} + (1 - \mathrm{tg}(\delta_\varepsilon)\mathrm{tg}(\delta_\mu))\right]}.$$

Для записи уравнения Поклингтона в безразмерной форме можно воспользоваться следующими заменами и соотношениями: $z = L \cdot \tau$, $z' = L \cdot \tau'$, $C_L = L/\lambda$, $C_a = a/L$, $C_T = T/L$. Под λ здесь понимается длина волны в среде без потерь.

После преобразований получаем уравнение Поклингтона в безразмерном виде:

$$\left[\frac{\partial^2}{\partial\tau^2} + 4\pi^2 C_L{}^2\right]\int_{-1}^{1} I_z(\tau') \cdot \widetilde{K}(\tau, \tau')d\tau' = -j \cdot \frac{2\pi C_L}{120\pi} \cdot \varepsilon_r \cdot (1 - j\mathrm{tg}(\delta_\varepsilon))e^{cm}(\tau),$$

где $e^{cm}(\tau) = \begin{cases} \dfrac{V_0^e}{2C_T}, & |\tau| \le C_T, \\ 0, & C_T < |\tau| \le 1, \end{cases}$ — возбуждающее поле источника.

$$k \cdot L = (\beta - j\alpha)L = \beta L(1 - j\,\alpha/\beta);$$

$$r(z, z') = \sqrt{(L\tau - L\tau')^2 + a^2} = L \cdot \sqrt{(\tau - \tau')^2 + (a/L)^2} = L \cdot \sqrt{(\tau - \tau')^2 + C_a^2} = L \cdot r_0(\tau, \tau');$$

$$k \cdot r(z, z') = k \cdot L \cdot r_0(\tau, \tau') = (\beta - j\alpha) \cdot L \cdot r_0(\tau, \tau') = \beta L \cdot (1 - j\,\alpha/\beta) \cdot r_0(\tau, \tau');$$

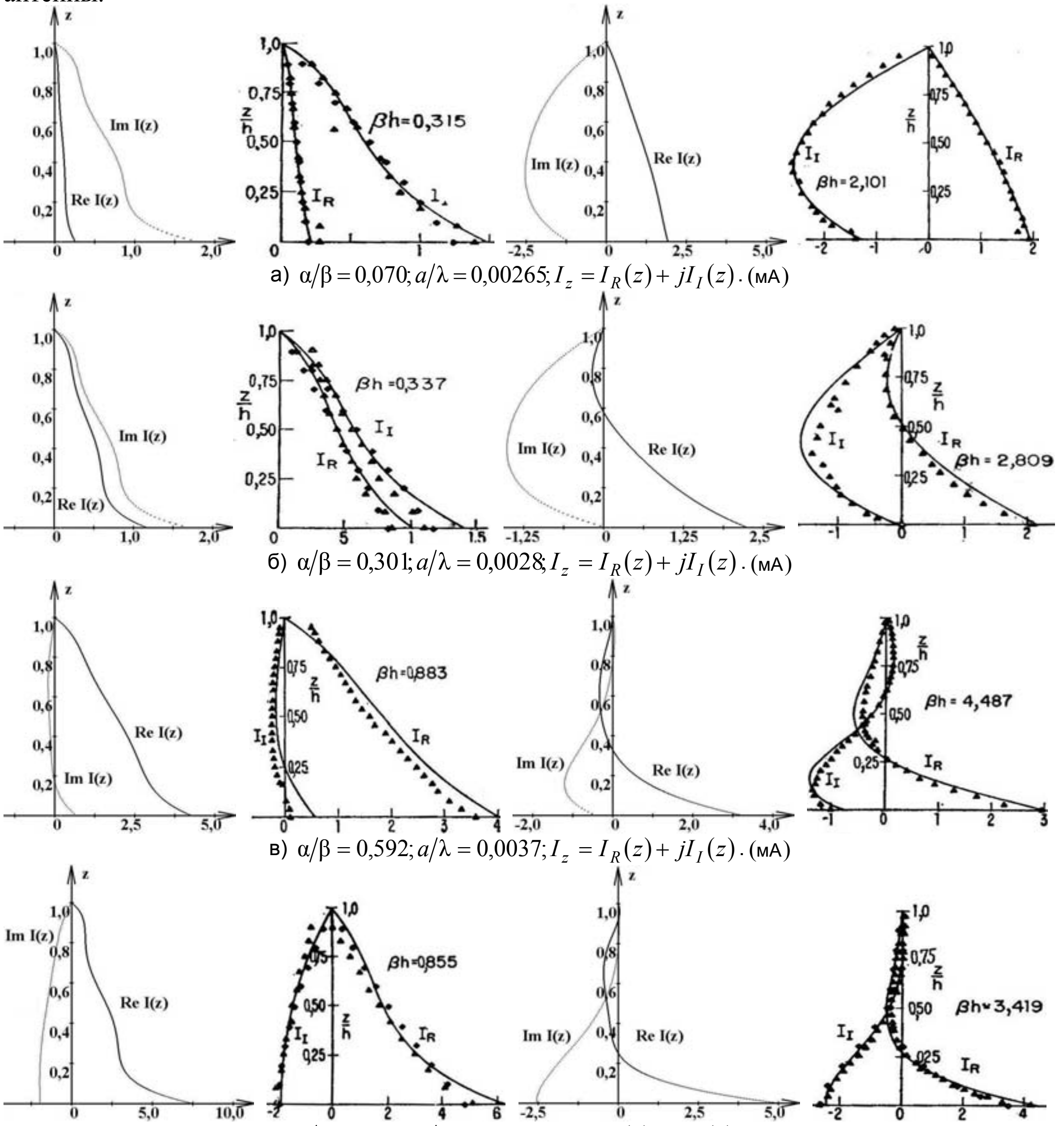
$$K(z, z') = \frac{e^{-jkr}}{4\pi r} = \frac{e^{-jkLr_0}}{4\pi L r_0} = \frac{1}{L} \cdot \widetilde{K}(\tau, \tau'); \quad -1 \le \tau \le 1; \quad -1 \le \tau' \le 1.$$

Входными параметрами для данного уравнения будут параметры среды: ε_r, $\mathrm{tg}(\delta_\varepsilon)$, μ_r, $\mathrm{tg}(\delta_\mu)$ и относительные размеры антенны C_L, C_a, C_T.

Полученное уравнение Поклингтона решается численно с помощью метода Галеркина. В качестве базисных функций выбрана степенная функция $F_n(\tau) = (1 - |\tau|)^n$. Получена хорошая сходимость метода при увеличении числа базисных функций N. Скорость расчетов пропорциональна квадрату числа базисных функций. Все результаты расчетов, приводимые в данной статье, получены при числе базисных функций $N = 5$. Это минимальное число базисных функций, дающее хорошее согласование с известными результатами.

Применяемые Р.Кингом и Г.Смитом тригонометрические функции со спадающей экспонентой вида $I_z(z) = e^{-\alpha|z|} \cdot [A \cdot \sin(\beta(h - |z|)) + B \cdot (\cos(\beta z) - \cos(\beta h)) + C \cdot (\cos(\beta z/2) - \cos(\beta h/2))]$, где A, B, C — коэффициенты, подлежащие определению, не всегда дают хорошее приближение. Применение же в качестве базисных степенных функций дает одинаково хорошее приближение.

Получено хорошее согласование результатов для полуволнового и волнового диполей в воздухе. На рис.(а-г) приведена система зависимостей распределения тока вдоль вибратора, помещенного в поглощающую среду, от параметра L/λ и параметров поглощающей среды. Из сравнения видно достаточно хорошее согласование результатов с экспериментальными данными. Для графиков на рис.(а) с малым затуханием $\alpha/\beta = 0{,}07$ закон распределения тока похож на распределение тока вдоль антенны в идеальной диэлектрической среде. С ростом затухания, как видно из рис.(а-г), ток вдоль антенны экспоненциально спадает. Для длинных антенн амплитуда тока становится очень малой на расстояниях больше четверти длины антенны.



а) $\alpha/\beta = 0{,}070; a/\lambda = 0{,}00265; I_z = I_R(z) + jI_I(z)$. (мА)

б) $\alpha/\beta = 0{,}301; a/\lambda = 0{,}0028; I_z = I_R(z) + jI_I(z)$. (мА)

в) $\alpha/\beta = 0{,}592; a/\lambda = 0{,}0037; I_z = I_R(z) + jI_I(z)$. (мА)

г) $\alpha/\beta = 0{,}972; a/\lambda = 0{,}0072; I_z = I_R(z) + jI_I(z)$. (мА)

Распределение тока вдоль дипольной антенны в поглощающей среде. Левые графики — расчет по уравнению Поклингтона. Правые графики: сплошная линия — теория (тригонометрическая функция со спадающей экспонентой); ◆ — результаты Р.Кинга с соавторами; ▲ — экспериментальные данные, полученные Л.Д.Скоттом [2]

Заключение

Полученные результаты подтверждают эффективность применения метода, основанного на численном решении интегрального уравнения Поклингтона, к антеннам, помещенным в поглощающую среду. Применение степенных базисных функций обеспечивает хорошую сходимость при небольшом числе базисных функций, что дает экономию компьютерных ресурсов и времени. При этом достигается очень хорошее согласование полученных результатов с экспериментальными данными.

1. Горобец Н.Н., Нестеренко М.В., Петленко В.А., Пчельников А.Я. // СВЧ техника и спутниковый прием:

Материалы 2-й Крымской конф. Севастополь, 1992. С.254.
1. Кинг Р., Смит Г. Антенны в материальных средах: В 2-х кн. / Пер. с англ. М.: Мир, 1984. 884 с.