

Д.В.Чеботарев. В.М.Реганов

ОШИБКИ ПРЕДСКАЗАНИЯ И ПОГРЕШНОСТИ ОЦЕНОК В АДАПТИВНОМ ЦИФРОВОМ ФИЛЬТРЕ

Application of adaptive digital filter is considered for tracking of clutter echo. Filter based on normalized mean least square algorithm. Phase of signal is shifted by pseudorandom sequence. Relationship of prediction error and estimation inaccuracy is analyzed under variation of fluctuating and nonfluctuating signal parameters. Quantitative and qualitative distinctions of inaccuracy caused signal fluctuations and produced by interference are noted.

Введение

Одним из признанных путей совершенствования радиотехнических систем является использование сложных широкополосных сигналов [1,2]. В этом направлении тенденции развития связаны в первую очередь с увеличением базы сложных сигналов и повышением качества их обработки. При множественных отражениях сигнала большой длительности актуальна задача разрешения отдельных сигналов с различными задержками с целью выделения слабых сигналов при наличии маскирующего влияния мощных пассивных помех. Возможным способом обработки сигналов в рассматриваемом случае, является адаптивная цифровая фильтрация [3,4]. В адаптивном фильтре формируются оценки амплитуд отраженных сигналов, на основании которых предсказываются их значения и выполняется когерентное вычитание из входного сигнала приемника. Таким образом ослабляется влияние мощных мешающих отражений на обнаружение слабых сигналов.

В работе [5] для решения подобной задачи было произведено сравнение наиболее распространенных вариантов адаптивной цифровой фильтрации и сделан выбор в пользу нормализованного алгоритма наименьших средних квадратов (НСК). Эффективность этого алгоритма более подробно исследована в работе [6], где установлено, что степень подавления взаимных помех определяется произведением ширины спектра флюктуаций мешающих отражений на величину диапазона возможного распределения задержек отраженных сигналов. В этой работе рассматривались флюктуирующие помехи с экспоненциальной и гауссовской формой корреляционной функции [7]. Также отмечалось, что вид распределения интенсивности отражений по задержкам не оказывает существенного влияния на глубину подавления взаимных помех.

В этих исследованиях в качестве критерия использовалась относительная среднеквадратическая ошибка η_k предсказания (компенсации) отраженных сигналов:

$$\eta_k = 10 \cdot \lg \frac{E[(s-y)^2]}{E(s^2)}, \text{ дБ}, \quad (1)$$

где s — сигнал на входе приемника, содержащий широкополосный гауссовский шум и сумму отраженных сигналов с различными задержками, амплитудами, фазовыми и частотными сдвигами; y — предсказанный (компенсирующий) сигнал, сформированный адаптивным цифровым фильтром; $E(\cdot)$ — символ статистического усреднения.

Критерий (1) компактен, удобен и позволяет достаточно полно характеризовать глубину подавления взаимных помех в случае одинаковых статистических характеристик отраженных сигналов. Однако если мощность отражений неравномерно распределена по задержкам и частотным сдвигам, то степень взаимного влияния сигналов с различными параметрами не может быть корректно оценена по одному интегральному показателю — ошибке предсказания. В этом случае целесообразно использовать другой критерий — относительную среднеквадратическую погрешность η_e оценок разрешаемых сигналов:

$$\eta_e = 10 \cdot \lg \frac{E[(a - \hat{a})^2]}{E(\sum a^2)}, \text{ дБ}, \quad (2)$$

где a и \hat{a} — векторы амплитуд разрешаемых сигналов и их оценок, вырабатываемых адаптивным фильтром, соответственно. Этот критерий является векторным, что позволяет оценивать качество подавления помех для каждого отдельно разрешаемого сигнала. Отметим, что нормировка погрешностей оценок производится к суммарной мощности сигналов, а не к мощности соответствующего отдельного сигнала, которая может принимать нулевое значение.

Далее рассматривается адаптивная цифровая фильтрация смеси сигналов и шума по нормализованному алгоритму НСК и моделируется обработка флюктуирующих и нефлюктуирующих сигналов с целью получения сравнительных характеристик качества обработки по критериям (1) и (2).

Алгоритм обработки и модели помех

Следуя специфике дискретных сигналов и цифровых методов обработки, будем рассматривать их математическое описание в дискретном времени, обозначив i порядковый номер текущего временного отсчета.

Пусть u — дискретная модулирующая последовательность, определяющая закон модуляции параметров сложного сигнала. Сигнал s на входе приемника представляет собой сумму M мешающих отражений с комплексными амплитудами, определяемыми вектором a (размерность M), и белого гауссовского шума n с нулевым средним и дисперсией σ^2 . Тогда i -й отсчет входного сигнала приемника определяется выражением $s_i = U_i^H \cdot a_i + n_i$, где U_i — значение вектора, содержащего M последних отсчетов модулирующей последовательности, т.е. от u_{i-M} до u_{i-1} включительно; $(\cdot)^H$ — символ эрмитового сопряжения вектора; a_i, n_i — значения вектора a и шума n в i -й момент времени.

Считая, что адаптивный фильтр предсказывает сигнал y , компенсирующий входной сигнал s , запишем выражение ошибки компенсации e в момент времени i : $e_i = s_i - y_i$.

Функционирование адаптивного фильтра, реализующего алгоритм НСК с нормализацией, описывается двумя выражениями [4], первое из которых — это уравнение модификации вектора оценок \hat{a} , а второе — уравнение фильтрации компенсационного сигнала y :

$$\hat{a}_i = \hat{a}_{i-1} + \frac{U_i}{U_i^H \cdot U_i} \cdot \mu \cdot e_i^*; \quad y_i = U_i^H \cdot \hat{a}_i,$$

где \hat{a}_{i-1} — значение вектора оценок в предыдущий $i - 1$ -й момент времени; μ — шаг адаптации, который выбирается из диапазона значений (0,1) из соображений устойчивости; $(\cdot)^*$ — символ комплексного сопряжения.

Как и в работе [6], рассмотрим три модели сигналов. Самая простая из них представляет собой сумму нефлюктуирующих гармонических сигналов с дискретными задержками m тактов и нормированными сдвигами частоты Ω_m , $m = 1, \dots, M$. Амплитуда и начальная фаза такого сигнала определяются комплексной амплитудой m -й компоненты вектора a :

$$s_i = \sum_{m=1}^M u_{i-m} \cdot a_m(i) \cdot \exp(j \cdot \Omega_m \cdot (i - m)) + n_i.$$

В двух других моделях комплексные амплитуды сигналов не постоянны, как в рассмотренном случае, а медленно флюктуируют в течение времени обработки. Различаются эти модели по виду корреляционной функции флюктуаций. Для собственных флюктуаций отра-

жающей поверхности характерен экспоненциальный вид корреляционной функции $\rho_{сб}(\tau)$, а для флюктуаций, связанных с движением носителя или вращением антенны, — гауссовский $\rho_{дв}(\tau)$ [7]:

$$\rho_{сб}(\tau) = e^{-4\Delta f_{сб}|\tau|}; \quad \rho_{дв}(\tau) = e^{-4\pi(\Delta f_{дв}\tau)^2},$$

где $\Delta f_{сб}$, $\Delta f_{дв}$ — эффективная ширина спектра флюктуаций.

Соответствующие выражения для спектральной плотности мощности имеют вид

$$S_{сб}(\omega) = \frac{(4\Delta f_{сб})^2}{(4\Delta f_{сб})^2 + \omega^2}; \quad S_{дв}(\omega) = \exp\left(-\frac{\omega^2}{16\pi \cdot \Delta f_{дв}^2}\right).$$

На рис.1 представлен вид корреляционной функции и спектральной плотности мощности собственных флюктуаций (exp) и флюктуаций, вызванных движением носителя (Gauss), при одинаковой эффективной ширине спектра. Здесь же приведены характеристики для упрощенной модели (3CIC), аппроксимирующей флюктуации с гауссовским типом корреляционной функции. Этот вид аппроксимации удобен при имитационном моделировании и состоит в использовании трех каскадов CIC фильтров, не требующих выполнения операций умножения [8].

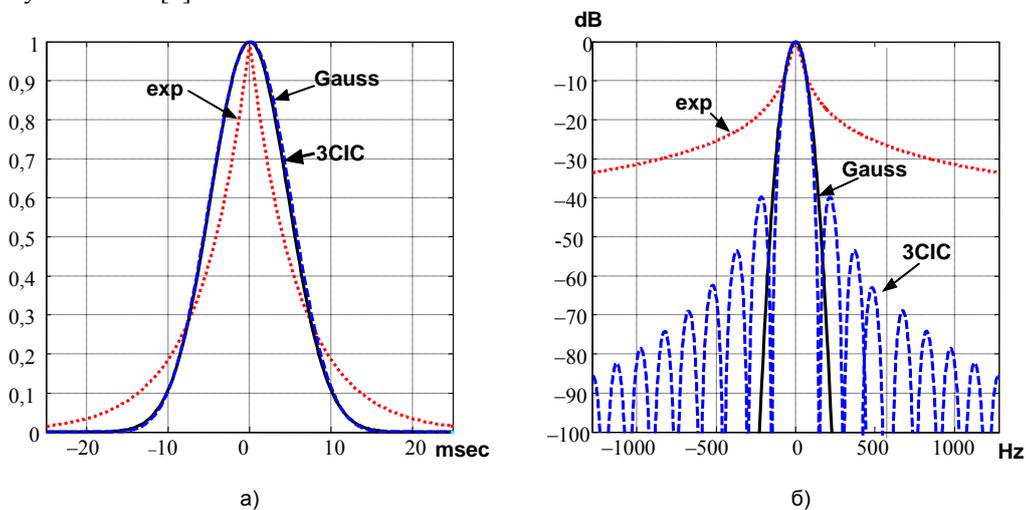


Рис.1. Корреляционные и спектральные характеристики флюктуаций: а) автокорреляционная функция; б) спектральная плотность мощности

Сравнение корреляционных и спектральных характеристик флюктуирующих сигналов показывает, что наиболее существенное различие состоит в скорости спада боковых лепестков спектральной плотности мощности. Для собственных флюктуаций характерно медленное, а для флюктуаций с гауссовской формой корреляционной функции — очень быстрое спадание боковых лепестков, следствием чего является компактный сосредоточенный спектр.

Для получения количественных характеристик описанная выше модель была реализована в среде визуального моделирования Simulink Matlab.

Результаты моделирования

Для моделирования были установлены следующие основные параметры: ширина спектра сложного модулирующего сигнала — 10 МГц; порядок адаптивного фильтра M — до 1024; сдвиг частоты нефлюктуирующих сигналов — до 16 кГц; эффективная ширина спектра флюктуаций — 1 кГц; отношение суммарной мощности сигналов к мощности шума — до 60 дБ; шаг адаптации $\mu = 1$.

Распределение мощности отраженных сигналов по задержкам моделировалось в предельно упрощенном варианте. Весь диапазон обрабатываемых задержек, определяемый порядком фильтра, разделялся на два интервала. Задержкам из первого интервала соответствовали сигналы с одинаковым среднеквадратическим значением амплитуды, а сигналы с задержками из другого интервала отсутствовали. Такое распределение позволяет свести размерность векторного показателя качества (2) к минимуму — относительной погрешности оценок при наличии и отсутствии сигнала η_1 и η_0 соответственно:

$$\eta_1 = 10 \cdot \lg \frac{E \left[\frac{1}{K} \cdot \sum_{m=1}^K (a_m - \hat{a}_m)^2 \right]}{E(\sum a^2)}; \quad \eta_0 = 10 \cdot \lg \frac{E \left[\frac{1}{(M-K)} \cdot \sum_{m=K+1}^M (a_m - \hat{a}_m)^2 \right]}{E(\sum a^2)},$$

где K — количество сигналов (размер первого интервала задержек).

На всех приведенных ниже графиках, отражающих результаты имитационного моделирования, показана относительная ошибка компенсации η_k , рассчитанная по выражению (1) и относительные погрешности оценок η_1 и η_0 . Сравнение этих показателей позволяет установить их взаимосвязь и подчеркнуть имеющиеся различия.

На рис.2 приведена зависимость эффективности обработки сигналов, характеризуемой показателями η_k , η_1 и η_0 , от отношения сигнал/шум (SNR) при наличии четырех нефлюктуирующих сигналов со сдвигом частоты 1 кГц. Порядок фильтра равен 32. Приведенные результаты соответствуют нефлюктуирующим сигналам, однако общий вид и взаимосвязь показателей сохраняются и для флюктуирующих сигналов.

Общий вид монотонно спадающих кривых на рис.2 соответствует уменьшению ошибки предсказания и погрешностей оценок за счет снижения влияния шума. При преобладающем влиянии сигналов все показатели стабилизируются на постоянном уровне. Для погрешности оценок η_0 этот уровень наименьший и определяется только помехами, которые создают отраженные сигналы. Установившаяся погрешность оценок η_1 больше, потому что в каждом m -м канале обработки к помехам, создаваемым сигналами с другими задержками, добавляется динамическая ошибка слежения за собственным сигналом с задержкой m . Ошибка предсказания η_k отражает интегральное влияние погрешностей оценок во всех каналах обработки, поэтому она имеет наибольшее значение.

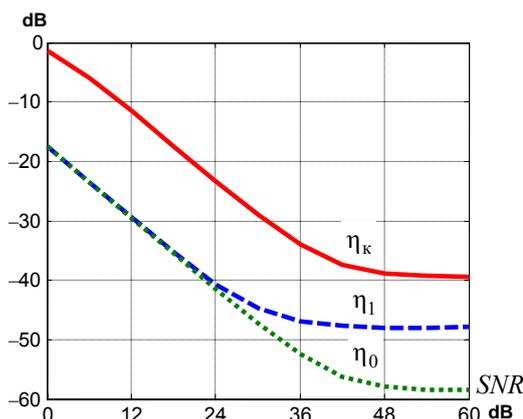


Рис.2. Эффективность обработки сигналов в зависимости от отношения сигнал/шум

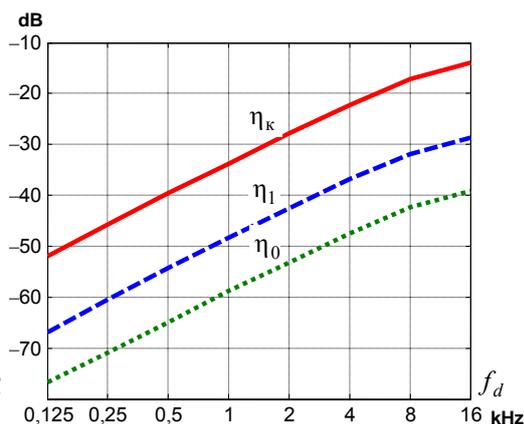


Рис.3. Эффективность обработки сигналов в зависимости от сдвига частоты

Так как наибольший практический интерес представляет ситуация, когда отраженные сигналы значительно превосходят уровень шума, последующие результаты приведены именно для такого случая.

Графики на рис.3 показывают изменение анализируемых показателей при возрастании сдвига частоты нефлюктуирующих сигналов. Результаты приведены для отношения сигнал/шум, равного 60 дБ, 16 сигналов и порядка фильтра 128. Поскольку влияние шума мало, источником основных погрешностей оценок является динамическая ошибка слежения за амплитудой сигнала, скорость изменения которой определяется сдвигом частоты. Поэтому погрешность оценок η_1 возрастает с увеличением сдвига частоты. Вместе с ухудшением точности оценок возрастает ошибка предсказания η_k и, как следствие, уровень взаимных помех, определяющий погрешность η_0 . Для флюктуирующих сигналов аналогичный вид имеют зависимости показателей η_k , η_1 и η_0 от ширины спектра флюктуаций.

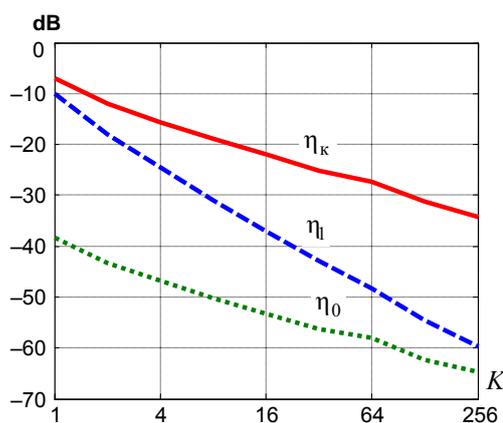
В отличие от отношения сигнал/шум и сдвига частоты влияние количества отраженных сигналов и порядка фильтра оказывается различным для флюктуирующих и нефлюктуирующих сигналов. Рассмотрим зависимости ошибки предсказания и погрешности оценок от количества отраженных сигналов K для нефлюктуирующих отражений и флюктуаций с экспоненциальной и гауссовской функциями корреляции, представленные на рис.4а, 4б и 4в соответственно. Результаты получены при порядке фильтра 256, частотном сдвиге нефлюктуирующих сигналов и ширине спектра флюктуаций 1 кГц.

Как видим на рис.4а, распределение мощности сигналов по диапазону задержек ведет к снижению ошибки предсказания и погрешностей оценок. Характер всех зависимостей в логарифмическом масштабе близок к линейному. Отметим, что наклон кривых η_k и η_0 практически одинаков, а погрешность оценок амплитуд сигналов η_1 спадает значительно быстрее. Если учесть, что суммарная мощность сигналов поддерживается постоянной, а при увеличении их количества мощность каждой отдельной компоненты уменьшается, приближаясь к нулю, то сближение характеристик η_1 и η_0 при больших значениях K представляется закономерным.

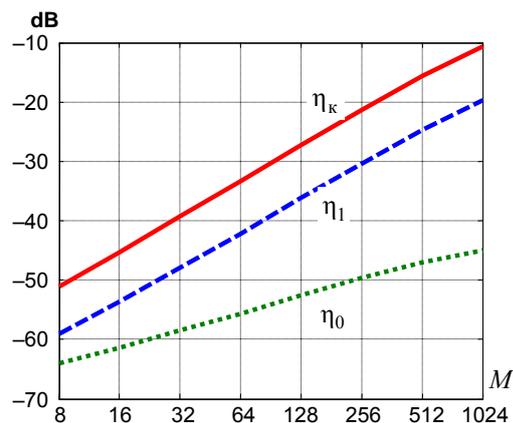
Для флюктуирующих сигналов с экспоненциальной функцией корреляции (рис.4б) зависимости $\eta_k(K)$ и $\eta_0(K)$ лишены наклона, что соответствует отмеченному в [6] эффекту независимости ошибки предсказания от распределения интенсивности сигналов по задержке. Спектр флюктуаций сигналов с гауссовской функцией корреляции, показанный на рис.1б, сосредоточен в окрестности центральной частоты. С этой точки зрения он занимает промежуточное положение между нефлюктуирующим сигналом и сигналом с экспоненциальной функцией корреляции. Поэтому наклон соответствующих зависимостей на рис.4в хотя и присутствует, но очень слабо выражен, несмотря на изменение аргумента в широких пределах.

Одним из негативных эффектов, отмеченных при исследовании адаптивной фильтрации флюктуирующих сигналов [6], является возрастание ошибки предсказания при увеличении диапазона возможных задержек. На рис.5 приведены зависимости показателей η_k , η_1 и η_0 от порядка фильтра M при фиксированной мощности и четырех сигналах.

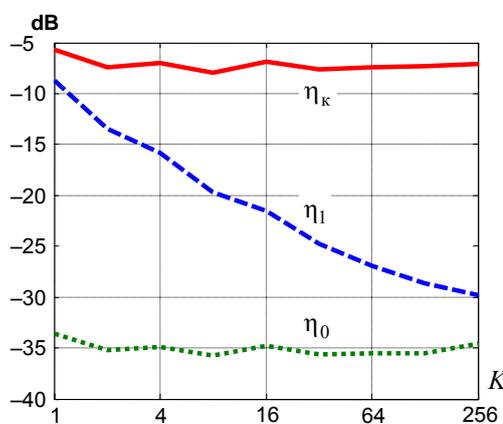
По своему виду все зависимости на рис.5 близки к семейству прямых, как и на предыдущем рис.4. Однако если на рис.4 одинаковый наклон имели графики $\eta_k(K)$ и $\eta_0(K)$, то в данном случае это свойственно характеристикам $\eta_0(M)$ и $\eta_1(M)$. Общий вид этих зависимостей для всех анализируемых типов сигналов соответствует отмеченному в [6] эффекту возрастания ошибок при увеличении порядка фильтра (диапазона неопределенности задержек сигналов).



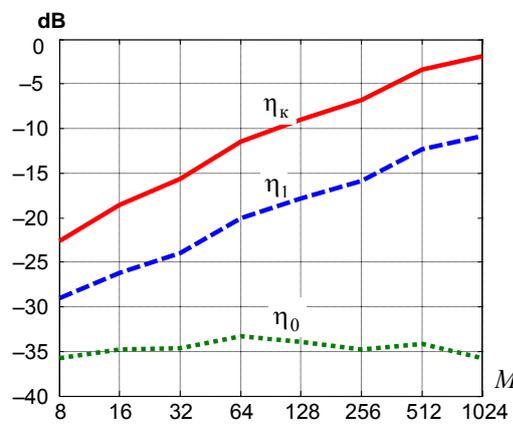
а)



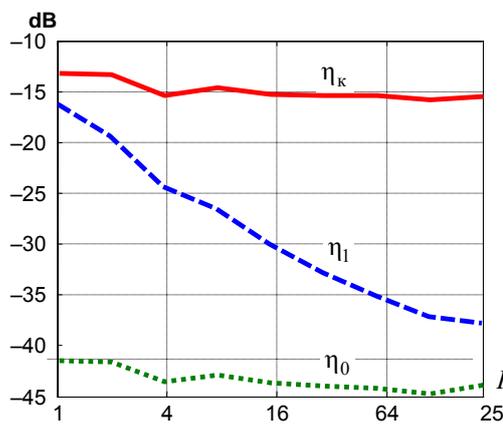
а)



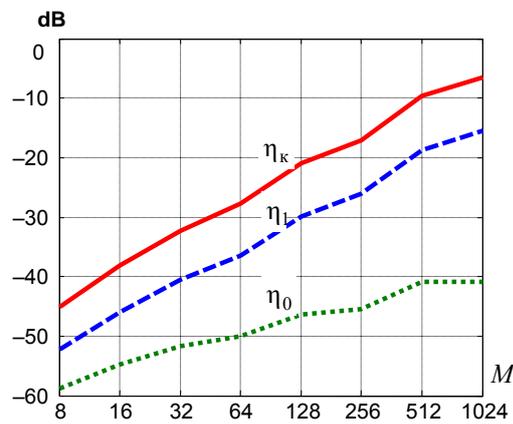
б)



б)



в)



в)

Рис.4. Влияние количества сигналов. а) нефлюктуирующие сигналы; б) собственные флуктуации; в) флуктуации, вызванные движением

Рис.5. Влияние порядка фильтра. а) нефлюктуирующие сигналы; б) собственные флуктуации; в) флуктуации, вызванные движением

Важной отличительной чертой характеристик $\eta_0(M)$, приведенных на рис.5, является значительно более медленное возрастание при увеличении порядка фильтра (для нефлюктуирующих сигналов и сигналов с флюктуациями, вызванными движением) либо вообще постоянство, т.е. независимость погрешности оценок (для сигналов с собственными флюктуациями). Последнее означает, что при большом диапазоне неопределенности задержек сигналов уровень взаимных помех, определяемый показателем η_0 , значительно ниже погрешности оценок η_1 , что создает благоприятные условия для выделения слабых сигналов.

Основные выводы

1. При значительном преобладании мощности сигналов над шумом погрешности оценок реально присутствующих сигналов и уровня взаимных помех, создаваемых ими, могут значительно различаться. Поэтому относительная ошибка предсказания не может служить полным критерием качества обработки сигналов, неравномерно распределенных по диапазону задержек.

2. При расширении диапазона неопределенности задержек сигналов уровень взаимных помех возрастает значительно медленнее, чем ошибка предсказания и погрешность оценок реально присутствующих сигналов. Для флюктуирующих сигналов с экспоненциальной функцией корреляции уровень взаимных помех не возрастает с расширением диапазона распределения задержек.

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы / Пер. с англ. Под ред. В.С.Кельзона. М., 1971. 568 с.
2. Помехозащищенность систем радиосвязи с расширением спектра сигналов модуляцией несущей псевдослучайной последовательностью / В.И.Борисов, В.М.Зинчук, А.Е.Лимарев, Н.П.Мухин, Г.С.Нахмансон; Под ред. В.И.Борисова. М.: Радио и связь, 2003. 640 с.
3. Адаптивные фильтры / Под ред. К.Ф.Н.Коуна и П.М.Гранта. Пер. с англ. под ред. С.М.Ряковского. М.: Мир, 1988. 392 с.
4. Naykin S. Adaptive Filter Theory. 4th ed. Prentice Hall, 2003. 920 p.
5. Чеботарев Д.В. // Изв. вузов. Сер.: Радиоэлектроника. Вып.2. СПб, 2003. С.72-81.
6. Чеботарев Д.В. // Вестник МВТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Приборостроение. №2. 2004. С. 95-103.
7. Морская радиолокация / Под ред. В.И.Винокурова. Л.: Судостроение, 1986. 256 с.
8. Hogenauer E.B. // IEEE Transactions on acoustic, speech and signal processing. Vol.ADSP-29. № 2. April 1981. P.155-161