УДК 510.6

А.С.Ионов, Г.А.Петров

РЕШЕНИЕ ПАРАДОКСА ЛЖЕЦА КОМПЛЕКСНОЙ ЛОГИКОЙ

Новгородский государственный университет им. Ярослава Мудрого

The complex solution of the traditional liar paradox on the basis of the complex logic is presented. The theory of the complex truth for four- and nine-unit complex logics is given, the concepts of the hyperreal and hypercomplex true are introduced, and the problems of the model truth management in postverbal logic space are considered, applied to the liar paradox in its male and female interpretation.

Парадокс лжеца заключается в утверждении, приписываемом Эпимениду — легендарному греческому поэту, жившему на Крите в 6 в. до н. э. По преданию Эпименид утверждал, что все критяне лжецы. Верно ли это утверждение, равнозначное высказыванию «Я лжец», если учесть, что сам Эпименид родом с острова Крит?

Приписываемое ему утверждение логически противоречиво, если предположить детерминированность ситуации, т.е. то, что лжецы всегда лгут, а нелжецы всегда говорят правду. При данном предположении утверждение «Я лжец» не может быть истинным, ибо тогда он был бы лжецом и лгал, утверждая в действительности «Я нелжец». Но утверждение «Я лжец» не может быть и ложным, так как Эпименид был бы нелжецом и говорил истину. Другими словами, налицо неразличимость (логическая неопределенность) ситуации: если Эпименид лжец, то он нелжец, и наоборот: если он нелжец, то он лжец, т.е. его утверждение и истинно и ложно одновременно, что противоречит действительной бинарной логике.

Многочисленные попытки разрешения парадокса лжеца, имеющие столь же давнюю историю, как и сам парадокс, к настоящему времени трансформировались в задачу построения непротиворечивой и адекватной логической теории истины. Основные попытки в этом направлении до сих пор связаны с созданием метаязыков и предприняты в работах А.Тарского. Построение теории истины и решение парадокса лжеца в комплексной логике основывается на корректировке логического закона тождества с учетом мнимой составляющей материи и рассматривается ниже.

1. Теория истины для 4-значной комплексной логики

Истина и ложь в действительной булевской логике выражаются следующим образом:

T = истина = true — отсутствие ошибки *iB* (достоверное событие);

F = ложь = false — присутствие ошибки *iB* (невозможное событие).

Таким образом, теория действительной истины отрицает истинность комплексной (1) логики, но не наоборот, как будет видно из дальнейшего изложения. Объектом изучения в комплексной логике является комплексное логическое событие *B* восприятия объективной реальности субъектом, для которого выполняется соотношение

$$B = S_1 + iS_2, \qquad (2)$$

где S_1 — действительная составляющая, а iS_2 — мнимая составляющая. Здесь S_1 и S_2 — действительные логические события, при этом из (2) следует, что событие S_1 воспринимается субъектом как S_2. Рассмотрим их на примере рис.1. Пусть для действительной логики S_1 означает событие, заключающееся в утверждении «Я нелжец», и S_1 = true = *T*. Тогда противоположное событие $\overline{S}_1$ = false = *F* означает утверждение «Я лжец».

Как уже было отмечено при постановке задачи, парадокс лжеца заключается в неразличимости противоположных событий (S_1 и $\overline{S}_1$). Но при комплексном подходе существует

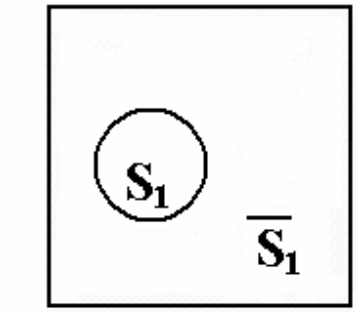


Рис.1. События действительной логики



Рис.2. События 4-значной комплексной логики

второе измерение, задаваемое событием S_2 — восприятием события S_1. В соответствии с этим и четырьмя вариантами логических событий и их восприятия, в четырехзначной комплексной логике вводятся четыре комплексных события, представленные на комплексной плоскости (Re, Im) рис.2 и записанные в принятом порядке следования квадрантов прописными буквами в отличие от действительных терминов.

На рис.2 приняты следующие обозначения комплексных логических событий:

П = ПРАВДОПОДОБИЕ = $(T,T) = T + iT$ (T принимается за T);

Л = ЛОЖЬ = $(F,T) = F + iT$ (F принимается за T); (3)

И = ИСТИНА = $(F,F) = F + iF$ (F принимается за F);

О = ОШИБКА = $(T,F) = T + iF$ (T принимается за F).

Как видим из (3), комплексная ИСТИНА определяется как мнимая логическая единица i. При этом здесь она определяется через саму себя как $i = F + iF$. Таким образом, в четырехзначной комплексной логике i = ИСТИНА — это ложь, воспринимаемая как ложь. Ниже будет дано и другое определение комплексной истины.

2. Теория истины для 9-значной комплексной логики

Для получения 9-значной комплексной логики введем и интерпретируем в моделируемой гипотетической ситуации расчета продавца с покупателем следующие новые значения традиционных логических символов 1 и 0 как комплексных событий и символ –1 для комплексного отрицательного множества (при этом вербальной интерпретацией событий F и T являются утверждения «Я лжец» и «Я нелжец»):

1 = (F,T) = $(F + iT)$ = ЛОЖЬ — положительное множество, присутствие в событии положительной ошибки (продавец при расчете обсчитывает покупателя в свою пользу, выдает F за T — положительный обсчет) — достоверное событие;

0 = $(T,T) + (F,F) = (T,T) = (T + iT)$ = ПРАВДОПОДОБИЕ — пустое множество, отсутствие ошибки в событии (продавец точно рассчитывается с покупателем, выдает T за T или F за F — обсчета нет) — пустое событие;

–1 = $(T,F) = (T + iF)$ = ОШИБКА — отрицательное множество, присутствие в событии отрицательной ошибки (продавец обсчитывается в пользу покупателя, выдает T за F — отрицательный обсчет) — антидостоверное событие.

ИСТИНА i в 9-значной комплексной логике задается (по аналогии с комплексными числами) как мнимое множество, мнимая логическая единица, которая, будучи умноженной на саму себя, дает отрицательное множество: $i\ i = –1$, что с учетом (3) означает: $(F,F)(F,F) = (T,F)$.

Комплексная 9-значная логика получается из преобразования комплексной плоскости рис.2 таким образом, что составляющие и реальной, и мнимой осей могут принимать не по два, а по три значения: 1, 0, –1. Тогда возможны 9 гиперкомплексных логических событий.

Алгебра 9-значной комплексной логики, включающая операции логического отрицания, обращения и сопряжения, а также логического сложения, умножения, вычитания и деления, описана в [1].

Возвратимся снова к действительной логике (1) с учетом данных выше определений комплексных событий. Получаемую в результате этого возврата логику назовем гипердействительной, а получаемые значения истины и лжи пометим апострофом. Связь событий действительной и 9-значной комплексной логики можно найти из решения системы уравнений, полученной из приведенных выше определений событий 1 и –1:

$$\begin{aligned} 1 &= F' + iT', \\ -1 &= T' + iF'. \end{aligned} \qquad (4)$$

Отсюда получим значение гипердействительной истины (ГДИ):

$$\text{ГДИ} = T' = \text{true}' = -1 - i = (-1,-1), \qquad (5)$$

что соответствует тому, что отрицательное множество (событие) принимается за отрицательное. Соответственно гипердействительная ложь (ГДЛ) определится как

$$\text{ГДЛ} = F' = \text{false}' = i = (0,1), \qquad (6)$$

что соответствует тому, что пустое событие принимается за положительное. Таким образом, гипердействительная истина и ложь являются событиями (частными случаями) 9-значной комплексной логики.

Значение гиперкомплексной истины в 9-значной комплексной логике найдем из значения ИСТИНЫ i, заданной (3), подставив в него значение гипердействительной лжи F' из (6). Получим значение гиперкомплексной истины (ГКИ):

$$\text{ГКИ} = \text{ИСТИНА}' = i = (F' + iF') = i + ii = -1 + i = (-1,1). \qquad (7)$$

Также из (3), подставив туда (5) и (6), получим значения остальных трех гиперкомплексных событий:

$$\begin{aligned} &\text{ГКП} = \text{ПРАВДОПОДОБИЕ}' = (T',T') = -i = (0,-1); \\ &\text{ГКЛ} = \text{ЛОЖЬ}' = (F',T') = 1 = (1,0) \\ &\text{ГКО} = \text{ОШИБКА}' = (T',F') = -1 - \text{i} = (-1,-1). \end{aligned} \qquad (8)$$

Сформулируем теперь физический и этический смысл введенных комплексных истинностных определений, исходя из того, что положительную ошибку 1 можно интерпретировать так: брать энергии больше, чем отдавать (эгоизм); отсутствие ошибки 0 — брать энергии столько, сколько отдавать (равновесие); отрицательную ошибку –1 — отдавать энергии больше, чем брать (альтруизм).

Тогда в соответствии с (5) и (6) гипердействительная истина — это альтруизм, воспринимаемый как альтруизм, а гипердействительная ложь — это равновесие, воспринимаемое как эгоизм. Гиперкомплексная истина (7) — это альтруизм, воспринимаемый как эгоизм. Аналогично могут быть интерпретированы события (8).

Отметим также наличие действительной ошибки в событии T' и отсутствие в нем ошибки восприятия; и наоборот, — отсутствие действительной ошибки в событии F' и присутствие в нем ошибки восприятия.

3. Управление истиной в комплексных логических пространствах

Довербальная логическая модель системы с интеллектом определяется формулой

$$A = A + iB,$$

где A — логическая модель объекта; B — логическая модель субъекта (задается его восприятием объекта); i — логическая модель среды взаимодействия субъекта и объекта (комплексного логического пространства).

Комплексная истина i (мнимая логическая единица) имеет двоякую природу: с одной стороны, i = const, что вытекает из $ii = -1$. С другой стороны, i может изменяться как модель среды логического взаимодействия в процессе управления системой и, таким образом, i одновременно может являться переменной величиной, что позволяет ею управлять. Принципы управления истиной в довербальной логической модели рассмотрены в [2].

Схема управления истиной в поствербальном логическом пространстве приведена на рис.3. Будем искать соответствующую комплексную логическую модель системы в виде

$$A = (A + iB) + i(C + iD), \qquad (9)$$

где объект A — собеседники Эпименида; субъект B — Эпименид, заданный его восприятием собеседников; C — вербальная реакция субъекта (Эпименида) на рассогласование io — ic (рис.3); D — вербальное восприятие субъекта (Эпименида) объектом (собеседниками).

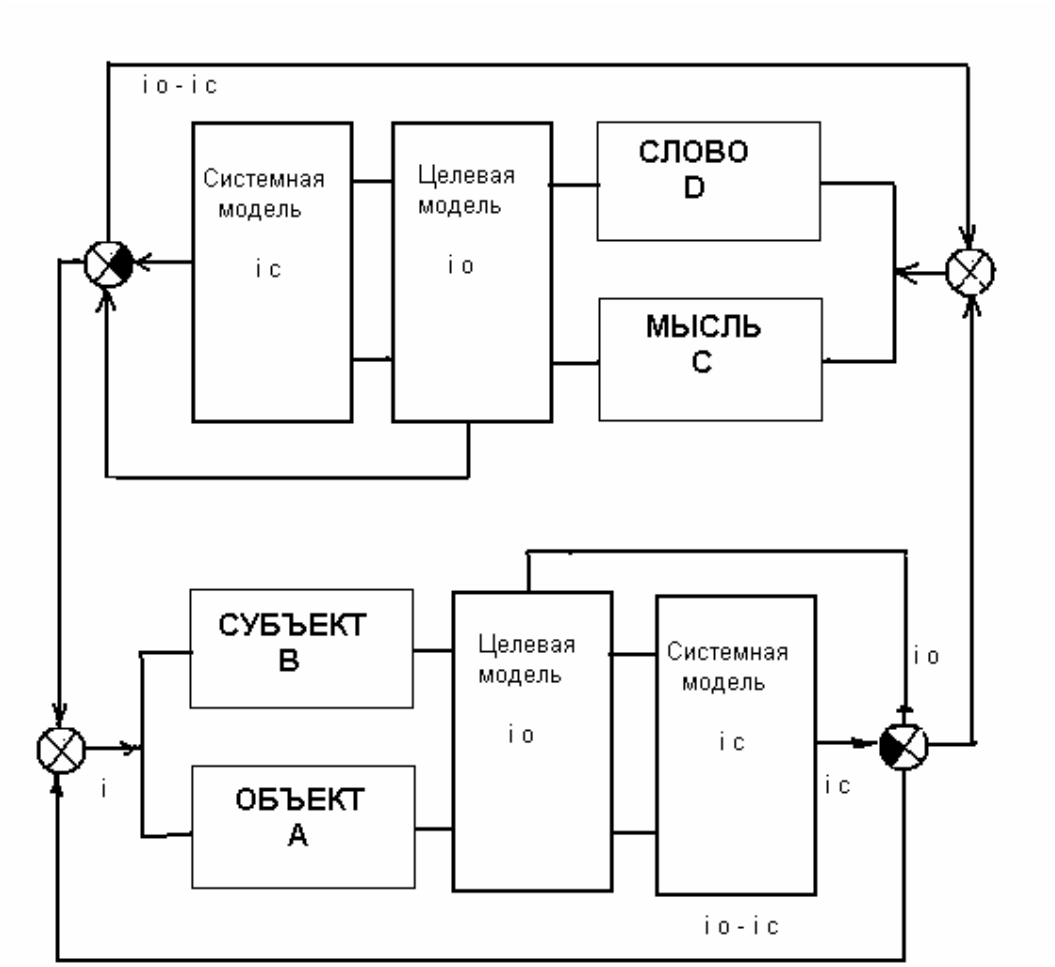


Рис.3. Схема комплексного поствербального логического управления

В целом процессы, описанные для довербального управления истиной, будут действовать и в условиях поствербального управления. Ниже проанализируем особенности данного случая, рассмотрев компоненту D (СЛОВО) рис.3 для решения парадокса лжеца.

4. Применение теории комплексной истины к парадоксу лжеца

Рассмотрим комплексное вербальное восприятие субъекта D из (9) в виде (2), где S_1 — мысль субъекта; S_2 — слово субъекта — в нашем случае это утверждение «я лжец». В соответствии с действительной логикой S_2 = (я лжец) может означать как истину T, так и ложь F.

Назовем случай, когда S_2 = (я лжец) = F (противоположное событие T = (я нелжец)) *мужской ипостасью мышления*, а обратный гипотетический случай, когда S_2 = (я лжица) = = T (противоположное событие F = (я нелжица)) — *женской ипостасью мышления*. Тогда в соответствии с (3) будет справедлива следующая таблица для логических событий с мужской и женской ипостасями мышления.

Таблица 1

Комплексное логич. событие		Мужская ипостась		Женская ипостась	
№	Наименование	Мысль	Слово	Мысль	Слово
1	ПРАВДОПОДОБИЕ	Я нелжец	Я нелжец	Я лжица	Я лжица
2	ЛОЖЬ	Я лжец	Я нелжец	Я нелжица	Я лжица
3	ИСТИНА	Я лжец	Я лжец	Я нелжица	Я нелжица
4	ОШИБКА	Я нелжец	Я лжец	Я лжица	Я нелжица

Будем считать, что термин комплексный ЛЖЕЦ соответствует событию из таблицы 1, описываемому комплексной ЛОЖЬЮ, а термин НЕЛЖЕЦ — событию, описываемому комплексной ИСТИНОЙ. Тогда парадокс лжеца решится в четырехзначной комплексной логике следующим образом.

Эпименид НЕЛЖЕЦ, если он использует мужскую ипостась мышления и, говоря «Я лжец», мыслит так же. Если Эпименид использует женскую ипостась мышления и говорит «Я лжица», а мыслит «Я нелжица», то он ЛЖИЦА. Как следует из табл.1, возможны еще две комплексные ситуации — ПРАВДОПОДОБИЕ и ОШИБКА.

В 9-значной комплексной логике событие D из (8) может принимать 9 логических состояний, собранных в табл.2. (для мужской ипостаси мышления) и в табл.3 (для женской ипостаси мышления). При этом объектами выступают не только мысль и слово, но и их восприятие самим субъектом.

Будем считать, что термин гипердействительный ЛЖЕЦ’ (ЛЖИЦА’) соответствует событиям табл. 2 и 3, описываемым гипердействительной ложью ГДЛ, а термин гипердействительный НЕЛЖЕЦ’ (НЕЛЖИЦА’) соответствует гипердействительной истине ГДИ. Тогда парадокс лжеца для мужской ипостаси мышления разрешится следующим образом: Эпименид НЕЛЖЕЦ’ (событие 9 табл.3), если он, говоря «Я лжец», мыслит «Я нелжец», думает, что он мыслит, что он нелжец, и думает, что он говорит, что он лжец.

Таблица 2

Комплексное логическое событие			Мужская ипостась мышления			
№	Наименование	Формула	Мысль	Слово	Восприятие мысли	Восприятие слова
1		(1, 1)	Я лжец	Я нелжец	Я лжец	Я нелжец
2	Л, ГКЛ	(1, 0)	Я лжец	Я нелжец	Я нелжец	Я нелжец
3		(1, –1)	Я лжец	Я нелжец	Я нелжец	Я лжец
4	И, ГДЛ	(0, 1)	Я нелжец	Я нелжец	Я лжец	Я нелжец
5	П	(0, 0)	Я нелжец	Я нелжец	Я нелжец	Я нелжец
6	ГКП	(0, –1)	Я нелжец	Я нелжец	Я нелжец	Я лжец
7	ГКИ	(–1, 1)	Я нелжец	Я лжец	Я лжец	Я нелжец
8	О	(–1, 0)	Я нелжец	Я лжец	Я нелжец	Я нелжец
9	ГДИ, ГКО	(–1, –1)	Я нелжец	Я лжец	Я нелжец	Я лжец

Таблица 3

Комплексное логическое событие			Женская ипостась мышления			
№	Наименование	Формула	Мысль	Слово	Восприятие мысли	Восприятие слова
1		(1, 1)	Я нелжица	Я лжица	Я нелжица	Я лжица
2	Л, ГКЛ	(1, 0)	Я нелжица	Я лжица	Я лжица	Я лжица
3		(1, –1)	Я нелжица	Я лжица	Я лжица	Я нелжица
4	И, ГДЛ	(0, 1)	Я лжица	Я лжица	Я нелжица	Я лжица
5	П	(0, 0)	Я лжица	Я лжица	Я лжица	Я лжица
6	ГКП	(0, –1)	Я лжица	Я лжица	Я лжица	Я нелжица
7	ГКИ	(–1, 1)	Я лжица	Я нелжица	Я нелжица	Я лжица
8	О	(–1, 0)	Я лжица	Я нелжица	Я лжица	Я лжица
9	ГДИ, ГКО	(–1, –1)	Я лжица	Я нелжица	Я лжица	Я нелжица

Исходя из табл.3 (событие 4), для женской ипостаси мышления парадокс лжеца решается следующим образом: Эпименид – ЛЖИЦА’, если он, говоря «Я лжица», мыслит так же, однако думает, что он мыслит «Я нелжица», и думает, что говорит «Я лжица».

Заметим, что, как в этом случае, когда ГДЛ соответствует комплексной ИСТИНЕ, интерпретация одного и того же события зависит от принятой логики его анализа, что подтверждает гипотезу о двойственном характере истины. Интерпретация остальных событий описанной выше комплексной теории истины также вытекает из табл.2 и 3.

В завершение, возвращаясь к изложенной выше теории истины, отметим, что система (4) имеет еще одну (вторую) пару решений ГДИ = (0, –1); ГДЛ = (1,1), которую следует отбросить, так как ее значения противоречат, как нетрудно убедиться, табл. 2 и 3 (в этом случае для мужской ипостаси мышления решение парадокса лжеца отсутствует, а для женской ипостаси оно не имеет однозначности).

5. Заключение

Приведенное комплексное решение парадокса лжеца, на первый взгляд, может показаться моделью расслоения личности Эпименида на реальные и мнимые состояния (мысль, слово и их самовосприятие). Однако такой взгляд не учитывает наличия и свойств описанной в статье комплексной модели истины — мнимой логической единицы *i*, связывающей казалось бы несовместимые события на основе принципа двойственности.

Изложенная выше комплексная теория истины содержит в себе все три закона диалектического познания: единства и борьбы противоположностей (действительная и комплексная истина); перехода количества в качество (переход от четырехзначной к 9-значной комплексной логике); отрицания отрицания (взаимоотношения действительной и гипердействительной, комплексной и гиперкомплексной истины).

Что касается применения комплексной логики для моделирования, то она вполне пригодна для этой цели как новая математико-философская основа систем искусственного интеллекта. Особый интерес представляет приведенная мужская и женская логическая интерпретация, обобщая которую можно поставить в соответствие многозначной комплексной логике женский тип, а гипердействительной бинарной логике — мужской тип человеческого мышления.

1. Ионов А.С., Петров Г.А. // Вестник НовГУ. Сер.: Техн. науки. 2004. № 28. С.86-91.
2. Ионов А.С., Петров Г.А. // Вестник НовГУ. Сер.: Техн. Науки. 2005. № 30. С.63-65.