

А.М.Бобков, Ф.А.Груздев

**Контрольные задания по курсу  
общей физики**

ББК 22.343  
Г 30

Печатается по решению  
РИС НовГУ

Рецензент  
**Е.В. Петров**, канд. техн. наук, доцент

Контрольные задания по курсу общей физики: Методическое пособие: сост. А.М. Бобков, Ф.А. Груздев; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2010. – 92 стр.

Контрольные задания предназначены для студентов 1-3 курсов заочной формы обучения.

ББК 22.343

© Новгородский государственный  
университет, 2010  
© А.М. Бобков, Ф.А. Груздев,  
составление, 2010

**СОДЕРЖАНИЕ**

|                                        |    |
|----------------------------------------|----|
| Предисловие                            | 4  |
| 1 Общие методические указания          | 5  |
| 2 Рабочая программа по физике          | 8  |
| 3 Порядок выполнения контрольных работ | 12 |
| 4 Основы механики                      | 15 |
| 5 Молекулярная физика и термодинамика  | 27 |
| 6 Электростатика и постоянный ток      | 37 |
| 7 Электромагнетизм                     | 51 |
| 8 Оптика (волновая и квантовая)        | 61 |
| 9 Физика атома и основы физики ядра    | 73 |
| 10 Приложение                          | 83 |
| Библиографический список               | 91 |

## ПРЕДИСЛОВИЕ

Цель настоящего учебно-методического пособия оказать помощь студентам-заочникам Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого в изучении курса физики.

Основной учебный материал программы курса в пособии распределен на три раздела. В каждом из них указаны основные физические величины и законы, даны примеры решения задач и контрольное задание. Кроме того, в пособии даны общие методические указания.

В пособии учтены особенности учебных планов разных специальностей: различие в числе контрольных работ и во времени, отводимом для изучения курса общей физики. Для этого даны три варианта контрольных заданий.

## **ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ**

Учебная работа студента-заочника по изучению физики складывается из следующих основных элементов: самостоятельного изучения физики по учебным пособиям, решения задач, выполнения контрольных работ, выполнения лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

### **Самостоятельная работа по учебным пособиям**

Самостоятельная работа по учебным пособиям является основным видом работы студента-заочника. Студентам рекомендуется:

1. Изучать курс физики систематически в течение всего учебного процесса. Изучение физики в сжатые сроки перед экзаменом не даст глубоких и прочных знаний.

2. Выбрав какое-нибудь учебное пособие в качестве основного по определенной части курса физики, придерживаться данного пособия при изучении всей части курса или по крайней мере ее раздела. Замена одного пособия другим в процессе изучения может привести к утрате логической связи между отдельными вопросами. Но если основное пособие не дает полного или ясного ответа на некоторые вопросы программы, необходимо обращаться к другим учебным пособиям.

3. При чтении учебного пособия составлять конспект, в котором записывать законы и формулы, выражающие эти законы, определения физических величин и единиц их измерения, делать чертежи и решать типовые задачи.

При решении задач следует пользоваться Международной системой единиц (СИ).

4. Самостоятельную работу по изучению физики подвергать систематическому самоконтролю. Для этого после изучения очередного раздела физики следует ставить вопросы и отвечать на них. При этом надо использовать рабочую программу физики.

5. Прослушать курс лекций по физике, организуемый для студентов-заочников. Пользоваться очными консультациями преподавателей, а также путем переписки с ними.

При изучении курса физики студент встретится с большим количеством единиц измерений. Без основательного знания единиц и систем единиц, без умения пользоваться ими при решении физических задач невозможно усвоить курс физики и тем более применять физические знания на практике.

### **Решение задач**

Систематическое решение задач — необходимое условие успешного изучения курса физики. Решение задач помогает уяснить физический смысл явлений, закрепляет в памяти формулы, прививает навыки практического применения теоретических знаний.

При решении задачи необходимо выполнять следующее:

1. Указать основные законы и формулы, на которых базируется решение задачи, и дать словесную формулировку этих законов, разъяснить буквенные обозначения, употребляемые при написании формул. Если при решении задачи применяется формула, полученная для частного случая, не выражающая какой-нибудь физической величины, то ее следует вывести.

2. Дать чертеж, поясняющий содержание задачи (в тех случаях, когда это возможно); выполнять его надо аккуратно при помощи чертежных принадлежностей.

3. Решение задачи сопровождать краткими, но исчерпывающими пояснениями.

4. Решить задачу в общем виде, т. е. выразить искомую величину в буквенных обозначениях величин, заданных в условии задачи и взятых из таблицы.

Физические задачи весьма разнообразны, и дать единый рецепт их решения невозможно. Однако, как правило, физические задачи следует решать в общем виде. При этом не производятся вычисления промежуточных величин; числовые значения подставляются только в окончательную (рабочую) формулу, выражающую искомую величину.

5. Подставить в рабочую формулу размерности или сокращенные обозначения единиц и убедиться в правильности размерности искомой величины.

6. Выразить все величины, входящие в рабочую формулу, в единицах СИ и выписать их для наглядности столбиком.

7. Подставить в окончательную формулу, полученную в результате решения задачи в общем виде, числовые значения, выраженные в единицах одной системы. Несоблюдение этого правила приводит к неверному результату. Исключение из этого правила допускается лишь для тех однородных величин, которые входят в виде сомножителей в числитель и знаменатель формулы с одинаковыми показателями степени. Такие величины необязательно выражать в единицах той системы, в которой ведется решение задачи. Их можно выразить в любых, но только одинаковых единицах.

8. Вычислить величины, подставленные в формулу, руководствуясь правилами приближенных вычислений, записать в ответе числовое значение и сокращенное наименование единицы измерения искомой величины.

9. При подстановке в рабочую формулу, а также при записи ответа числовые значения величин записать как произведение десятичной дроби с одной значащей цифрой перед запятой на соответствующую степень при основании десять. Например, вместо 3520 надо записать  $3,52 \cdot 10^3$ , вместо 0,00129 записать  $1,29 \cdot 10^{-3}$  и т. д.

10. Оценить правдоподобность численного ответа. В ряде случаев такая оценка поможет обнаружить ошибочность полученного результата. Например, коэффициент полезного действия тепловой машины не может быть больше единицы, электрический заряд не может быть меньше элементарного заряда

$e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ , скорость тела не может быть больше скорости света в вакууме и т. д.

Умение решать задачи приобретается длительными и систематическими упражнениями. Чтобы научиться решать задачи и подготовиться к выполнению контрольной работы, следует после изучения очередного раздела учебника внимательно разобрать помещенные в настоящем пособии примеры решения типовых задач, а также ряд задач из задачников по физике.

### **Выполнение контрольных работ**

Выполнение контрольных работ студентом и рецензирование их преподавателем преследует две цели: во-первых, осуществление вузом контроля за работой студента; во-вторых, оказание ему помощи в вопросах, которые оказались слабо усвоенными или непонятными.

К выполнению контрольных работ по каждому разделу курса физики студент-заочник приступает только после изучения материала, соответствующего данному разделу программы, внимательного ознакомления с примерами и после решения задач, предназначенных для самостоятельного решения, приведенных в данном пособии по каждому разделу курса.

При выполнении контрольных работ студенту необходимо руководствоваться следующим:

1. Контрольные работы от первой до последней выполняются только по условиям задач данного пособия. Замена какой-либо контрольной работы другой, взятой из аналогичного пособия, но другого года издания, не допускается.

2. Контрольные работы выполняются в обычной школьной тетради, на лицевой стороне которой (на обложке) приводятся сведения по следующему образцу:

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Новгородский государственный университет  
им. Ярослава Мудрого

-----  
кафедра общей и экспериментальной физики  
контрольная работа № 1

Студента спец. 311300 «агроинженерия»

Группа 2511

Андреева Ивана Петровича

Шифр: 52005

3. Для замечаний преподавателя на страницах тетради оставляются поля. Каждая следующая задача должна начинаться с новой страницы. Условия задач переписываются полностью без сокращений.

4. Решения задач должны сопровождаться исчерпывающими, но краткими объяснениями, раскрывающими физический смысл употребляемых формул, и выполняться в соответствии с правилами, изложенными в параграфе «Решение задач».

5. В конце контрольной работы необходимо указать, каким учебником или учебным пособием студент пользовался при изучении физики (название учебника, автор, год издания). Это делается для того, чтобы рецензент в случае необходимости мог указать, что следует студенту изучить для завершения контрольной работы.

6. Высылать на рецензию следует одновременно не более одной работы.

7. После получения из вуза прорецензированной работы студент обязан выполнить указания рецензента.

8. Во избежание одних и тех же ошибок очередную работу следует высылать в вуз только по получении рецензии на предыдущую работу.

9. Если контрольная работа при рецензировании не зачтена, студент обязан представить ее на повторную рецензию, включив в нее те задачи, решения которых оказались неверными. Повторная работа представляется вместе с незачтенной работой.

10. Зачтенные контрольные работы предъявляются экзаменатору. Студент должен быть готов дать во время экзамена пояснения по существу решения задач, входящих в его контрольные работы.

## **РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ПО ФИЗИКЕ ДЛЯ СТУДЕНТОВ-ЗАОЧНИКОВ ИНЖЕНЕРНО-ТЕХНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ ВУЗОВ**

### **ОСНОВЫ МЕХАНИКИ**

Введение. Предмет физики. Механическое движение. Кинематика материальной точки. Уравнения движения. Перемещение. Скорость.

Ускорение. Нормальное и тангенциальное ускорения. Нахождение кинематических характеристик по заданным уравнениям движения. Движение тела, брошенного под углом к горизонту.

Нахождение кинематических характеристик по заданному ускорению. Виды движений. Угловая скорость и угловое ускорение. Связь линейных и угловых характеристик.

Динамика материальной точки. Законы Ньютона. Виды сил. Закон всемирного тяготения. Импульс тела. Закон сохранения импульса. Примеры проявления в природе и технике этого закона. Центр масс тела. Движение центра масс.

Работа. Работа переменной силы. Примеры вычисления работы. Кинетическая энергия материальной точки. Потенциальная энергия материальной точки в силовом поле. Закон сохранения механической энергии.

Вращательное движение твердых тел. Момент инерции материальной точки и тела. Примеры вычисления моментов инерции тел простой геометрической формы. Теорема Штейнера.

Момент силы. Основной закон динамики вращательного движения. Момент импульса материальной точки вращающегося тела. Закон сохранения момента импульса и его проявления в природе и технике.



Работа и кинетическая энергия при вращательном движении. Полная механическая энергия.

Основы релятивистской механики. Преобразования Галилея. Механический принцип относительности. Опыт Майкельсона. Постулаты Эйнштейна. Преобразования Лоренца.

Кинематические и динамические следствия из них. Взаимосвязь массы и энергии. Границы применимости классической физики.

Гармонические колебания. Характеристики гармонического колебания. Линейный гармонический осциллятор. Вид силы, вызывающий гармонические колебания. Энергия осциллятора. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний. Пружинный, физический и математический маятники.

Сложение гармонических колебаний одного направления. Сложение взаимно-перпендикулярных колебаний. Затухающие колебания. Вынужденные колебания. Резонанс.

Элементы гидродинамики. Уравнение неразрывности и Бернулли. Вязкость жидкости. Движение тел в жидкостях.

## **МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА**

Опытные газовые законы. Уравнение состояния идеального газа. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории.

Средняя энергия поступательного движения молекулы. Число степеней свободы молекулы. Полная средняя механическая энергия молекулы. Внутренняя энергия идеального газа. Работа, совершаемая газом. Примеры вычисления работ. Теплота. Первое начало термодинамики и его применение к изопроцессам. Вычисление теплостемкостей газов.

Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Работа при адиабатном процессе. Круговые процессы (циклы). Тепловые машины. Идеальная тепловая машина. Второе начало термодинамики. Энтропия.

Распределение Максвелла. Средние скорости молекул. Барометрическая формула. Распределение Больцмана. Средняя длина свободного пробега молекул. Явления переноса в газах.

## **ЭЛЕКТРОСТАТИКА**

Электрические заряды. Закон Кулона. Электрическое поле. Характеристики электрического поля и их взаимосвязь. Электрическое поле точечного заряда. Принцип суперпозиции полей.

Поток вектора напряженности электрического поля. Теорема Остроградского – Гаусса. Вычисление характеристик электрических полей некоторых заряженных тел.

Проводники в электрическом поле. Електроемкость проводников. Конденсаторы. Соединение конденсаторов. Энергия электрического поля конденсатора. Объемная плотность энергии.

Диэлектрики в электрическом поле. Электрический диполь. Поляризация диэлектриков. Диэлектрическая проницаемость вещества.

## **ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК**

Электрический ток. Характеристики тока. Источники тока. Закон Ома для однородного участка цепи. Сопротивление проводников. Закон Ома в дифференциальной форме. Закон Ома для участка цепи, содержащий ЭДС.

Разветвленные цепи. Правила Кирхгофа. Работа и мощность тока. Закон Джоуля-Ленца в интегральной и дифференциальной форме.

Классическая электронная теория металлов. Вывод законов постоянного тока на основе этой теории. Элементы квантовой теории электропроводности металлов.

Работа выхода электронов из металла. Контактная разность потенциалов. Термоэлектрические явления. Полупроводники.

## **ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ**

Магнитное поле. Сила Ампера. Индукция магнитного поля. Сила Лоренца. Движение заряженных частиц в магнитном поле.

Закон Био-Савара-Лапласа. Магнитное поле прямого и кругового токов. Магнитное поле движущегося заряда. Вихревой характер магнитного поля.

Закон полного тока. Магнитное поле соленоида и тороида. Магнитный поток.

Явление электромагнитной индукции. Закон электромагнитной индукции. Вихревое электрическое поле. Явление взаимной индукции.

Явление самоиндукции. Индуктивность. Индуктивность соленоида. Работа перемещения проводника с током и контура с током в магнитном поле. Энергия магнитного поля соленоида.

Магнитное поле в веществе. Вектор намагничивания. Магнитная восприимчивость и проницаемость. Типы магнетиков. Ферромагнетизм.

Взаимосвязь электрического и магнитного полей. Скорость распространения электрического поля. Уравнения Максвелла в интегральной форме.

Механизм образования и распространения волн в упругой среде. Продольные и поперечные волны. Электромагнитные волны. Энергия волны.

## **ВОЛНОВАЯ ОПТИКА**

Световые волны. Интерференция света. Разность фаз и оптическая разность хода. Интерференция в тонких пленках. Применение интерференции в технике. Интерферометры.

Дифракция света. Принцип Гюйгенса-Френеля. Метод зон Френеля. Дифракция от щели. Дифракционная решетка.

Поляризация света. Естественный и поляризованный свет. Поляризация при отражении и преломлении света. Закон Брюстера. Двойное лучепреломление. Дихроизм.

Призма Николя. Закон Малюса. Искусственная анизотропия. Вращение плоскости поляризации. Применение поляризации в технике.

Прохождение света через вещество. Дисперсия света. Рассеяние и поглощение света.

## **КВАНТОВАЯ ОПТИКА**

Тепловое излучение и его характеристики. Опытные законы теплового излучения. Закон Релея-Джинса “Ультрафиолетовая катастрофа”.

Гипотеза Планка. Формула Планка. Оптическая пирометрия.

Фотоэффект. Внешний фотоэффект. Уравнение Эйнштейна. Опыты Лукирского. Внутренний фотоэффект. Фотоэлементы.

Эффект Комптона и его теоретическое обоснование. Энергия, импульс и масса фотона. Корпускулярно-волновой дуализм света.

## **ФИЗИКА АТОМА И АТОМНОГО ЯДРА**

Модель атома. Постулаты Бора. Энергетический спектр водородоподобных атомов. Формула Ридберга. Спектральные серии.

Многоэлектронные атомы Зоммерфельда. Квантовые числа. Принцип Паули. Достоинства и недостатки полуклассической теории Бора-Зоммерфельда.

Гипотеза Луи де Бройля. Волны де Бройля. Опыт Девиссона и Джермера. Дифракция элементарных частиц и ее интерпретация М. Борном.

Классическое и квантовое описание движения частиц. Соотношение неопределенностей Гейзенберга. Уравнение Шредингера. Волновая функция и ее свойства.

Частица в одномерной “потенциальной яме”. Квантовый ротатор.

Строение ядра и его основные характеристики. Ядерные силы. Энергия связи атомных ядер.

Радиоактивность. Закон радиоактивного распада. Ядерные реакции. Законы сохранения в ядерных реакциях.

Элементарные частицы и их классификация. Превращения элементарных частиц. Кварки.

## **ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ**

Студенты специальностей, в учебных планах которых изучение курса общей физики предполагается в течение трех семестров, выполняют контрольные работы в соответствии с разделами курса общей физики:

- контрольная работа № 1 (основы механики, молекулярная физика и термодинамика) таблица 1;
- контрольная работа № 2 (электростатика, постоянный ток, электромагнетизм) таблица 2;
- контрольная работа № 3 (волновая оптика, квантовая оптика, физика атома и атомного ядра) таблица 3.

Студенты специальностей, в учебных планах которых изучение курса общей физики длится в течение двух семестров, выполняют контрольные работы в соответствии с разделами курса общей физики:

- контрольная работа № 1 (основы механики, молекулярная физика и термодинамика, электростатика, постоянный ток) таблица 4;
- контрольная работа № 2 (электромагнетизм, волновая оптика, квантовая оптика, физика атома и атомного ядра) таблица 5.

Студенты изучающие курс физики в течение одного семестра выполняют контрольную работу, руководствуясь таблицей 6.

Номер варианта контрольной работы определяется последней цифрой шифра, присвоенного данному студенту.

Таблица 1

| Вариант | Номера задач |      |      |      |      |      |      |      |
|---------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1       | 1.01         | 1.11 | 1.21 | 1.31 | 2.01 | 2.11 | 2.21 | 2.31 |
| 2       | 1.02         | 1.12 | 1.22 | 1.32 | 2.02 | 2.12 | 2.22 | 2.32 |
| 3       | 1.03         | 1.13 | 1.23 | 1.33 | 2.03 | 2.13 | 2.23 | 2.33 |
| 4       | 1.04         | 1.14 | 1.24 | 1.34 | 2.04 | 2.14 | 2.24 | 2.34 |
| 5       | 1.05         | 1.15 | 1.25 | 1.35 | 2.05 | 2.15 | 2.25 | 2.35 |
| 6       | 1.06         | 1.16 | 1.26 | 1.36 | 2.06 | 2.16 | 2.26 | 2.36 |
| 7       | 1.07         | 1.17 | 1.27 | 1.37 | 2.07 | 2.17 | 2.27 | 2.37 |
| 8       | 1.08         | 1.18 | 1.28 | 1.38 | 2.08 | 2.18 | 2.28 | 2.38 |
| 9       | 1.09         | 1.19 | 1.29 | 1.39 | 2.09 | 2.19 | 2.29 | 2.39 |
| 0       | 1.10         | 1.20 | 1.30 | 1.40 | 2.10 | 2.20 | 2.30 | 2.40 |

Таблица 2

| Вари-<br>ант | Номера задач |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1            | 3.01         | 3.11 | 3.21 | 3.31 | 4.01 | 4.11 | 4.21 | 4.31 |
| 2            | 3.02         | 3.12 | 3.22 | 3.32 | 4.02 | 4.12 | 4.22 | 4.32 |
| 3            | 3.03         | 3.13 | 3.23 | 3.33 | 4.03 | 4.13 | 4.23 | 4.33 |
| 4            | 3.04         | 3.14 | 3.24 | 3.34 | 4.04 | 4.14 | 4.24 | 4.34 |
| 5            | 3.05         | 3.15 | 3.25 | 3.35 | 4.05 | 4.15 | 4.25 | 4.35 |
| 6            | 3.06         | 3.16 | 3.26 | 3.36 | 4.06 | 4.16 | 4.26 | 4.36 |
| 7            | 3.07         | 3.17 | 3.27 | 3.37 | 4.07 | 4.17 | 4.27 | 4.37 |
| 8            | 3.08         | 3.18 | 3.28 | 3.38 | 4.08 | 4.18 | 4.28 | 4.38 |
| 9            | 3.09         | 3.19 | 3.29 | 3.39 | 4.09 | 4.19 | 4.29 | 4.39 |
| 0            | 3.10         | 3.20 | 3.30 | 3.40 | 4.10 | 4.20 | 4.30 | 4.40 |

Таблица 3

| Вари-<br>ант | Номера задач |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1            | 5.01         | 5.11 | 5.21 | 5.31 | 6.01 | 6.11 | 6.21 | 6.31 |
| 2            | 5.02         | 5.12 | 5.22 | 5.32 | 6.02 | 6.12 | 6.22 | 6.32 |
| 3            | 5.03         | 5.13 | 5.23 | 5.33 | 6.03 | 6.13 | 6.23 | 6.33 |
| 4            | 5.04         | 5.14 | 5.24 | 5.34 | 6.04 | 6.14 | 6.24 | 6.34 |
| 5            | 5.05         | 5.15 | 5.25 | 5.35 | 6.05 | 6.15 | 6.25 | 6.35 |
| 6            | 5.06         | 5.16 | 5.26 | 5.36 | 6.06 | 6.16 | 6.26 | 6.36 |
| 7            | 5.07         | 5.17 | 5.27 | 5.37 | 6.07 | 6.17 | 6.27 | 6.37 |
| 8            | 5.08         | 5.18 | 5.28 | 5.38 | 6.08 | 6.18 | 6.28 | 6.38 |
| 9            | 5.09         | 5.19 | 5.29 | 5.39 | 6.09 | 6.19 | 6.29 | 6.39 |
| 0            | 5.10         | 5.20 | 5.30 | 5.40 | 6.10 | 6.20 | 6.30 | 6.40 |

Таблица 4

| Вари-<br>ант | Номера задач |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1            | 1.01         | 1.11 | 1.21 | 1.31 | 2.01 | 2.11 | 2.31 | 3.11 | 3.21 | 3.31 |
| 2            | 1.02         | 1.12 | 1.22 | 1.32 | 2.02 | 2.12 | 2.32 | 3.12 | 3.22 | 3.32 |
| 3            | 1.03         | 1.13 | 1.23 | 1.33 | 2.03 | 2.13 | 2.33 | 3.13 | 3.23 | 3.33 |
| 4            | 1.04         | 1.14 | 1.24 | 1.34 | 2.04 | 2.14 | 2.34 | 3.14 | 3.24 | 3.34 |
| 5            | 1.05         | 1.15 | 1.25 | 1.35 | 2.05 | 2.15 | 2.35 | 3.15 | 3.25 | 3.35 |
| 6            | 1.06         | 1.16 | 1.26 | 1.36 | 2.06 | 2.16 | 2.36 | 3.16 | 3.26 | 3.36 |
| 7            | 1.07         | 1.17 | 1.27 | 1.37 | 2.07 | 2.17 | 2.37 | 3.17 | 3.27 | 3.37 |
| 8            | 1.08         | 1.18 | 1.28 | 1.38 | 2.08 | 2.18 | 2.38 | 3.18 | 3.28 | 3.38 |
| 9            | 1.09         | 1.19 | 1.29 | 1.39 | 2.09 | 2.19 | 2.39 | 3.19 | 3.29 | 3.39 |

|   |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 0 | 1.10 | 1.20 | 1.30 | 1.40 | 2.10 | 2.20 | 2.40 | 3.20 | 3.30 | 3.40 |
|---|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|

Таблица 5

| Вари-<br>ант | Номера задач |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1            | 4.01         | 4.11 | 4.21 | 4.31 | 5.01 | 5.21 | 5.31 | 6.01 | 6.21 | 6.31 |
| 2            | 4.02         | 4.12 | 4.22 | 4.32 | 5.02 | 5.22 | 5.32 | 6.02 | 6.22 | 6.32 |
| 3            | 4.03         | 4.13 | 4.23 | 4.33 | 5.03 | 5.23 | 5.33 | 6.03 | 6.23 | 6.33 |
| 4            | 4.04         | 4.14 | 4.24 | 4.34 | 5.04 | 5.24 | 5.34 | 6.04 | 6.24 | 6.34 |
| 5            | 4.05         | 4.15 | 4.25 | 4.35 | 5.05 | 5.25 | 5.35 | 6.05 | 6.25 | 6.35 |
| 6            | 4.06         | 4.16 | 4.26 | 4.36 | 5.06 | 5.26 | 5.36 | 6.06 | 6.26 | 6.36 |
| 7            | 4.07         | 4.17 | 4.27 | 4.37 | 5.07 | 5.27 | 5.37 | 6.07 | 6.27 | 6.37 |
| 8            | 4.08         | 4.18 | 4.28 | 4.38 | 5.08 | 5.28 | 5.38 | 6.08 | 6.28 | 6.38 |
| 9            | 4.09         | 4.19 | 4.29 | 4.39 | 5.09 | 5.29 | 5.39 | 6.09 | 6.29 | 6.39 |
| 0            | 4.10         | 4.20 | 4.30 | 4.40 | 5.10 | 5.30 | 5.40 | 6.10 | 6.30 | 6.40 |

Таблица 6

| Вари-<br>ант | Номера задач |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |      |
|--------------|--------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| 1            | 1.01         | 1.11 | 1.21 | 2.01 | 2.21 | 3.11 | 3.21 | 4.01 | 4.21 | 5.21 | 6.01 | 6.31 |
| 2            | 1.02         | 1.12 | 1.22 | 2.02 | 2.22 | 3.12 | 3.22 | 4.02 | 4.22 | 5.22 | 6.02 | 6.32 |
| 3            | 1.03         | 1.13 | 1.23 | 2.03 | 2.23 | 3.13 | 3.23 | 4.03 | 4.23 | 5.23 | 6.03 | 6.33 |
| 4            | 1.04         | 1.14 | 1.24 | 2.04 | 2.24 | 3.14 | 3.24 | 4.04 | 4.24 | 5.24 | 6.04 | 6.34 |
| 5            | 1.05         | 1.15 | 1.25 | 2.05 | 2.25 | 3.15 | 3.25 | 4.05 | 4.25 | 5.25 | 6.05 | 6.35 |
| 6            | 1.06         | 1.16 | 1.26 | 2.06 | 2.26 | 3.16 | 3.26 | 4.06 | 4.26 | 5.26 | 6.06 | 6.36 |
| 7            | 1.07         | 1.17 | 1.27 | 2.07 | 2.27 | 3.17 | 3.27 | 4.07 | 4.27 | 5.27 | 6.07 | 6.37 |
| 8            | 1.08         | 1.18 | 1.28 | 2.08 | 2.28 | 3.18 | 3.28 | 4.08 | 4.28 | 5.28 | 6.08 | 6.38 |
| 9            | 1.09         | 1.19 | 1.29 | 2.09 | 2.29 | 3.19 | 3.29 | 4.09 | 4.29 | 5.29 | 6.09 | 6.39 |
| 0            | 1.10         | 1.20 | 1.30 | 2.10 | 2.30 | 3.20 | 3.30 | 4.10 | 4.30 | 5.30 | 6.10 | 6.40 |

# ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

## Физические величины и законы

представим в виде таблицы

Таблица 1

| Поступательное движение                                                                                                                                                                                        |  | Вращательное движение                                                                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                  |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| КИНЕМАТИКА                                                                                                                                                                                                     |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| Равномерное движение                                                                                                                                                                                           |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| Путь $s = Vt$ , м<br>Скорость $V = Const$ , м/с<br>Ускорение $a = 0$ , м/с <sup>2</sup>                                                                                                                        |  | Угловой путь $\varphi = \omega t$ , рад<br>Угловая скорость $\omega = Const$ , рад/с<br>Угловое ускорение $\varepsilon = 0$ , рад/с <sup>2</sup>                                                                                                                                      |                                                                                                                  |
| Равнопеременное движение                                                                                                                                                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| $S = V_0t + \frac{at^2}{2}$<br>$V = V_0 + at$<br>$a = Const$                                                                                                                                                   |  | $\varphi = \omega_0t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$<br>$\omega = \omega_0 + \varepsilon t$<br>$\varepsilon = Const$                                                                                                                                                                     |                                                                                                                  |
| Произвольное движение                                                                                                                                                                                          |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| $S = S(t)$<br>$V = S'(t)$<br>Тангенциальное ускорение $a_\tau = V'(t)$<br>Нормальное ускорение $a_n = \frac{V^2}{R}$<br>$R$ – радиус кривизны траектории<br>Полное ускорение $a = \sqrt{a_\tau^2 + a_n^2}$     |  | $\varphi = \varphi(t)$<br>$\omega = \varphi'(t)$<br>$\varepsilon = \omega'(t)$                                                                                                                                                                                                        | $\varphi = \frac{S}{R}$<br>$\omega = \frac{V}{R}$<br>$\varepsilon = \frac{a_\tau}{R}$<br>$R$ – радиус окружности |
| ДИНАМИКА                                                                                                                                                                                                       |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| Основные величины                                                                                                                                                                                              |  |                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                  |
| Масса тела $m$ , кг<br><br><br><br>Сила $F$ , н<br>Сила тяжести $F = mg$<br>Ускорение свободного падения $g = 9,81$ , м/с <sup>2</sup><br>Сила упругости $F = -\kappa x$ ,<br>$\kappa$ – коэффициент жесткости |  | Момент инерции $I$ , кг·м <sup>2</sup><br>Для некоторых тел относительно оси симметрии<br>Тонкий стержень длины $l$ $I = \frac{1}{12} ml^2$<br>Сплошной диск (цилиндр) $I = \frac{1}{2} mR^2$<br><br>Шар $I = \frac{2}{5} mR^2$<br><br><br>Момент силы $M$ , н·м<br>$M = F \cdot h$ , |                                                                                                                  |

|                                                                                                                  |                                                                 |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $x$ – величина деформации<br>Сила трения $F = \mu N$ ,<br>$\mu$ – коэффициент трения<br>$N$ – сила реакции опоры | $h$ – плечо силы – расстояние от оси до линии действия силы $F$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------|

## Продолжение таблицы 1

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Импульс тела $\vec{P} = m\vec{V}$ , $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}}{\text{с}}$<br><br>Работа силы $A = F \cdot S \cdot \cos \alpha$ , Дж<br>Работа переменной силы<br>$A = \int_{S_1}^{S_2} F(\cos \alpha) \cdot dS$<br><br>Кинетическая энергия тела $W_k = \frac{mV^2}{2}$<br><br>Потенциальная энергия тела:<br>1). в поле тяжести:<br>а). $h \ll R_3$ $W_{\text{ном}} = mgh$<br>б). $h$ – любое $W_{\text{ном}} = -C_T \frac{M_3 m}{R_3 + h}$ ,<br>$M_3, R_3$ – масса и радиус Земли<br>$C_T$ – гравитационная постоянная<br>2). в поле упругих сил $W_{\text{ном}} = \frac{kx^2}{2}$ | Момент импульса $\vec{L}$<br>Для вращающегося тела $\vec{L} = I \cdot \vec{\omega}$ , $\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2}{\text{с}}$<br><br>Работа момента силы $A = M \cdot \varphi$ , Дж<br>$A = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} M d\varphi$<br><br>Кинетическая энергия вращающегося тела<br>$W_{\text{квр}} = \frac{I\omega^2}{2}$ |
| <u><b>Законы</b></u>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Второй закон Ньютона $\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m\vec{a}$<br><br>Закон сохранения импульса<br>$\sum_{i=1}^N m_i \vec{V}_i = \text{const}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | Основной закон динамики вращательного движения $\sum_{i=1}^N \vec{M}_i = I \vec{\varepsilon}$<br><br>Закон сохранения момента импульса<br>$\sum_{i=1}^N I_i \vec{\omega}_i = \text{const}$                                                                                                                                         |
| Закон сохранения энергии в механике<br>$W_{\text{ном}} + W_k + W_{\text{квр}} = \text{const}$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| <b>ГАРМОНИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| Уравнение гармонических колебаний $X = A \cos(\omega t + \varphi_0)$<br>Вид силы, вызывающий гармонические колебания<br>$F = -kx ; k = m\omega^2$<br>Полная энергия колеблющейся материальной точки массы $m$<br>$W = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2 ; \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu ,$<br>где $x$ – смещение; $A$ – амплитуда колебания ( $x_{\text{max}}$ );<br>$\omega t + \varphi_0 = \varphi$ – фаза колебания; $\varphi_0$ – начальная фаза;<br>$\omega$ – циклическая частота; $T$ – период колебаний; $\nu$ – частота.                                                             |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |



### Период колебаний физического маятника

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgd}},$$

где  $I$  – момент инерции маятника относительно оси колебаний;

$d$  – расстояние от оси колебаний до центра тяжести;

$g$  – ускорение свободного падения;  $m$  – масса маятника.

**Пример 1.** Колесо вращается с постоянным угловым ускорением  $2 \text{ рад/с}^2$ . Через  $0,5 \text{ с}$  после начала движения полное ускорение точек обода колеса  $13,6 \text{ см/с}^2$ . Найти радиус колеса.

Дано:  $\varepsilon = 2 \text{ рад/с}^2$ ;  $V_0 = 0$ ;

$t = 0,5 \text{ с}$ ;

$a = 13,6 \text{ см/с}^2 = 0,136 \text{ м/с}^2$ .

Найти:  $R$ .

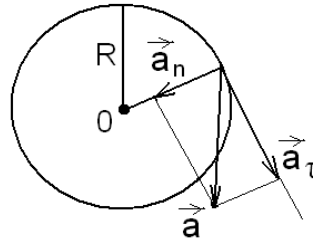


Рисунок 1.

**Решение.** Полное ускорение точек обода  $a = \sqrt{a_n^2 + a_\tau^2}$ .

Отсюда  $a_n^2 + a_\tau^2 = a^2$ . (1.1)

Нормальное ускорение  $a_n = \frac{V^2}{R}$ .

Так как движение равнопеременное ( $\varepsilon = \text{const}$ ,  $a_\tau = \text{const}$ ),

то  $V = V_0 + a_\tau \cdot t$ .

В нашем случае  $V_0 = 0$  и  $V = a_\tau t$ .

Таким образом  $a_n = \frac{a_\tau^2 t^2}{R}$ .

Тангенциальное ускорение связано с угловым

$$a_\tau = \varepsilon R. \quad (1.2)$$

Тогда  $a_n = \frac{\varepsilon^2 R^2 t^2}{R} = \varepsilon^2 t^2 R$ . (1.3)

Подставим формулы (1.2) и (1.3) в формулу (1.1):

$$\varepsilon^4 t^4 R^2 + \varepsilon^2 R^2 = a^2.$$

Отсюда  $R = \frac{a}{\varepsilon \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4}}$ .

Подставляя заданные численные значения величин, получим

$$R = \frac{0,136}{2 \cdot \sqrt{1 + 2^2 \cdot (0,5)^4}} = 6 \cdot 10^{-2} (\text{м}).$$

**Пример 2.** Молот массой  $m = 10 \text{ кг}$  ударяет по небольшому куску мягкого железа, лежащему на наковальне. Масса наковальни  $M = 0,4 \text{ т}$ . Определить к. п. д. удара молота при данных условиях. Удар считать неупругим. Полезной в данном случае является энергия, пошедшая на деформацию куска железа.

Дано:  $m = 10 \text{ кг}$ ;  $M = 0,4 \text{ т} = 4 \cdot 10^2 \text{ кг}$ .

Найти:  $\eta$ .

Решение. По определению

$$\eta = \frac{A_{\text{полезн.}}}{A_{\text{затрач.}}} \quad (2.1)$$

В нашем случае затраченная работа равна кинетической энергии молота перед ударом

$$A_{\text{затрач.}} = W_k = \frac{mV_1^2}{2}, \quad (2.2)$$

где  $V_1$  – скорость молота непосредственно перед ударом по железу.

Полезная же работа по закону сохранения энергии равна разности между кинетической энергией молота до удара и кинетической энергией системы – молот + наковальня – после удара.

$$A_{\text{полезн.}} = \frac{mV_1^2}{2} - \frac{(m+M)V_2^2}{2}. \quad (2.3)$$

Массой небольшого куска железа пренебрегаем. Для определения скорости  $V_2$  молота и наковальни после удара воспользуемся законом сохранения импульса.

В нашем случае имеем

$$\vec{mV_1} = \vec{(m+M)V_2}.$$

В скалярном виде

$$mV_1 = (m+M)V_2.$$

Отсюда

$$V_2 = \frac{mV_1}{m+M}.$$

Подставляя это выражение в формулу (2.3), получим

$$A_{\text{полезн.}} = \frac{mV_1^2}{2} - \frac{(m+M) \cdot m^2 V_1^2}{2 \cdot (m+M)^2} = \frac{mV_1^2 M}{2(m+M)}. \quad (2.4)$$

Подставим формулы (2.4) и (2.2) в исходную формулу (2.1)

$$\eta = \frac{mV_1^2 M \cdot 2}{2(m+M) \cdot mV_1^2} = \frac{M}{m+M}.$$

Подставим численное значение величин

$$\eta = \frac{400}{10+400} = 0,975; \quad \eta = 97,5\%.$$

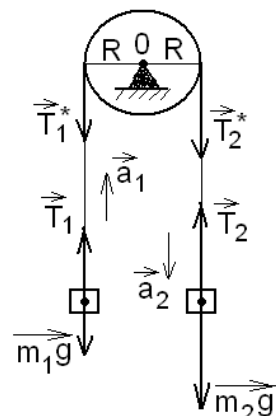
**Пример 3.** Через неподвижный блок массой  $m = 0,2 \text{ кг}$  перекинут шнур, к концам которого подвешены грузы массами  $m_1 = 0,3 \text{ кг}$  и  $m_2 = 0,5 \text{ кг}$ .

Определить силы натяжения шнура  $T_1$  и  $T_2$  по обе стороны блока во время движения грузов, если массу блока можно считать равномерно распределенной по ободу.

Дано:  $m = 0,2 \text{ кг}$ ;  $m_1 = 0,3 \text{ кг}$ ;  $m_2 = 0,5 \text{ кг}$ .

Найти:  $T_1$ ,  $T_2$ .

Решение. Два тела  $m_1$  и  $m_2$  движутся поступательно. Воспользуемся вторым законом Ньютона



$$\sum_{i=1}^N \vec{F}_i = m\vec{a}.$$

Для первого тела имеем

$$\vec{T}_1 + \vec{m_1 g} = m_1 \vec{a}_1.$$

Рисунок 2.

В скалярном виде (выбираем положительным направление движения вверх)

$$T_1 - m_1 g = m_1 a. \quad (3.1)$$

Для второго тела

$$\vec{T}_2 + \vec{m_2 g} = m_2 \vec{a}_2.$$

Выбираем положительным направление движения вниз

$$m_2 g - T_2 = m_2 a. \quad (3.2)$$

Мы учли, что  $|\vec{a}_1| = |\vec{a}_2| = a$ .

Третье тело – блок – вращается.

Воспользуемся основным законом динамики вращательного движения

$$\sum \vec{M}_i = I \vec{\varepsilon}.$$

В нашем случае

$$\vec{M}_1 + \vec{M}_2 = I \vec{\varepsilon}.$$

Считая положительным направление вращения по часовой стрелке, получаем

$$M_2 - M_1 = I \varepsilon.$$

Учитывая, что

$$M_1 = T_1^* R; M_2 = T_2^* R; I_{\text{обода}} = mR^2; \varepsilon = \frac{a}{R},$$

получаем  $T_2^* R - T_1^* R = mR^2 \cdot \frac{a}{R},$

то есть  $T_2^* - T_1^* = ma.$

Согласно третьему закону Ньютона с учетом невесомости шнура

$$T_2^* = T_2 \text{ и } T_1^* = T_1.$$

Таким образом

$$T_2 - T_1 = ma \quad (3.3)$$

Итак, получили систему трех уравнений с тремя неизвестными:  $a, T_1$  и  $T_2$

$$\begin{cases} T_1 - m_1 g = m_1 a, \\ m_2 g - T_2 = m_2 a, \\ T_2 - T_1 = ma. \end{cases}$$

Сложив, соответственно, левые и правые стороны уравнений, находим

$$(m_2 - m_1)g = (m_1 + m_2 + m)a.$$

Отсюда

$$a = \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m}. \quad (3.4)$$

Подставляя формулу (3.4) в первое уравнение системы, находим

$$T_1 = m_1 \left[ g + \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} \right] = m_1 g \left( 1 + \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m} \right).$$

После подстановки численных значений

$$T_1 = 0,3 \cdot 10 \left( 1 + \frac{0,5 - 0,3}{0,3 + 0,5 + 0,2} \right) = 3,6 \text{ (н)}.$$

Соответственно, второе уравнение системы с учетом формулы (3.4) примет вид

$$T_2 = m_2 \left[ g - \frac{(m_2 - m_1)g}{m_1 + m_2 + m} \right] = m_2 g \left( 1 - \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2 + m} \right).$$

$$T_2 = 0,5 \cdot 10 \left( 1 - \frac{0,5 - 0,3}{0,3 + 0,5 + 0,2} \right) = 4 \text{ (н)}.$$

**Пример 4.** На краю горизонтальной платформы, имеющей форму диска радиусом  $R = 2\text{ м}$ , стоит человек. Масса платформы  $M = 200\text{ кг}$ , масса человека  $m = 80\text{ кг}$ . Платформа может вращаться вокруг вертикальной оси, проходящей через ее центр. Пренебрегая трением, найти, с какой угловой скоростью будет вращаться платформа, если человек будет идти вдоль ее края со скоростью  $\mathcal{V} = 2\text{ м/с}$  относительно платформы.

Дано:  $R = 2\text{ м}$ ;

$M = 200\text{ кг}$ ;

$m = 80\text{ кг}$ ;

$V_{\text{отн}} = 2\text{ м/с}$ .

Найти:  $\omega_2$ .

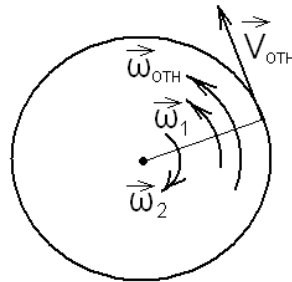


Рисунок 3.

**Решение.** Воспользуемся законом сохранения момента импульса

$$\sum_{i=1}^N \vec{I}_i \vec{\omega}_i = \text{const}.$$

В нашем случае

$$I_1 \vec{\omega}_1 + I_2 \vec{\omega}_2 = 0,$$

так как в начале ни человек, ни платформа не двигались.

В скалярном виде, считая положительным направление движения человека, получим

$$I_1 \omega_1 - I_2 \omega_2 = 0. \quad (4.1)$$

Моменты инерции человека  $I_1$  и платформы  $I_2$  относительно оси вращения, соответственно, равны

$$I_1 = mR^2; \quad I_2 = \frac{1}{2} MR^2. \quad (4.2)$$

Угловая скорость  $\omega_1$  человека относительно Земли есть

$$\omega_1 = \omega_{\text{отн.}} - \omega_2$$

и так как

$$\omega_{\text{отн.}} = \frac{V_{\text{отн.}}}{R},$$

то 
$$\omega_1 = \frac{V_{отн.}}{R} - \omega_2. \quad (4.3)$$

Подставим формулы (4.3) и (4.2) в формулу (4.1)

$$mR^2 \left( \frac{V_{отн.}}{R} - \omega_2 \right) - \frac{1}{2} MR^2 \cdot \omega_2 = 0.$$

Отсюда 
$$\omega_2 = \frac{mV_{отн.}}{R(m + 0,5M)}.$$

Подставляем численные значения

$$\omega_2 = \frac{80 \cdot 2}{2(80 + 0,5 \cdot 200)} = 0,44 (\text{рад/с}).$$

**Пример 5.** Вагон массой  $m = 40 \text{ т}$  движется на упор со скоростью  $V = 0,1 \text{ м/с}$ . При полном торможении вагона буферные пружины сжимаются на  $\Delta l = 10 \text{ см}$ . Определить максимальную силу  $F_{\text{макс}}$  сжатия буферных пружин и продолжительность  $\Delta t$  торможения.

Дано:  $m = 40 \text{ т} = 4 \cdot 10^4 \text{ кг}$ ;

$V = 0,1 \text{ м/с}$ ;  $\Delta l = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ .

Найти:  $F_{\text{макс}}$  и  $\Delta t$ .

*Решение.* При сжатии пружин сила сжатия определяется их силой упругости

$$F = -F_{\text{упр.}} = \kappa x,$$

где  $x$  – величина сжатия;  $\kappa$  – коэффициент жесткости пружин.

Соответственно, искомая сила максимального сжатия

$$F_{\text{макс}} = \kappa \Delta l. \quad (5.1)$$

По закону сохранения энергии кинетическая энергия вагона при остановке перейдет в потенциальную энергию сжатия пружин

$$\frac{mV^2}{2} = \frac{\kappa \Delta l^2}{2}.$$

Отсюда 
$$\kappa = \frac{mV^2}{\Delta l^2}.$$

Подставляя выражение для « $\kappa$ » в формулу (5.1), получим

$$F_{\text{макс}} = \frac{mV^2}{\Delta l}.$$

Вычисляем 
$$F_{\text{макс}} = \frac{4 \cdot 10^4 (0,1)^2}{0,1} = 4 \cdot 10^3 (\text{Н}).$$

Для нахождения времени сжатия пружин используем то, что под действием сил упругости смещение  $x$  вагона определяется гармоническим законом

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

а скорость вагона соответственно

$$V = x' = -A\omega \sin(\omega t + \varphi_0).$$

В начальный момент сжатия  $t_0 = 0$  было

$$\begin{cases} 0 = A \cos \varphi_0, \end{cases}$$

$$V = -A\omega \sin \varphi_0.$$

Отсюда

$$\varphi_0 = -\frac{\pi}{2}; \quad \omega = \frac{V}{A}. \quad (5.3)$$

При остановке через  $\Delta t = t - t_0 = t$  имеем

$$\begin{cases} \Delta l = A \cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \\ 0 = -A\omega \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right). \end{cases}$$

Отсюда

$$\omega t - \frac{\pi}{2} = 0. \quad (5.4)$$

$$A = \Delta l. \quad (5.5)$$

Подставляя в формулу (5.4) выражение (5.3) с учетом формулы (5.5) получим

$$\frac{V}{\Delta l} \cdot t - \frac{\pi}{2} = 0.$$

Окончательно

$$t = \frac{\pi \Delta l}{2V}.$$

$$\Delta t = t = \frac{3,14 \cdot 0,1}{2 \cdot 0,1} = 1,57(c).$$

**Пример 6.** На концах стержня массой 1 кг и длиной 40 см укреплены одинаковые грузы массами 400 г по одному на каждом конце. Стержень с грузами колеблется около оси, проходящей через точку, удаленную на 10 см от одного из концов стержня. Определить период колебаний стержня.

Дано:  $m_{ст.} = 1 \text{ кг};$

$$m_1 = m_2 = 0,4 \text{ кг};$$

$$l = 40 \text{ см} = 0,4 \text{ м};$$

$$l_1 = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}.$$

Найти:  $T$ .

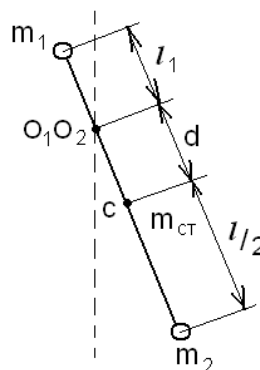


Рисунок 4.

**Решение.** Период колебаний физического маятника (а это – любое тело, колеблющееся около оси, не проходящей через центр тяжести) определяется формулой

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m_0 g d}}, \quad (6.1)$$

где  $d$  – расстояние от оси колебаний до центра тяжести маятника. В нашем случае

$$d = \frac{l}{2} - l_1 = \frac{0,4}{2} - 0,1 = 0,1(\text{м}). \quad (6.2)$$

$m_0$  – общая масса маятника .

$$m_0 = m_1 + m_2 + m_{cm} = 2m + m_{cm}. \quad (6.3)$$

$g$  – ускорение свободного падения.

$I$  – момент инерции маятника относительно оси колебаний

$$I = I_1 + I_2 + I_{cm}. \quad (6.4)$$

Моменты инерции грузиков, как материальных точек, равны

$$I_1 = ml_1^2; \quad I_2 = ml_2^2 = m(l - l_1)^2. \quad (6.5)$$

Моменты инерции стержня находим, используя теорему Штейнера-Гюй-генса

$$I = I_0 + md^2.$$

Момент инерции  $I_0$  стержня относительно оси, проходящей через центр тяжести, равен  $I_0 = \frac{1}{12} m_{cm} l^2$  и, значит,

$$I_{cm} = \frac{1}{12} m_{cm} l^2 + m_{cm} d^2 = m_{cm} \left( \frac{l^2}{12} + d^2 \right). \quad (6.6)$$

Подставляя формулы (6.5) и (6.6) в выражение (6.4) находим

$$I = ml_1^2 + m(l - l_1)^2 + m_{cm} \left( \frac{l^2}{12} + d^2 \right).$$

И, подставляя это выражение вместе с формулой (6.3) в выражение (6.1), окончательно получаем

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m[l_1^2 + (l - l_1)^2] + m_{cm} \left( \frac{l^2}{12} + d^2 \right)}{(2m + m_{cm})gd}}.$$

Вычисляем

$$T = 2 \cdot 3,14 \sqrt{\frac{0,4[0,1^2 + (0,4 - 0,1)^2] + 1 \left( \frac{0,4^2}{12} + 0,1^2 \right)}{(2 \cdot 0,4 + 1) \cdot 10 \cdot 0,1}} = 1,18(c).$$

$$T = 1,18c.$$

## Задачи

1.01. Колесо радиусом  $R = 0,3m$  вращается согласно уравнению

$\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 1 \text{ рад/с}$ ;  $B = 0,1 \text{ рад/с}^3$ . Определить полное ускорение точек на окружности колеса в момент времени  $t = 2c$ .

1.02. Движения двух материальных точек выражаются уравнениями

$x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$  и  $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$ , где  $A_1 = 20m$ ;  $B_1 = 2m/c$ ;  $C_1 = -4m/c^2$ ;  $A_2 = 2m$ ;  $B_2 = 2m/c$ ;  $C_2 = 0,5m/c^2$ . В какой момент времени скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

1.03. Материальная точка движется по окружности радиуса  $R = 2m$  согласно уравнению  $s = At + Bt^3$ , где  $A = 8m/c$ ;  $B = -0,2m/c^3$ . Найти скорость  $\mathcal{V}$ , тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения в момент времени

$t = 3\text{с}$ .

1.04. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 3\text{м/с}$ ;  $B = 0,06\text{м/с}^3$ . Найти скорость  $\mathcal{V}$  и ускорение точки в моменты времени  $t_1 = 0$  и  $t_2 = 3\text{с}$ . Каковы средние значения скорости и ускорения за первые  $3\text{с}$  движения?

1.05. Точка движется по прямой согласно уравнению  $x = At + Bt^3$ , где  $A = 6\text{м/с}$ ;  $B = 0,125\text{м/с}^3$ . Определить среднюю скорость  $\langle \frac{\Delta s}{\Delta t} \rangle$  точки в интервале времени от  $t_1 = 2\text{с}$  до  $t_2 = 6\text{с}$ .

1.06. Две материальные точки движутся согласно уравнениям  $x_1 = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$  и  $x_2 = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$ , где  $A_1 = 10\text{м}$ ;  $B_1 = 32\text{м/с}$ ;  $C_1 = -3\text{м/с}^2$ ;  $A_2 = 5\text{м}$ ;  $B_2 = 5\text{м/с}$ ;  $C_2 = 5\text{м/с}^2$ . В какой момент времени скорости этих точек одинаковы? Чему равны скорости и ускорения точек в этот момент?

1.07. Диск радиусом  $R = 0,2\text{м}$  вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $A = 3\text{рад}$ ;  $B = -1\text{рад/с}$ ;  $C = 0,1\text{рад/с}^3$ . Определить тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точек на окружности диска для момента времени  $t = 10\text{с}$ .

1.08. По дуге окружности радиуса  $R = 10\text{м}$  вращается точка. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки  $a_n = 4,9\text{м/с}^2$ , вектор полного ускорения образует в этот момент с вектором нормального ускорения угол  $\alpha = 60^\circ$ . Найти скорость  $\mathcal{V}$  и тангенциальное ускорение  $a_\tau$  точки.

1.09. Точка движется по окружности с  $R = 0,2\text{м}$  с тангенциальным ускорением  $a_\tau = 5\text{см/с}^2$ . Через сколько времени после начала движения нормальное ускорение  $a_n$  станет вдвое больше тангенциального.

1.10. Колесо вращается так, что зависимость угла поворота колеса от времени дается уравнением  $\varphi = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$ , где  $B = 1\text{рад/с}$ ,  $C = 1\text{рад/с}^2$  и  $D = 1\text{рад/с}^3$ . Найти радиус колеса, если известно, что к концу второй секунды движения нормальное ускорение точек, лежащих на ободе колеса, равно  $a_n = 3,46 \cdot 10^2\text{м/с}^2$ .

1.11. Тело массой  $3\text{кг}$  поднимают вертикально с ускорением  $4\text{м/с}^2$ . При этом совершается работа  $126\text{Дж}$ . На какую высоту подняли тело?

1.12. К шнуру подвешена гиря. Гирю отвели в сторону так, что шнур принял горизонтальное положение, и отпустили. Масса гири  $0,5\text{кг}$ . Определить силу натяжения в момент прохождения гирей положения равновесия.

1.13. Абсолютно упругий шар массой  $m_1 = 1,8\text{кг}$  сталкивается с покоящимся упругим шаром большей массы. В результате центрального прямого удара шар потерял  $36\%$  своей кинетической энергии. Определить массу  $m_2$  большего шара.



1.14. Боек свайного молота массой  $m_1 = 0,6\text{ т}$  падает с некоторой высоты на сваю массой  $m_2 = 150\text{ кг}$ . Найти к. п. д. бойка, считая удар неупругим. Полезной считать энергию, пошедшую на углубление сваи.

1.15. Шарик массой  $m = 100\text{ г}$  свободно падает с высоты  $h_1 = 1\text{ м}$  на стальную плиту и подпрыгивает на высоту  $h_2 = 0,5\text{ м}$ . Определить импульс  $p$  (по величине и направлению), сообщенный плитой шарiku.

1.16. Шар массой  $m_1 = 5\text{ кг}$  движется со скоростью  $\mathcal{V}_1 = 2\text{ м/с}$  и сталкивается с покоящимся шаром массой  $m_2 = 3\text{ кг}$ . Вычислить работу  $A$ , совершенную при деформации шаров при прямом центральном ударе. Шары считать неупругими.

1.17. Атом распадается на две части массами  $m_1 = 1,6 \cdot 10^{-25}\text{ кг}$  и  $m_2 = 2,3 \cdot 10^{-25}\text{ кг}$ . Определить кинетические энергии  $T_1$  и  $T_2$  частей атома, если их общая кинетическая энергия  $T = 2,2 \cdot 10^{-11}\text{ Дж}$ . Кинетической энергией и импульсом атома до распада пренебречь.

1.18. Гирия, положенная на верхний конец спиральной пружины, сжимает ее на  $\Delta l = 2\text{ мм}$ . На сколько сожмет пружину та же гирия, упавшая на конец пружины с высоты  $h = 5\text{ см}$ ?

1.19. Из ствола автоматического пистолета вылетела пуля массой  $m = 10\text{ г}$  со скоростью  $\mathcal{V} = 300\text{ м/с}$ . Затвор пистолета массой  $M = 200\text{ г}$  прижимается к стволу пружиной, жесткость которой  $k = 25\text{ кН/м}$ . На какое расстояние отойдет затвор после выстрела? (Считать, что пистолет жестко закреплен.)

1.20. Две пружины жесткостью  $k_1 = 300\text{ Н/м}$  и  $k_2 = 500\text{ Н/м}$  скреплены последовательно. Определить работу по растяжению обеих пружин, если вторая пружина была растянута на  $\Delta l = 3\text{ см}$ .

1.21. Диск радиусом  $R = 20\text{ см}$  и массой  $m = 7\text{ кг}$  вращается согласно уравнению  $\varphi = A + Bt + Ct^3$ , где  $A = 3\text{ рад}$ ;  $B = -1\text{ рад/с}$ ;  $C = 0,1\text{ рад/с}^3$ . Найти закон, по которому меняется вращающий момент, действующий на диск. Определить этот момент сил  $M$  в момент времени  $t = 2\text{ с}$ .

1.22. Маховик радиусом  $R = 10\text{ см}$  насажен на горизонтальную ось. На обод маховика намотан шнур, к которому привязан груз массой  $m = 800\text{ г}$ . Опускаясь равноускоренно, груз прошел расстояние  $s = 160\text{ см}$  за время  $t = 2\text{ с}$ . Определить момент инерции  $J$  маховика.

1.23. Через блок радиусом  $R = 3\text{ см}$  перекинули шнур, к концам которого привязаны грузы массами  $m_1 = 100\text{ г}$  и  $m_2 = 120\text{ г}$ . При этом грузы пришли в движение с ускорением  $a = 3\text{ м/с}$ . Определить момент инерции блока. Трение при вращении не учитывать.

1.24. Тонкий стержень длиной  $l = 40\text{ см}$  и массой  $m = 0,6\text{ кг}$  вращается около оси, проходящей через середину стержня перпендикулярно его длине. Уравнение вращения стержня  $\varphi = At + Bt^3$ , где  $A = 1\text{ рад/с}$ ;  $B = 0,1\text{ рад/с}^3$ . Определить вращающий момент  $M$  в момент времени  $t = 2\text{ с}$ .

1.25. Шарик массой  $m = 50\text{г}$ , привязанный к концу нити длиной  $l_1 = 1\text{м}$ , вращается с частотой  $n_1 = 10\text{об/с}$ , опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси вращения до расстояния  $l_2 = 0,5\text{м}$ .

С какой частотой  $n_2$  будет при этом вращаться шарик? Какую работу  $A$  совершает внешняя сила, укорачивая нить? Трением шарика о плоскость пренебречь.

1.26. Платформа в виде диска радиусом  $R = 1\text{м}$  вращается по инерции с частотой  $n_1 = 60\text{об/мин}$ . На краю платформы стоит человек, масса которого  $m = 80\text{кг}$ . С какой частотой будет вращаться платформа, если человек перейдет в ее центр? Момент инерции платформы  $J = 120\text{кг} \cdot \text{м}^2$ . Момент инерции человека рассчитывать, как для материальной точки.

1.27. Человек стоит на скамье Жуковского и ловит рукой мяч массой  $m = 0,4\text{кг}$ , летящий в горизонтальном направлении со скоростью  $v = 20\text{м/с}$ . Траектория мяча проходит на расстоянии  $r = 0,8\text{м}$  от вертикальной оси вращения скамьи. С какой угловой скоростью  $\omega$  начнет вращаться скамья Жуковского с человеком, поймавшим мяч? Считать, что суммарный момент инерции человека и скамейки  $J = 6\text{кг} \cdot \text{м}^2$ .

1.28. Обруч и диск одинаковой массы катятся без скольжения с одинаковой линейной скоростью. Кинетическая энергия обруча  $W_1 = 40\text{Дж}$ . Найти кинетическую энергию  $W_2$  диска.

1.29. Сплошной цилиндр скатился с наклонной плоскости высотой  $h = 15\text{см}$ . Определить скорость  $v$  поступательного движения цилиндра в конце наклонной плоскости.

1.30. Сплошной однородный диск катится по горизонтальной плоскости со скоростью  $v = 10\text{м/с}$ . Какое расстояние пройдет диск до остановки, если его предоставить самому себе? Коэффициент трения при движении диска равен 0,02.

1.31. Амплитуда гармонического колебания 5 см, период 4 сек. Найти максимальную скорость колеблющейся точки и ее максимальное ускорение.

1.32. Тонкий обруч радиусом 40 см подвешен на нити длиной 20 см. Определить частоту колебаний такого маятника.

1.33. Амплитуда колебаний материальной точки  $A = 2\text{см}$ , полная энергия  $W = 3 \cdot 10^{-7}\text{Дж}$ . При каком смещении от положения равновесия на колеблющуюся точку действует сила  $F = 2,25 \cdot 10^{-5}\text{Н}$ ?

1.34. Толстостенное кольцо с радиусами  $R_1 = 10\text{см}$  и  $R_2 = 20\text{см}$  колеблется около горизонтальной оси, отстоящей от центра кольца на расстоянии  $d = R_1$ . Определить период колебаний такого маятника.

1.35. Определить полную энергию точки массой 20 г, совершающей гармонические колебания  $x = 0,15 \cos\left(4\pi t + \frac{\pi}{5}\right)(\text{м})$ , а также определить силу, действующую на точку в момент времени  $t = 0,2\text{с}$ .

1.36. Диск радиусом 24 см колеблется около горизонтальной оси, проходящей через середину радиуса перпендикулярно к плоскости диска. Определить частоту колебаний такого маятника.

1.37. Амплитуда колебаний материальной точки 5 см, период 0,2 с, начальная фаза равна  $\frac{\pi}{2}$ . Какова скорость точки в тот момент, когда ее смещение равно 3 см?

1.38. Шар радиуса 40 см колеблется около оси, проходящей горизонтально через шар на расстоянии 30 см от центра шара. Найти период колебаний этого маятника.

1.39. Написать уравнение гармонических колебаний точки, если ее максимальное ускорение равно  $0,5 \text{ м/с}^2$ , период колебаний 2 сек. И смещение точки от положения равновесия в начальный момент времени равно 2,5 см.

1.40. Стержень длиной 2 м колеблется около оси, проходящей на расстоянии 0,4 м от одного из концов. Найти период колебаний стержня.

## МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА И ТЕРМОДИНАМИКА

### Основные физические величины и законы

Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева-Клапейрона)

$$PV = \nu RT,$$

где  $P$  – давление газа ( $\frac{H}{м^2} = Па$ );  $V$  – объем занимаемый газом ( $м^3$ );

$\nu$  – количество молей газа;  $R$  – универсальная постоянная,  $R = 8,31 \frac{Дж}{моль \cdot К}$ ;

$T$  – абсолютная температура газа,  $T = t^0C + 273(K)$ .

Для однородного газа

$$PV = \frac{m}{\mu} RT,$$

где  $m$  – масса газа (кг);  $\mu$  – масса моля (молярная масса) газа ( $\frac{кг}{моль}$ ).

Для смеси газов

$$PV = \left( \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \dots \right) RT.$$

Парциальное давление  $P_i$  « $i$ » компоненты смеси газов находят из

$$P_i V = \frac{m_i}{\mu_i} RT.$$

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеальных газов

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle V^2 \rangle,$$

где  $n$  – концентрация молекул,  $n = \frac{N}{V} \left( \frac{1}{м^3} \right)$ ;  $N$  – общее число молекул

газа;  $m_0$  – масса одной молекулы (кг);  $\langle V^2 \rangle$  – средний квадрат скоростей молекул ( $\frac{м^2}{с^2}$ );  $V$  – объем, занимаемый газом ( $м^3$ ).

Средняя кинетическая энергия молекулы

$$\langle W \rangle = \frac{i}{2} \kappa T,$$

где  $\kappa$  – постоянная Больцмана,  $\kappa = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$ ;  $N_A$  – число Авогадро (число молекул в одном моле);  $i$  – число степеней свободы молекул. Одноатомный газ  $i = i_{\text{пост}} = 3$ , двухатомные молекулы  $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 2 = 5$ , многоатомные молекулы  $i = i_{\text{пост}} + i_{\text{вращ}} = 3 + 3 = 6$ .

Средняя скорость молекул

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

Средняя квадратичная скорость молекул

$$V_{\text{ср.кв.}} = \sqrt{\langle V^2 \rangle} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Средняя длина свободного пробега молекул

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n},$$

где  $d$  – эффективный диаметр молекулы.

Внутренняя энергия идеального газа

$$U = \langle W \rangle N = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

Работа, совершаемая газом при изменении объема от  $V_1$  до  $V_2$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} P dV.$$

Работа газа в изопроцессах:

изохорный ( $V = \text{const}$ ),  $A = 0$ ;

изобарный ( $P = \text{const}$ ),  $A = P(V_2 - V_1) = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1)$ ;

изотермический ( $T = \text{const}$ ),  $A = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$ .

Теплота, полученная (отданная) газом

$$Q = Cm\Delta T,$$

где  $C$  – удельная теплоемкость ( $\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}$ ).

Первое начало термодинамики

$$Q = \Delta U + A,$$

где  $\Delta U$  – изменение внутренней энергии.

Удельная теплоемкость газа при постоянном объеме

$$C_V = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}.$$

Удельная теплоемкость газа при постоянном давлении

$$C_P = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}.$$

Уравнение адиабатического ( $Q=0$ ) процесса – уравнение Пуассона

$$PV^\gamma = \text{const},$$

где  $\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i+2}{i}$  – показатель адиабаты.

Работа газа при адиабатическом процессе

$$A = \frac{P_1 V_1}{\gamma - 1} \left[ 1 - \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma - 1} \right];$$

$$A = -\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_1 - T_2).$$

Коэффициент полезного действия тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1} = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1},$$

где  $Q_1$  – количество теплоты, полученное системой за один цикл;  $Q_2$  – количество теплоты, отданное системой за один цикл;  $A$  – работа, совершаемая за один цикл.

Коэффициент полезного действия цикла Карно (идеальной тепловой машины)

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где  $T_1$  – температура нагревателя;  $T_2$  – температура охладителя.

**Пример 1.** Один баллон емкостью  $V_1 = 20\text{ л}$  содержит азот под давлением  $p_1 = 2,5\text{ МПа}$ , другой баллон емкостью  $V_2 = 44\text{ л}$  содержит кислород под давлением  $p_2 = 1,6\text{ МПа}$ . Оба баллона были соединены между собой и оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления  $p_1$  и  $p_2$  обоих газов в смеси и полное давление  $p$  смеси.

Дано:  $V_1 = 20\text{ л} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ ;

$V_2 = 44\text{ л} = 4,4 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$ ;

$P_1 = 2,5\text{ МПа} = 2,5 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;

$P_2 = 1,6\text{ МПа} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;

$T_1 = T_2 = T$ .

Найти:  $P_1^*$ ,  $P_2^*$ ,  $P$ .

**Решение.** Парциальное давление азота  $P_1^*$  и кислорода  $P_2^*$  находим из уравнений

$$\begin{cases} P_1^* (V_1 + V_2) = \frac{m_1}{\mu_1} RT \\ P_2^* (V_1 + V_2) = \frac{m_2}{\mu_2} RT. \end{cases} \quad (1.1)$$

В начальных состояниях уравнения Менделеева-Клапейрона для азота и кислорода есть

$$\begin{cases} P_1 V_1 = \frac{m_1}{\mu_1} RT \\ P_2 V_2 = \frac{m_2}{\mu_2} RT. \end{cases} \quad (1.2)$$

Учитывая формулы (1.2), уравнения (1.1) принимают вид

$$\begin{cases} P_1^* (V_1 + V_2) = P_1 V_1 \\ P_2^* (V_1 + V_2) = P_2 V_2. \end{cases}$$

Получаем

$$P_1^* = \frac{P_1 V_1}{V_1 + V_2}; \quad P_2^* = \frac{P_2 V_2}{V_1 + V_2}.$$

Подставим заданные численные значения

$$P_1^* = \frac{2,5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2} + 4,4 \cdot 10^{-2}} = 0,78 \cdot 10^6 = 7,8 \cdot 10^5 \text{ (Па)},$$

$$P_2^* = \frac{1,6 \cdot 10^6 \cdot 4,4 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2} + 4,4 \cdot 10^{-2}} = 1,10 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Полное давление смеси газов равно сумме парциальных

$$P = P_1^* + P_2^*;$$

$$P = 0,78 \cdot 10^6 + 1,10 \cdot 10^6 = 1,88 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

**Пример 2.** Определить среднюю кинетическую энергию  $\langle \omega_{\text{вращ}} \rangle$  вращательного движения одной молекулы двухатомного газа, если суммарная кинетическая энергия молекул одного киломоля этого газа  $U = 3,01 \text{ МДж}$ .

Дано:  $\nu = 1 \text{ кмоль} = 10^3 \text{ моль}$ ;

$$U = 3,01 \text{ МДж} = 3,01 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

Найти:  $\langle W_{\text{вращ}} \rangle$ .

**Решение.** Средняя кинетическая энергия вращательного движения молекулы

$$\langle W_{\text{вращ}} \rangle = \frac{i_{\text{вращ}}}{2} kT. \quad (2.1)$$

где  $i_{\text{вращ}}$  – число степеней свободы вращательного движения молекулы.

Суммарная кинетическая энергия всех молекул газа (внутренняя энергия идеального газа)

$$U = \frac{i}{2} \nu RT, \quad (2.2)$$

где  $i$  – общее число степеней свободы молекулы (поступательного и вращательного движений).

Отсюда 
$$T = \frac{2U}{i \nu R}. \quad (2.3)$$

Подставляя формулу (2.3) в уравнение (2.1), получим

$$\langle W_{\text{вращ}} \rangle = \frac{i_{\text{вращ}} k \cdot 2U}{2i \nu R} = \frac{i_{\text{вращ}} k U}{i \nu R}.$$

Учитывая, что  $\kappa = \frac{R}{N_A}$ ,

где  $N_A$  – число Авогадро,  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/моль}$ , окончательно получаем

$$\langle W_{\text{вращ}} \rangle = \frac{i_{\text{вращ}} \cdot U}{i \nu N_A}.$$

Подставим численные значения величин, учитывая, что для двухатомного газа

$$i_{\text{вращ}} = 2; i = 5.$$

$$\langle W_{\text{вращ}} \rangle = \frac{2 \cdot 3,01 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^3 \cdot 6,02 \cdot 10^{23}} = 2 \cdot 10^{-21} (\text{Дж}).$$

**Пример 3.** Определить среднюю длину свободного пробега  $\langle \lambda \rangle$  и среднее число столкновений  $\langle z \rangle$  молекулы гелия за 1с при температуре  $T = 400\text{K}$  и давлении  $p = 1\text{Па}$ .

Дано:  $T = 400\text{K}$ ;  $P = 1\text{Па}$ ;

$$\mu = 4 \cdot 10^{-3} \frac{\text{кг}}{\text{моль}};$$

$$d = 1,9 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Найти:  $\langle \lambda \rangle$ ,  $\langle z \rangle$ .

**Решение.** Средняя длина свободного пробега молекул определяется формулой

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}, \quad (3.1)$$

где  $d$  – эффективный диаметр молекулы. Гелий – газ одноатомный. Диаметр гелия находим из справочных таблиц.  $n$  – число атомов в единице объема.

Из уравнения Менделеева-Клапейрона в виде  $P = nkT$  находим

$$n = \frac{P}{kT}, \quad (3.2)$$

где  $k$  – постоянная Больцмана,  $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$ .

Перепишем уравнение (3.1) с учетом формулы (3.2)

$$\langle \lambda \rangle = \frac{kT}{\sqrt{2} \pi d^2 P}.$$

Подставим численные значения

$$\langle \lambda \rangle = \frac{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 4 \cdot 10^2}{\sqrt{2} \cdot 3,14 \cdot 1,9^2 \cdot 10^{-20} \cdot 1} = 3,45 \cdot 10^{-2} (\text{м}).$$

Среднее число столкновений атомов за единицу времени можно найти из формулы

$$\langle z \rangle = \frac{\langle V \rangle}{\langle \lambda \rangle}.$$

Средняя скорость  $\langle V \rangle$  – атомов определяется формулой

$$\langle V \rangle = \sqrt{\frac{8RT}{\pi \mu}}.$$

Таким образом

$$\langle z \rangle = \frac{1}{\langle \lambda \rangle} \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}.$$

Подставим численные значения

$$\langle z \rangle = \frac{1}{3,45 \cdot 10^{-2}} \sqrt{\frac{8 \cdot 8,31 \cdot 4 \cdot 10^2}{3,14 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}} = 4,2 \cdot 10^4 \text{ (1/с)}.$$

**Пример 4.** Кислород массой  $m = 2 \text{ кг}$  занимает объем  $V_1 = 1 \text{ м}^3$  и находится под давлением  $p_1 = 0,2 \text{ МПа}$ . При нагревании газ расширился при постоянном давлении до объема  $V_2 = 3 \text{ м}^3$ , а затем его давление возросло до  $p_2 = 0,5 \text{ МПа}$  при неизменном объеме. Найти изменение внутренней энергии  $\Delta U$  газа, совершенную им работу  $A$  и теплоту  $Q$ , переданную газу. Построить график процесса.

Дано:  $m = 2 \text{ кг}$ ;  $\mu = 32 \cdot 10^{-2} \frac{\text{кг}}{\text{моль}}$ ;

$$V_1 = 1 \text{ м}^3; V_2 = V_3 = 3 \text{ м}^3;$$

$$p_2 = p_1 = 0,2 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$p_3 = 0,5 \text{ МПа} = 5 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Найти:  $\Delta U$ ,  $A$ ,  $Q$ .

*Решение.* Изменение внутренней энергии газа выражается формулой

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R \Delta T.$$

В данном случае  $\Delta T = T_3 - T_1$ .

$$\Delta U = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} R (T_3 - T_1), \quad (4.1)$$

где  $i$  – число степеней свободы молекул газа ( для двухатомных молекул кислорода  $i = 5$  ).

Температуры газа в каждом состоянии найдем, используя уравнение Менделеева - Клапейрона

$$pV = \frac{m}{\mu} RT.$$

Отсюда 
$$T = \frac{pV\mu}{mR}.$$

Подставим численные значения параметров каждого из трех состояний

$$T_1 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 1 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 385 \text{ (К)};$$

$$T_2 = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 1155 \text{ (К)};$$

$$T_3 = \frac{5 \cdot 10^5 \cdot 3 \cdot 32 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 8,31} = 2887 \text{ (К)}.$$

Подставляя в выражение (4.1) числовые значения находим

$$\Delta U = \frac{5}{2} \cdot \frac{8,31}{32 \cdot 10^{-3}} \cdot 2(2887 - 385) = 3,24 \cdot 10^6 \text{ (Дж)}.$$

Работа расширения газа при постоянном давлении выражается формулой



$$A_{12} = \frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1).$$

Работа газа при  $V = \text{const}$  равна нулю.

$$A_{23} = 0.$$

Таким образом, полная работа, совершаемая газом, равна

$$A = A_{12} = \frac{2 \cdot 8,31(11,55 - 3,85) \cdot 10^2}{3,2 \cdot 10^{-2}} = 4,00 \cdot 10^5 (\text{Дж}).$$

Согласно первому началу термодинамики теплота  $Q$ , переданная газу, равна сумме изменения внутренней энергии  $\Delta U$  и работы  $A$ :  $Q = \Delta U + A$ , следовательно,

$$Q = 0,4 \cdot 10^6 (\text{Дж}) + 3,24 \cdot 10^6 (\text{Дж}) = 3,64 (\text{МДж}).$$

График процесса приведен на рисунке 5.

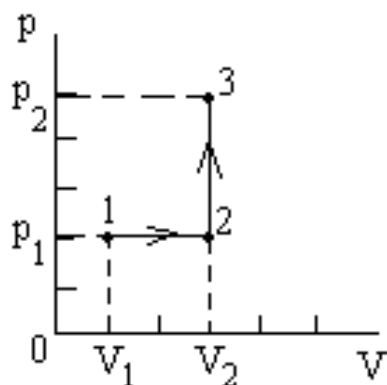


Рисунок 5.

**Пример 5.** Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Температура нагревателя в 2 раза выше температуры охладителя. Работа цикла 1 кДж. Какое количество теплоты передано охладителя за один цикл?

Дано:  $T_1 = 2T_2$ ;

$$A = 1 \text{ кДж} = 10^3 \text{ Дж}.$$

Найти:  $Q_2$ .

**Решение.** Количество теплоты, отданное охладителю, равно разности между теплотой, полученной газом от нагревателя и совершенной им работой

$$Q_2 = Q_1 - A. \quad (5.1)$$

Из определения К.П.Д. тепловой машины

$$\eta = \frac{A}{Q_1}$$

следует

$$Q_1 = \frac{A}{\eta}.$$

Теперь уравнение (5.1) примет вид

$$Q_2 = \frac{A}{\eta} - A = A\left(\frac{1}{\eta} - 1\right). \quad (5.2)$$

Для идеальной тепловой машины К.П.Д. равно

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1}.$$

По условию задачи  $T_1 = 2T_2$ .

Значит 
$$\eta = \frac{2T_2 - T_2}{2T_2} = 0,5. \quad (5.3)$$

Подставляя формулу (5.3) в уравнение (5.2), и с учетом численного значения  $A$ , получаем

$$Q_2 = 10^3 \left( \frac{1}{0,5} - 1 \right) = 10^3 (\text{Дж}).$$

### Задачи

2.01. Сосуд емкостью  $V = 0,01 \text{ м}^3$  содержит азот массой  $m_1 = 7 \text{ г}$  и водород массой  $m_2 = 1 \text{ г}$  при температуре  $T = 280 \text{ К}$ . Определить давление  $p$  смеси газов.

2.02. Два сосуда одинаковой емкости содержат кислород. В одном сосуде давление  $p_1 = 1 \text{ МПа}$  и температура  $T_1 = 400 \text{ К}$ , в другом  $p_2 = 1,5 \text{ МПа}$ ,  $T_2 = 250 \text{ К}$ . Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры  $T = 300 \text{ К}$ . Определить установившееся давление  $p$  в сосудах.

2.03. Баллон емкостью  $V = 15 \text{ л}$  содержит смесь водорода и азота при температуре  $T = 300 \text{ К}$  и давлении  $p = 1,23 \text{ МПа}$ . Масса смеси  $m = 145 \text{ г}$ . Определить массу  $m_1$  водорода и массу  $m_2$  азота.

2.04. Определить массу  $m_1$  одной молекулы сероуглерода  $\text{CS}_2$ . Принимая, что молекулы в жидкости имеют шарообразную форму и расположены вплотную друг к другу, определить диаметр  $d$  молекулы.

2.05. Найти плотность  $\rho$  газовой смеси, состоящей по массе из одной части водорода и восьми частей кислорода при давлении  $p = 0,1 \text{ МПа}$  и температуре  $T = 290 \text{ К}$ .

2.06. В баллоне емкостью  $V = 20 \text{ л}$  находится аргон под давлением  $p_1 = 800 \text{ кПа}$  и температуре  $T_1 = 325 \text{ К}$ . Когда из баллона было взято некоторое количество аргона, давление в баллоне понизилось до  $p_2 = 600 \text{ кПа}$ , а температура установилась  $T_2 = 300 \text{ К}$ . Определить массу  $m$  аргона, взятого из баллона.

2.07. В баллоне емкостью  $V = 11,2 \text{ л}$  находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до  $p = 0,15 \text{ МПа}$ , а температура не изменилась. Определить массу гелия, введенного в баллон.

2.08. Вычислить плотность  $\rho$  кислорода, находящегося в баллоне под давлением  $p = 1 \text{ МПа}$  при температуре  $T = 300 \text{ К}$ .

2.09. Газовая смесь, состоящая из кислорода и азота, находится в баллоне под давлением  $p = 1 \text{ МПа}$ . Считая, что масса кислорода составляет 20% от массы смеси, определить парциальные давления  $p_1$  и  $p_2$  отдельных газов.

2.10. Баллон емкостью  $V = 40 \text{ л}$  заполнен азотом. Температура азота  $T = 300 \text{ К}$ . Когда часть азота израсходовали, давление в баллоне понизилось на

$\Delta p = 400 \text{ кПа}$ . Определить массу  $\Delta m$  израсходованного азота. Процесс считать изотермическим.

2.11. В азоте взвешены мельчайшие пылинки, которые движутся так, как если бы они были очень крупными молекулами. Масса каждой пылинки  $m = 10^{-10} \text{ г}$ . Температура газа  $T = 293 \text{ К}$ . Определить средние квадратичные скорости  $\langle v_{\text{кв}} \rangle$ , а также средние кинетические энергии  $\langle \epsilon_{\text{пост}} \rangle$  поступательного движения молекул азота и пылинок.

2.12. Удельные теплоемкости некоторого газа:  $c_v = 10,4 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$  и  $c_p = 14,6 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{К)}$ . Определить киломолярные теплоемкости.

2.13. Баллон емкостью  $V = 10 \text{ л}$  содержит азот массой  $m = 1 \text{ г}$ . Определить среднюю длину свободного пробега молекул.

2.14. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, плотность которого при давлении  $750 \text{ мм рт. ст.}$  равна  $8,2 \cdot 10^{-2} \text{ кг/м}^3$ . Чему равна молярная масса этого газа, если значение плотности дано для температуры  $17^\circ \text{C}$ ?

2.15. Найти диаметр  $d$  молекул водорода, если для водорода при нормальных условиях длина свободного пробега молекул  $\langle l \rangle = 112 \text{ нм}$ .

2.16. Газ занимает объем  $V = 1 \text{ л}$  под давлением  $p = 0,2 \text{ МПа}$ . Определить кинетическую энергию поступательного движения всех молекул, находящихся в данном объеме.

2.17. Некоторый газ находится при температуре  $T = 350 \text{ К}$  в баллоне емкостью  $V = 100 \text{ л}$  под давлением  $p = 0,2 \text{ МПа}$ . Теплоемкость этого газа при постоянном объеме  $C = 140 \text{ Дж/К}$ . Определить отношение теплоемкостей  $C_p / C_v$ .

2.18. Определить среднее число соударений  $\langle z \rangle$  в секунду молекулы водорода при температуре  $T = 300 \text{ К}$  и давлении  $p = 10^{-3} \text{ мм.рт.ст.}$ .

2.19. Сосуд емкостью  $V = 4 \text{ л}$  содержит  $m = 0,6 \text{ г}$  некоторого газа под давлением  $p = 0,2 \text{ МПа}$ . Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

2.20. Вычислить теплоемкость при постоянном объеме двухатомного газа, заключенного в сосуд  $V = 10 \text{ л}$  при нормальных условиях.

2.21. В закрытом сосуде объемом  $10 \text{ л}$  находится воздух при давлении  $0,1 \text{ МПа}$ . Какое количество теплоты надо сообщить воздуху, чтобы повысить давление в сосуде в 5 раз?

2.22. При изотермическом расширении одного моля водорода, имевшего температуру  $T = 300 \text{ К}$ , затрачена теплота  $Q = 2 \text{ кДж}$ . Во сколько раз увеличился объем газа?

2.23. В цилиндре под поршнем находится азот массой  $m = 20 \text{ г}$ . Газ был нагрет от температуры  $T_1 = 300 \text{ К}$  до температуры  $T_2 = 450 \text{ К}$  при постоянном давлении. Определить теплоту  $Q$ , переданную газу, совершенную газом работу  $A$  и приращение  $\Delta U$  внутренней энергии.

2.24. При адиабатическом сжатии кислорода массой  $m = 1 \text{ кг}$  совершена работа  $A = 100 \text{ кДж}$ . Какова конечная температура  $T_2$  газа, если до сжатия кислород находился при температуре  $T_1 = 300 \text{ К}$ ?

2.25. Азот находится в закрытом сосуде объемом 3 л при температуре  $27^{\circ}\text{C}$  и давлении  $0,3\text{МПа}$ . После нагревания давление в сосуде повысилось до  $2,5\text{МПа}$ . Определить: 1). температуру азота после нагревания; 2). количество теплоты, сообщенное азоту.

2.26. При изотермическом расширении водорода массой  $m = 1\text{г}$  объем газа  $V$  увеличился в два раза. Определить работу  $A$  расширения, совершенную газом, если температура газа  $T = 300\text{K}$ . Определить теплоту  $Q$ , переданную при этом газу.

2.27. Из баллона, содержащего водород под давлением  $p_1 = 1\text{МПа}$  при температуре  $T_1 = 200\text{K}$ , выпустили половину находившегося в нем газа. Считая процесс адиабатическим, определить конечные температуру  $T_2$  и давление  $p_2$ .

2.28. При изотермическом расширении  $2\text{ м}^3$  газа давление его меняется от  $p_1 = 0,5\text{МПа}$  до  $p_2 = 0,4\text{МПа}$ . Найти совершенную при этом работу.

2.29. Гелий находится в закрытом сосуде объемом 2 л при температуре  $20^{\circ}\text{C}$  и давлении  $0,1\text{МПа}$ . 1). Какое количество теплоты надо сообщить гелию, чтобы повысить его температуру на  $100^{\circ}\text{C}$ ? 2). Какова будет средняя квадратичная скорость его молекул при новой температуре? 3). Какое установится давление? 4). Какова будет плотность гелия? 5). Какова будет энергия теплового движения его молекул?

2.30. Для нагревания некоторой массы газа на  $50^{\circ}\text{C}$  при постоянном давлении необходимо затратить 160 кал. Если эту же массу газа охладить на  $100^{\circ}\text{C}$  при постоянном объеме, то выделяется 240 кал. Какое число степеней свободы имеют молекулы этого газа?

2.31. Газ совершает цикл Карно. Работа изотермического расширения газа  $A = 5\text{Дж}$ . Определить работу изотермического сжатия, если термический к. п. д. цикла  $\eta = 0,2$ .

2.32. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю теплоту  $Q_2 = 4\text{кДж}$ . Работа цикла  $A = 1\text{кДж}$ . Определить температуру нагревателя, если температура охладителя  $T = 300\text{K}$ .

2.33. Газ совершает цикл Карно. Абсолютная температура охладителя  $T_2 = 290\text{K}$ . Во сколько раз увеличится к. п. д. цикла, если температура нагревателя повысится от  $T_1' = 400\text{K}$  до  $T_1'' = 600\text{K}$ ?

2.34. Газ совершает цикл Карно. Температура нагревателя  $T_1 = 475\text{K}$ , охладителя  $T_2 = 260\text{K}$ . При изотермическом расширении газ совершил работу  $A = 100\text{Дж}$ . Определить термический к. п. д.  $\eta$  цикла, а также теплоту  $Q_2$ , которую газ отдает охладителю при изотермическом сжатии.

2.35. Совершая цикл Карно, газ получил от нагревателя теплоту  $Q_1 = 1\text{кДж}$  и совершил работу  $A = 200\text{Дж}$ . Температура нагревателя  $T_1 = 375\text{K}$ . Определить температуру  $T_2$  охладителя.

2.36. Газ, совершающий цикл Карно, получает от нагревателя теплоту  $Q = 42\text{кДж}$ . Какую работу совершает газ, если абсолютная температура  $T_1$  нагревателя в три раза выше, чем температура  $T_2$  охладителя?

2.37. Совершая цикл Карно, газ отдал охладителю  $2/3$  теплоты, полученной от нагревателя. Определить температуру охладителя, если температура нагревателя  $T_1 = 425\text{K}$ .

2.38. Газ совершает цикл Карно. Температура охладителя  $T_2 = 273\text{K}$ . Какова температура нагревателя, если за счет каждой килокалории теплоты, полученной от нагревателя, газ совершает работу  $A = 1,2\text{кДж}$ ?

2.39. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, получает за каждый цикл от нагревателя 600 кал. Температура нагревателя 400 К, температура охладителя 300 К. Найти работу, совершаемую машиной за один цикл, и количество теплоты, отдаваемое охладителю за один цикл.

2.40. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% тепла, получаемого от нагревателя, передается охладителю. Количество теплоты, получаемое от нагревателя, равно 1,5 ккал. Найти: 1). к.п.д. цикла; 2). работу, совершенную при полном цикле.

## ЭЛЕКТРОСТАТИКА И ПОСТОЯННЫЙ ТОК

### Основные физические величины и законы

Закон Кулона 
$$F = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия двух точечных зарядов  $q_1$  и  $q_2$  в среде с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ .  $\epsilon_0$  – электрическая постоянная  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{Ф/м}$ ,  $r$  – расстояние между зарядами.

Напряженность  $\vec{E}$  и потенциал  $\varphi$  в точках электрического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}; \varphi = \frac{W_{\text{ном}}}{q_0} = \frac{A_\infty}{q_0}; \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q_0},$$

где  $\vec{F}$  – сила, действующая со стороны электрического поля на точечный заряд  $q_0$ , помещенный в рассматриваемую точку;  $W_{\text{ном}}$  – потенциальная энергия заряда  $q_0$  в этой точке поля;  $A_\infty$  – работа перемещения заряда  $q_0$  из рассматриваемой точки поля за его пределы;  $A$  – работа перемещения заряда  $q_0$  между точками 1 и 2.

Напряженность и потенциал электрического поля точечного заряда  $q$  в точках на расстоянии  $r$  от заряда

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r^2}; \varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon r}.$$

Для точек электрического поля вблизи ( $r \ll \sqrt{S}$ ) заряженной плоскости

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0 \epsilon}; \varphi_1 - \varphi_2 = E(r_2 - r_1),$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда плоскости  $\sigma = \frac{q}{S}$ ;  $q$  – заряд плоскости;  $S$  – площадь плоскости;  $r_1, r_2$  – расстояние от плоскости до точек 1 и 2.

Для точек электрического поля вблизи ( $r \ll l$ ) заряженного цилиндра (нити) длины  $l$

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon r}; \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0\epsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}; r \geq R; E = 0 \text{ при } r < R,$$

где  $\tau$  – линейная плотность заряда цилиндра (нити)  $\tau = \frac{q}{l}$ ;  $R$  – радиус цилиндра;  $q$  – заряд цилиндра (нити).

Принцип суперпозиции электрических полей

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i; \varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где  $\vec{E}$  и  $\varphi$  – напряженность и потенциал итогового электрического поля, образующегося при сложении полей с напряженностями  $\vec{E}_i$  и потенциалами  $\varphi_i$  в рассматриваемой точке.

Емкость уединенного проводника

$$C = \frac{q}{\varphi},$$

где  $q$  – заряд проводника,  $\varphi$  – потенциал проводника.

Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{C\varphi^2}{2}.$$

Энергия взаимодействия системы точечных зарядов

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

где  $\varphi_i$  – потенциал электрического поля, создаваемого всеми зарядами кроме  $i$ -го, в той точке, где находится заряд  $q_i$ .

Емкость конденсатора

$$C = \frac{q}{U}; U = \varphi_1 - \varphi_2,$$

где  $q$  – заряд конденсатора,  $U$  – напряжение на обкладках конденсатора,  $\varphi_1, \varphi_2$  – потенциалы обкладок конденсатора.

Емкость плоского конденсатора

$$C = \frac{\epsilon_0 \epsilon S}{d},$$

где  $S$  – площадь каждой пластины конденсатора,  $d$  – расстояние между пластинами.

Энергия заряженного конденсатора

$$W = \frac{CU^2}{2}.$$

Объемная плотность энергии электрического поля

$$\omega = \frac{1}{2} \epsilon_0 \epsilon E^2.$$

Емкость системы конденсаторов при параллельном и последовательном соединении

$$C_{\text{пар}} = \sum_{i=1}^n C_i; \quad \frac{1}{C_{\text{посл}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

где  $C_i$  – емкость  $i$ -го конденсатора,  $n$  – число конденсаторов.

Сила и плотность постоянного электрического тока

$$I = \frac{q}{t}; \quad j = \frac{I}{S},$$

где  $q$  – заряд, проходящий через сечение проводника за время  $t$ ,  $S$  – площадь сечения проводника.

Для изменяющегося тока

$$I = \frac{dq}{dt}.$$

Сопротивление однородного проводника

$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $\rho$  – удельное сопротивление материала проводника,  $l$  – длина проводника.

Сопротивление проводников при параллельном и последовательном соединении

$$R_{\text{посл}} = \sum_{i=1}^n R_i; \quad \frac{1}{R_{\text{пар}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i},$$

где  $R_i$  – сопротивление  $i$ -го проводника,  $n$  – число проводников.

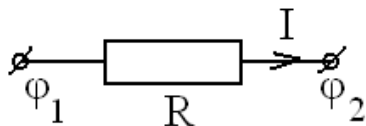
Электродвижущая сила  $\varepsilon$  источника тока

$$\varepsilon = \frac{A_{\text{см}}}{q},$$

где  $A_{\text{см}}$  – работа сторонних сил, по перемещению заряда  $q$  внутри источника тока.

Закон Ома:

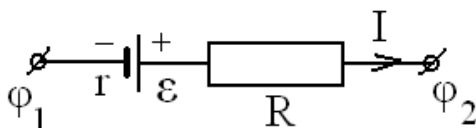
- для однородного участка цепи



$$I = \frac{U}{R}; \quad U = \varphi_1 - \varphi_2,$$

Рисунок 6.

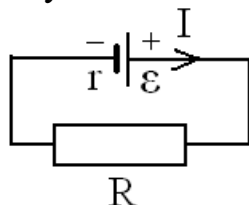
- для неоднородного участка цепи



$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R + r},$$

Рисунок 7.

- для замкнутой цепи



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

Рисунок 8.

где  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы начальной и конечной точек участка цепи,  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока.

Работа тока на участке цепи за время  $t$

$$A = IUt.$$

Мощность тока  $P = IU$ .

Закон Джоуля-Ленца

$$Q = I^2 R t,$$

где  $Q$  – количество теплоты, выделяющееся на участке цепи с сопротивлением  $R$  за время  $t$  при токе  $I$ .

Правила Кирхгофа

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0; \quad \sum_{i=1}^{m_1} I_i R_i = \sum_{k=1}^{m_2} \varepsilon_k,$$

где  $I_k$  – силы токов в каждом из  $n$  проводников, сходящихся в рассматриваемом узле цепи;  $I_i, R_i$  – токи и сопротивления участков цепи произвольного замкнутого контура;  $m_1$  – число участков цепи, на которые этот контур разбивается узлами;  $\varepsilon_k$  – э.д.с. источников тока, имеющих в рассматриваемом контуре.;  $m_2$  – число источников тока в контуре.

**Пример 1.** К бесконечной, равномерно заряженной, вертикальной плоскости подвешен на нити одноименно заряженный шарик массой  $m = 40 \text{ мкг}$  и зарядом  $q = 670 \text{ нКл}$ . Натяжение нити, на которой висит шарик,  $F = 490 \text{ мкН}$ . Найти поверхностную плотность заряда на плоскости.

Дано:  $F_H = 490 \text{ мкН} = 4,9 \cdot 10^{-4} \text{ Н}$ ;

$m = 40 \text{ мкг} = 4 \cdot 10^{-5} \text{ кг}$ ;

$q = 670 \text{ нКл} = 6,7 \cdot 10^{-10} \text{ Кл}$ .

Найти:  $\sigma$ .

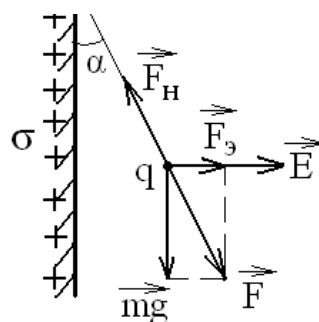


Рисунок 9.

**Решение.** Напряженность  $\vec{E}$  электрического поля, созданного бесконечной равномерно заряженной плоскостью, направлена перпендикулярно плоскости и численно определяется формулой

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0\varepsilon}, \text{ откуда } \sigma = 2\varepsilon_0\varepsilon E.$$

По определению же этой величины имеем



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_э}{q} \text{ или } E = \frac{F_э}{q}.$$

Значит

$$\sigma = \frac{2\varepsilon_0 \varepsilon F_э}{q}, \quad (1.1)$$

где  $F_э$  – сила, действующая на заряд  $q$  со стороны электрического поля заряженной плоскости.

Запишем условие равновесия заряженного шарика

$$\vec{mg} + \vec{F}_э + \vec{F}_н = 0.$$

Введем силу  $\vec{F} = \vec{mg} + \vec{F}_э$ .

Очевидно, что силы  $\vec{F}_н$  и  $\vec{F}$  должны быть направлены вдоль одной прямой, чтобы выполнялось

$$\vec{F} + \vec{F}_н = 0.$$

В скалярном виде

$$F - F_н = 0. \quad (1.2)$$

Как видно из рисунка

$$F = \sqrt{m^2 g^2 + F_э^2}.$$

Тогда уравнение (1.2) приобретает вид

$$\sqrt{m^2 g^2 + F_э^2} = F_н.$$

Отсюда

$$F_э = \sqrt{F_н^2 - m^2 g^2}. \quad (1.3)$$

Учитывая, что  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ ,  $\varepsilon = 1$  (воздух) и  $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ , вычисляем  $\sigma$ :

$$\sigma = \frac{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1}{6,7 \cdot 10^{-10}} \sqrt{(4,9 \cdot 10^{-4})^2 + (4 \cdot 10^{-5} \cdot 9,81)^2} = 7,75 \cdot 10^{-6} \left( \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2} \right).$$

**Пример 2.** Электрон, пройдя в плоском конденсаторе путь от одной пластины до другой, приобрел скорость  $V = 10^8 \text{ см/с}$ . Расстояние между пластинами  $d = 5,3 \text{ мм}$ . Найти: 1) разность потенциалов между пластинами;

2) поверхностную плотность заряда на пластинах.

Дано:  $V = 10^8 \text{ см/с} = 10^6 \text{ м/с}$ ;  $d = 5,3 \text{ мм} = 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ .

Найти:  $\varphi_1 - \varphi_2$ ,  $\sigma$ .

*Решение.*

1). По определению

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A}{q}, \quad (2.1)$$

где  $A$  – работа электрического поля по перемещению заряда  $q$  между точками поля с потенциалами  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$ . В нашем случае  $q = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$  – численное значение заряда электрона.

Работа  $A$  электрического поля идет на изменение кинетической энергии электрона

$$A = \Delta W_k = \frac{mV^2}{2} - \frac{mV_0^2}{2},$$

где  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$  – масса электрона,  $V_0$  и  $V$  – начальная и конечная скорости электрона.

Как видно из условия,  $V_0 = 0$  и получаем

$$A = \frac{mV^2}{2}.$$

Таким образом уравнение (2.1) приобретает вид

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{mV^2}{2e}.$$

Подставим численные значения величин

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (10^6)^2}{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 2,85(B).$$

2). Поверхностная плотность  $\sigma$  заряда на пластинах конденсатора определяет напряженность возникающего однородного электрического поля

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon}.$$

Отсюда  $\sigma = \varepsilon_0 \varepsilon E$ . (2.2)

С другой стороны, напряженность  $E$  однородного поля связана с разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$  точек поля, отстоящих на расстоянии  $d$  одна от другой

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}. \quad (2.3)$$

В нашем случае  $\varphi_1 - \varphi_2$  разность потенциалов между пластинами конденсатора,  $d$  – расстояние между пластинами.

Таким образом, уравнение (2.2) с учетом формулы (2.3) принимает вид

$$\sigma = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon (\varphi_1 - \varphi_2)}{d}.$$

Подставим численные значения

$$\sigma = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 2,85}{5,3 \cdot 10^{-3}} = 4,76 \cdot 10^{-9} (\text{Кл/м}^2).$$

**Пример 3.** К воздушному конденсатору, заряженному до разности потенциалов  $U_1 = 500B$  и отключенному от источника напряжения, присоединен параллельно второй конденсатор таких же размеров и формы, но с другим диэлектриком (стекло). Определить диэлектрическую проницаемость  $\varepsilon$  стекла, если после присоединения второго конденсатора разность потенциалов уменьшилась до  $U_2 = 70B$ .

Дано:  $U_1 = 500B$ ;  $U = 70B$ ;  $\varepsilon_1 = 1(\text{воздух})$ .

Найти:  $\varepsilon_2$ .

*Решение.* Емкость плоского конденсатора определяется формулой

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

В нашем случае  $C_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$ ;  $C_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d}$ .

Отсюда следует

$$\varepsilon_2 = \frac{C_2}{C_1}. \quad (3.1)$$

С другой стороны, из определения емкости конденсатора  $C = \frac{q}{U}$  следует:

- для начального состояния первого конденсатора

$$C_1 = \frac{q}{U_1}$$

- для конечных состояний первого и второго конденсаторов

$$C_1 = \frac{q_1}{U}; \quad C_2 = \frac{q_2}{U},$$

где  $q$  – начальный заряд первого конденсатора,  $q_1, q_2$  – заряды конденсаторов после их параллельного соединения.

Из этих уравнений следует

$$q = C_1 U_1; \quad q_1 = C_1 U; \quad q_2 = C_2 U.$$

По закону сохранения зарядов имеем  $q = q_1 + q_2$ , так как конденсаторы отключены от источника напряжения.

То есть  $C_1 U_1 = C_1 U + C_2 U$ .

Отсюда

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{U_1 - U}{U}. \quad (3.2)$$

Подставляя формулу (3.2) в уравнение (3.1), окончательно получаем

$$\varepsilon_2 = \frac{U_1 - U}{U}; \quad \varepsilon_2 = \frac{500 - 70}{70} = 6,14.$$

**Пример 4.** Э. д. с. батареи  $\varepsilon = 12\text{В}$ . Наибольшая сила тока, которую может дать батарея,  $I_{\text{макс}} = 6\text{А}$ . Определить максимальную мощность  $P_{\text{макс}}$ , которая может выделяться во внешней цепи.

Дано:  $\varepsilon = 12\text{В}$ ;  $I_{\text{макс}} = 6\text{А}$ .

Найти:  $P_{\text{макс}}$ .

**Решение.** Мощность, выделяемую во внешней цепи, определяем по формуле

$$P = I^2 R,$$

где  $I$  – сила тока в цепи,  $R$  – внешнее сопротивление.

По закону Ома для замкнутой цепи

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}, \quad (4.1)$$

где  $r$  – внутреннее сопротивление источника тока.

Учитывая формулу (4.1), получаем

$$P = \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2}. \quad (4.2)$$

Для нахождения  $P_{\max}$  вычислим производную  $P(R)$  и приравняем ее нулю

$$\left[ \frac{\varepsilon^2 R}{(R+r)^2} \right]' = 0; \quad \frac{(R+r)^2 - 2R(R+r)}{(R+r)^4} = 0.$$

Отсюда получаем  $R = r$

Значит,  $P = P_{\max}$ , если внешнее сопротивление цепи равно внутреннему.

Тогда формула (4.2) примет вид

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2 r}{(r+r)^2} = \frac{\varepsilon^2}{4r}. \quad (4.3)$$

Как видно из формулы (4.1)  $I = I_{\max}$  при равенстве нулю внешнего сопротивления (ток короткого замыкания)

$$I_{\max} = \frac{\varepsilon}{r}.$$

Отсюда находим  $r = \frac{\varepsilon}{I_{\max}}. \quad (4.4)$

Подставляя формулу (4.4) в уравнение (4.3), окончательно находим

$$P_{\max} = \frac{\varepsilon^2 I_{\max}}{4\varepsilon} = \frac{\varepsilon I_{\max}}{4}.$$

С учетом заданных величин получаем

$$P_{\max} = \frac{12 \cdot 6}{4} = 18(\text{Вт}).$$

**Пример 5.** Сила тока в проводнике сопротивлением  $R = 20 \text{ Ом}$  нарастает в течение времени  $\Delta t = 2 \text{ с}$  по линейному закону от  $I_0 = 0$  до  $I = 6 \text{ А}$  (рисунок 10). Определить теплоту  $Q_1$ , выделившуюся в этом проводнике за первую и  $Q_2$  — за вторую секунды, а также найти отношение  $\frac{Q_2}{Q_1}$ .

Дано:  $R = 20 \text{ Ом};$

$\Delta t = 2 \text{ с};$

$I_0 = 0;$

$I = 6 \text{ А}.$

Найти:  $Q_1, Q_2, \frac{Q_2}{Q_1}.$

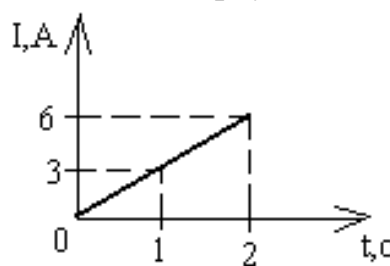


Рисунок 10.

**Решение.** Закон Джоуля—Ленца в виде  $Q = I^2 R t$  справедлив для случая постоянного тока ( $I = \text{const}$ ). Если же сила тока в проводнике изменяется, то указанный закон справедлив для бесконечно малого промежутка времени и записывается в виде

$$dQ = I^2 R dt. \quad (5.1)$$

Здесь сила тока  $I$  является некоторой функцией времени. В нашем случае

$$I = kt, \quad (5.2)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, численно равный приращению силы тока в единицу времени, т. е.

$$k = \frac{\Delta I}{\Delta t} = \frac{6}{2} \text{ A/c}.$$

С учетом (5.2) формула (5.1) примет вид

$$dQ = k^2 R t^2 dt. \quad (5.3)$$

Для определения теплоты, выделившейся за конечный промежуток времени  $\Delta t$ , выражение (5.3) надо проинтегрировать в пределах от  $t_1$  до  $t_2$ :

$$Q = k^2 R \int_{t_1}^{t_2} t^2 dt = \frac{1}{3} k^2 R (t_2^3 - t_1^3).$$

При определении теплоты, выделившейся за первую секунду, пределы интегрирования  $t_1 = 0$ ,  $t_2 = 1\text{c}$  и, следовательно,

$$Q_1 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 20(1-0) = 60 (\text{Дж}).$$

При определении теплоты  $Q_2$  пределы интегрирования  $t_1 = 1\text{c}$ ,  $t_2 = 2\text{c}$  и

$$Q_2 = \frac{1}{3} \cdot \left(\frac{6}{2}\right)^2 \cdot 20(8-1) = 420 (\text{Дж}).$$

Следовательно,  $\frac{Q_2}{Q_1} = \frac{420}{60} = 7$ ,

т. е. за вторую секунду выделится теплоты в 7 раз больше, чем за первую.

**Пример 6.** Три источника тока с  $\varepsilon_1 = 4\text{В}$ ;  $\varepsilon_2 = 2\text{В}$ ;  $\varepsilon_3 = 8\text{В}$  и внутренними сопротивлениями, соответственно,  $r_1 = 0,3\text{Ом}$ ;  $r_2 = 0,1\text{Ом}$ ;  $r_3 = 0,4\text{Ом}$ , а также сопротивления  $R_1 = 6\text{Ом}$ ;  $R_2 = 3\text{Ом}$ ;  $R_3 = 1\text{Ом}$  соединены как показано на рисунке 11.

Найти токи в каждой ветви цепи и разность потенциалов между точками В и А.

Дано:  $\varepsilon_1 = 4\text{В}$ ,  $r_1 = 0,3\text{Ом}$ ,  $R_1 = 6\text{Ом}$ ;

$\varepsilon_2 = 2\text{В}$ ,  $r_2 = 0,1\text{Ом}$ ,  $R_2 = 3\text{Ом}$ ;

$\varepsilon_3 = 8\text{В}$ ,  $r_3 = 0,4\text{Ом}$ ,  $R_3 = 1\text{Ом}$ ;

Найти:  $I_1, I_2, I_3, \varphi_B - \varphi_A$ .

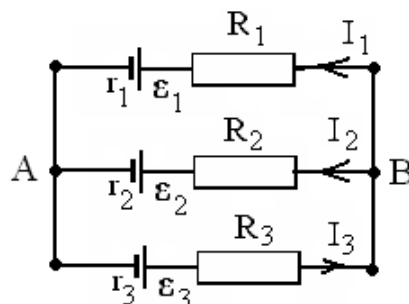


Рисунок 11.

**Решение.** Воспользуемся правилами Кирхгофа.

Выберем направления токов  $I_1, I_2, I_3$  и укажем на схеме.

В соответствии с первым правилом  $\sum_{k=1}^n I_k = 0$  для узла А имеем

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0. \quad (6.1)$$

В соответствии со вторым правилом

$$\sum_{i=1}^{m_1} I_i (R_i + r_i) = \sum_{\kappa=1}^{m_2} \varepsilon_{\kappa}$$

для контура  $A\varepsilon_1 B\varepsilon_2 A$  (обход по часовой стрелке)

$$-I_1(R_1 + r_1) + I_2(R_2 + r_2) = \varepsilon_1 - \varepsilon_2; \quad (6.2)$$

для контура  $A\varepsilon_3 B\varepsilon_1 A$  (обход против часовой стрелки)

$$I_3(R_3 + r_3) + I_1(R_1 + r_1) = \varepsilon_3 - \varepsilon_1. \quad (6.3)$$

Уравнения (6.1), (6.2) и (6.3) после подстановки заданных численных значений величин образуют систему трех уравнений для отыскания токов  $I_1, I_2, I_3$

$$\begin{cases} I_1 + I_2 - I_3 = 0 \\ -6,3I_1 + 3,1I_2 = 2 \\ 6,3I_1 + 1,4I_3 = 4 \end{cases}$$

Решая эту систему, находим

$$I_1 = 0,294A; \quad I_2 = 1,242A; \quad I_3 = 1,536A.$$

Для нахождения разности потенциалов  $\varphi_B - \varphi_A$  воспользуемся законом Ома для неоднородного участка цепи

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \varepsilon}{R + r},$$

применив его для любой из ветвей данной цепи. Выберем, например, первую ветвь цепи  $A\varepsilon_1 B$ .

Получим 
$$-I_1 = \frac{\varphi_A - \varphi_B + \varepsilon_1}{R_1 + r_1}.$$

Отсюда 
$$\varphi_B - \varphi_A = \varepsilon_1 + I_1(R + r).$$

После подстановки численных значений величин находим

$$\varphi_B - \varphi_A = 4 + 0,294(6 + 0,3) = 5,85(V).$$

## Задачи

3.01. Две параллельные плоскости, заряженные с поверхностными плотностями  $\sigma_1 = 0,2 \text{ мкКл/м}^2$  и  $\sigma_2 = -0,3 \text{ мкКл/м}^2$ , находятся на расстоянии  $d = 0,5 \text{ см}$  друг от друга. Определить разность потенциалов между плоскостями.

3.02. Расстояние  $d$  между двумя точечными зарядами  $q_1 = 180 \text{ нКл}$  и  $q_2 = 720 \text{ нКл}$  равно  $60 \text{ см}$ . Определить точку, в которую нужно поместить третий заряд  $q_3$  так, чтобы система зарядов находилась в равновесии. Определить величину и знак заряда. Устойчивое или неустойчивое будет равновесие?

3.03. На бесконечном тонкостенном цилиндре диаметром  $d = 10 \text{ см}$  равномерно распределен заряд с поверхностной плотностью  $\sigma = 1 \text{ мкКл/м}^2$ . Определить напряженность поля в точке, отстоящей от поверхности цилиндра на  $a = 5 \text{ см}$ .

3.04. Два одинаковых металлических заряженных шара находятся на расстоянии  $r = 60 \text{ см}$ . Сила отталкивания шаров  $F_1 = 7 \text{ мкН}$ . После того как шары

привели в соприкосновение и удалили друг от друга на прежнее расстояние, сила отталкивания возросла и стала равной  $F_2 = 160 \text{ мкН}$ . Вычислить заряды  $q_1$  и  $q_2$ , которые были на шарах до их соприкосновения. Диаметр шаров считать много меньшим расстояния между ними.

3.05. Электрон, обладающий кинетической энергией  $T = 5 \text{ эВ}$ , влетел в однородное электрическое поле в направлении силовых линий поля. Какой скоростью будет обладать электрон, пройдя в этом поле разность потенциалов  $U = 2 \text{ В}$ ?

3.06. Определить потенциальную энергию системы двух точечных зарядов  $q_1 = 100 \text{ нКл}$  и  $q_2 = 10 \text{ нКл}$ , находящихся на расстоянии  $r = 10 \text{ см}$  друг от друга.

3.07. Поле образовано бесконечной равномерно заряженной плоскостью с поверхностной плотностью заряда  $\sigma = 10 \text{ нКл/м}^2$ . Определить разность потенциалов  $U$  двух точек поля, отстоящих от плоскости на  $r_1 = 5 \text{ см}$  и  $r_2 = 10 \text{ см}$ .

3.08. Пылинка массой  $m = 10 \text{ мкг}$ , несущая на себе заряд  $q = 10 \text{ нКл}$ , влетела в электрическое поле в направлении силовых линий. После прохождения разности потенциалов  $U = 150 \text{ В}$  пылинка имела скорость  $v = 20 \text{ м/с}$ . Определить скорость пылинки до того, как она влетела в поле.

3.09. Три одинаковых капли ртути, заряженных до потенциала  $\varphi = 20 \text{ В}$ , сливаются в одну. Каков потенциал образовавшейся капли?

3.10. Точечные заряды  $q_1 = 1 \text{ мКл}$  и  $q_2 = -1 \text{ мКл}$  находятся на расстоянии  $d = 10 \text{ см}$  друг от друга. Определить напряженность поля в точке, удаленной на  $r_1 = 6 \text{ см}$  от первого и,  $r_2 = 8 \text{ см}$  от второго заряда. Определить также силу, действующую в этой точке на точечный заряд  $q = 0,1 \text{ мКл}$ .

3.11. Между пластинами плоского конденсатора вложена тонкая слюдяная пластинка. Какое давление испытывает эта пластинка при напряженности электрического поля  $10 \text{ кВ/см}$ ?

3.12. Плоский конденсатор с площадью пластин  $S = 300 \text{ см}^2$  каждая заряжен до разности потенциалов  $U = 1 \text{ кВ}$ . Расстояние между пластинами  $d = 4 \text{ см}$ . Диэлектрик – стекло. Определить энергию  $W$  поля конденсатора и плотность  $w$  энергии поля.

3.13. Расстояние между пластинами плоского конденсатора  $d = 2 \text{ см}$ , разность потенциалов  $U = 6 \text{ кВ}$ . Заряд каждой пластины  $q = 10 \text{ нКл}$ . Определить энергию  $W$  поля конденсатора и силу  $F$  взаимного притяжения пластин.

3.14. Емкость плоского конденсатора  $C = 100 \text{ нФ}$ . Диэлектрик – фарфор. Конденсатор зарядили до разности потенциалов  $U = 600 \text{ В}$  и отключили от источника напряжения. Какую работу нужно совершить, чтобы вынуть диэлектрик из конденсатора?

3.15. Плоский конденсатор состоит из двух круглых пластин радиусом  $R = 20 \text{ см}$  каждая. Расстояние между пластинами  $d = 5 \text{ мм}$ . Конденсатор присоединен к источнику напряжения  $U = 3 \text{ кВ}$ . Определить заряд и напряженность поля конденсатора, если диэлектриком будут: а) воздух; б) стекло.

3.16. Пластины плоского конденсатора площадью  $100 \text{ см}^2$  каждая притягиваются друг к другу с силой  $3 \cdot 10^{-3} \text{ кгс}$ . Пространство между пластинами

заполнено слюдой. Найти: 1). заряды, находящиеся на пластинах, 2). напряженность поля между пластинами, 3). энергию в единице объема поля.

3.17. Два конденсатора емкостью  $C_1 = 2\text{мкФ}$  и  $C_2 = 3\text{мкФ}$  соединены последовательно и присоединены к батарее э. д. с.  $\mathcal{E} = 30\text{В}$ . Определить заряд каждого конденсатора и разность потенциалов между его обкладками.

3.18. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено двумя слоями диэлектриков: слоем стекла толщиной  $d_1 = 1\text{см}$  и слоем парафина толщиной  $d_2 = 2\text{см}$ . Разность потенциалов между обкладками  $U = 3\text{кВ}$ . Определить напряженность поля и падение потенциала в каждом из слоев.

3.19. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора площадью  $100\text{ см}^2$  каждая равна  $280\text{ В}$ . Поверхностная плотность заряда на пластинах  $4,95 \cdot 10^{-11}\text{ Кл/см}^2$ . Найти: 1). напряженность поля внутри конденсатора, 2). расстояние между пластинами, 3). скорость, которую получит электрон, пройдя в конденсаторе путь от одной пластины до другой, 4). энергию конденсатора.

3.20. Плоский воздушный конденсатор с площадью пластин  $100\text{ см}^2$  и расстоянием между ними  $1\text{ мм}$  заряжен до  $100\text{ В}$ . Затем пластины раздвигаются до расстояния  $25\text{ мм}$ . Найти энергию конденсатора до и после раздвижения пластин, если источник напряжения перед раздвижением отключается.

3.21. Имеется  $120$ -вольтовая лампочка мощностью  $40\text{ Вт}$ . Какое дополнительное сопротивление надо включить последовательно с лампочкой, чтобы она давала нормальный накал при напряжении в сети  $220\text{ В}$ ? Сколько метров нихромовой проволоки диаметром  $0,3\text{ мм}$  надо взять, чтобы получить такое сопротивление?

3.22. В сеть с напряжением  $U = 120\text{ В}$  включили катушку с сопротивлением  $R = 5\text{кОм}$  и вольтметр, соединенные последовательно. Показание вольтметра  $U_1 = 80\text{ В}$ . Когда катушку заменили другой, вольтметр показал  $U_2 = 50\text{ В}$ . Определить сопротивление другой катушки.

3.23. Определить число электронов, проходящих в секунду через единицу площади поперечного сечения железной проволоки длиной  $l = 6\text{ м}$  при напряжении на ее концах  $U = 6\text{ В}$ .

3.24. Сила тока в проводнике равномерно увеличивается от нуля до некоторого максимального значения в течение времени  $t = 10\text{ с}$ . За это время в проводнике выделилась теплота  $Q = 1\text{кДж}$ . Определить скорость нарастания тока в проводнике, если сопротивление его  $R = 3\text{ Ом}$ .

3.25. От батареи, э. д. с. которой  $\mathcal{E} = 500\text{ В}$ , требуется передать энергию на расстояние  $l = 2,5\text{ км}$ . Потребляемая мощность  $P = 10\text{ кВт}$ : Найти минимальные потери мощности в сети, если диаметр медных подводящих проводов  $d = 1,5\text{ см}$ .

3.26. Э. д. с. батареи  $\mathcal{E} = 60\text{ В}$ , внутреннее сопротивление  $r = 4\text{ Ом}$ . Внешняя цепь потребляет мощность  $P = 125\text{ Вт}$ . Определить силу тока  $I$  в цепи, напряжение  $U$ , под которым находится внешняя цепь, и ее сопротивление  $R$ .

3.27. Э. д. с. батареи  $\mathcal{E} = 8\text{ В}$ . При силе тока  $I = 2\text{ А}$  к. п. д. батареи  $\eta = 0,75$ . Определить внутреннее сопротивление  $r$  батареи.



3.28. При внешнем сопротивлении  $R_1 = 30\text{ Ом}$  сила тока в цепи  $I_1 = 0,3\text{ А}$ , при сопротивлении  $R_2 = 50\text{ Ом}$  сила тока  $I_2 = 0,2\text{ А}$ . Определить силу тока короткого замыкания источника э. д. с.

3.29. По проводнику сопротивлением  $R = 30\text{ Ом}$  течет равномерно возрастающий ток. За время  $t = 8\text{ с}$  в проводнике выделилась теплота  $Q = 200\text{ Дж}$ . Определить заряд  $q$ , протекший за это время по проводнику. В момент времени, принятый за начальный, ток в проводнике был равен нулю.

3.30. Элемент замыкают сначала на внешнее сопротивление  $R_1 = 20\text{ Ом}$ , а затем на внешнее сопротивление  $R_2 = 0,50\text{ Ом}$ . Найти э.д.с. элемента и его внутреннее сопротивление, если известно, что в каждом из этих случаев мощность, выделяемая во внешней цепи, одинакова и равна  $2,54\text{ Вт}$ .

3.31. В схеме рисунок 12  $\varepsilon_1$  и  $\varepsilon_2$  — два элемента с равными э.д.с.  $2\text{ В}$ . Внутренние сопротивления этих элементов равны соответственно  $r_1 = 10\text{ Ом}$  и  $r_2 = 20\text{ Ом}$ . Чему равно внешнее сопротивление  $R$  если сила тока  $I_1$ , текущего через  $\varepsilon_1$ , равна  $1\text{ А}$ ? Найти силу тока  $I_2$ , идущего через  $\varepsilon_2$ . Найти силу тока  $I_R$ , идущего через сопротивление  $R$ .

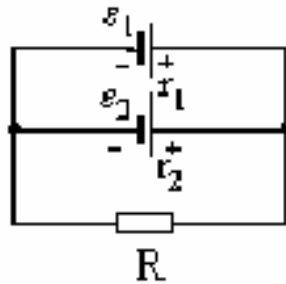


Рисунок 12.

3.32. Определить силу тока в каждом элементе и напряжение на зажимах сопротивления  $R$  (см. рисунок 3 31), если  $\varepsilon_1 = 8\text{ В}$ ,  $r_1 = 10\text{ Ом}$ ,  $\varepsilon_2 = 4\text{ В}$ ,  $r_2 = 0,50\text{ Ом}$  и  $R = 500\text{ Ом}$ .

3.33. Какая разность потенциалов получается на зажимах двух элементов, включенных параллельно, если их э.д.с. равны соответственно  $\varepsilon_1 = 1,4\text{ В}$  и  $\varepsilon_2 = 1,2\text{ В}$  и внутренние сопротивления  $r_1 = 0,60\text{ Ом}$  и  $r_2 = 0,40\text{ Ом}$ ?

3.34. Определить силы токов на всех участках электрической цепи (см. рисунок 13), если  $\varepsilon_1 = 3\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 8\text{ В}$ ,  $R_1 = 40\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 30\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10\text{ Ом}$ ,  $R_4 = 20\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

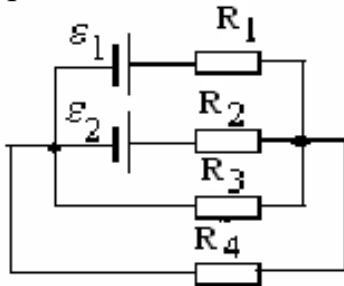


Рисунок 13.

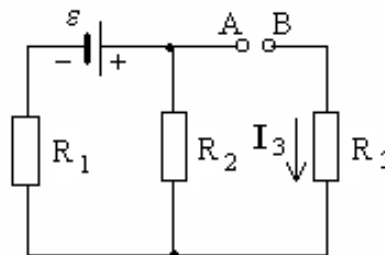


Рисунок 14.

3.35. Три сопротивления  $R_1 = 50\text{ Ом}$ ,  $R = 10\text{ Ом}$  и  $R_3 = 30\text{ Ом}$ , а также источник тока  $\varepsilon_1 = 1,4\text{ В}$  соединены, как показано на рисунке 14. Определить э. д. с. источника, который надо подключить в цепь между точками А и В, чтобы в сопротивлении  $R_3$  шел ток силой 1 А в направлении, указанном стрелкой. Сопротивлением источников тока пренебречь.

3.36. Определить разность потенциалов между точками А и В (рисунок 15), если  $\varepsilon_1 = 3\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 2\text{ В}$ ,  $R_1 = 10\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 50\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 30\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

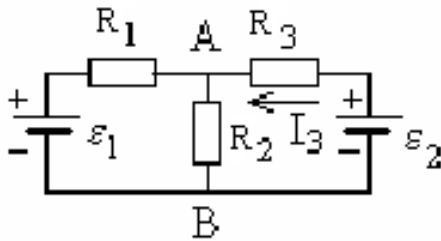


Рисунок 15.

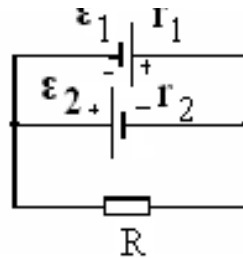


Рисунок 16.

3.37. Определить силу тока в сопротивлении  $R_3$  (рисунок 15) и напряжение на концах этого сопротивления, если  $\varepsilon_1 = 4\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 3\text{ В}$ ,  $R_1 = 20\text{ Ом}$ ,  $R_2 = 60\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10\text{ Ом}$ . Внутренними сопротивлениями источников тока пренебречь.

3.38. Два источника тока  $\varepsilon_1 = 14\text{ В}$  с внутренним сопротивлением  $r_1 = 20\text{ Ом}$  и  $\varepsilon_2 = 6\text{ В}$  с внутренним сопротивлением  $r_2 = 40\text{ Ом}$ , а также реостат  $R = 100\text{ Ом}$  соединены, как показано на рисунке 16. Определить силы тока в реостате и в источниках тока.

3.39. В схеме рисунка 17  $\varepsilon_1 = 2\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 4\text{ В}$ ,  $R_1 = 0,50\text{ Ом}$  и падение потенциала на сопротивление  $R_2$  (ток через  $R_2$  направлен сверху вниз) равно 1 В. Найти показание амперметра. Внутренним сопротивлением элементов и амперметра пренебречь.

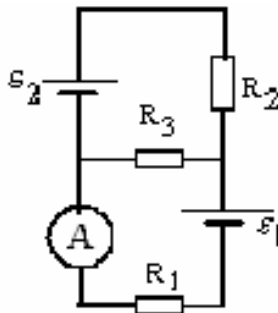


Рисунок 17.

3.40. В схеме рисунка 17  $\varepsilon_1 = 30\text{ В}$ ,  $\varepsilon_2 = 5\text{ В}$ ,  $R_2 = 100\text{ Ом}$ ,  $R_3 = 200\text{ Ом}$ . Через амперметр идет ток 1 А, направленный от  $R_3$  к  $R_1$ . Найти сопротивление  $R_1$ . Сопротивлением батареи и амперметра пренебречь.

## ЭЛЕКТРОМАГНЕТИЗМ

### Основные физические величины и законы

## Закон Ампера

$$\vec{dF} = I[\vec{dl}\vec{B}],$$

где  $\vec{dF}$  – сила, с которой магнитное поле действует на элемент длины проводника  $dl$  с током  $I$ , вектор  $\vec{dl}$  совпадает с направлением тока,  $\vec{B}$  – вектор магнитной индукции.

В скалярном виде

$$dF = IBdl \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{dl}$  и  $\vec{B}$ .

Сила Лоренца

$$\vec{F}_L = q[\vec{V}\vec{B}],$$

где  $\vec{F}_L$  – сила, действующая на заряд  $q$ , движущийся в магнитном поле со скоростью  $\vec{V}$  (сила Лоренца).

В скалярном виде

$$F_L = qVB \sin \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между  $\vec{V}$  и  $\vec{B}$ .

Связь магнитной индукции  $\vec{B}$  и напряженности  $\vec{H}$  магнитного поля

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная,  $\mu$  – магнитная проницаемость среды.

Закон Био-Савара-Лапласа

$$\vec{dH} = \frac{I[\vec{dl}\vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где  $\vec{dH}$  – напряженность магнитного поля, создаваемого элементом длины  $\vec{dl}$  проводника с током  $I$ ;  $\vec{r}$  – радиус-вектор, приведенный от  $\vec{dl}$  к точке, в которой определяется напряженность поля.

В скалярном виде

$$dH = \frac{Idl \cdot \sin \alpha}{4\pi r^2},$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{dl}$  и  $\vec{r}$ .

Из закона Био-Савара-Лапласа следуют формулы, определяющие:

1). напряженность магнитного поля в центре кругового проводника радиуса  $R$  с током  $I$

$$H = \frac{I}{2R};$$

2). Напряженность магнитного поля, создаваемого отрезком прямолинейного проводника с током, в точке, отстоящей от проводника на расстоянии  $d$ , и определяемой углами  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  между направлением тока и радиус-векторами из начала и конца отрезка в эту точку

$$H = \frac{I}{4\pi d}(\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2);$$

3). Напряженность магнитного поля, создаваемого «бесконечно длинным» ( $d \ll l$ ) проводником с током  $I$  на расстоянии  $d$  от него

$$H = \frac{I}{2\pi d};$$

4). Напряженность магнитного поля внутри соленоида, имеющего  $N$  витков, длину  $l$ , много большую диаметра соленоида  $D$

$$H = \frac{IN}{l}.$$

Поток вектора магнитной индукции (магнитный поток) через произвольную поверхность  $S$

$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S B dS \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $\vec{B}$  и  $\vec{n}$ ,  $\vec{n}$  – вектор нормали к площадке  $dS$ .

Поток вектора магнитной индукции через площадку  $S$  в однородном ( $\vec{B} = \text{const}$ ) магнитном поле соответственно

$$\Phi = BS \cos \alpha.$$

Закон электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где  $\varepsilon_i$  – э.д.с. индукции.

Э.д.с. самоиндукции

$$\varepsilon_c = -L \frac{dI}{dt},$$

где  $L$  – индуктивность контура

$$L = \frac{\Phi}{I},$$

где  $\Phi$  – магнитный поток, создаваемый в контуре током  $I$ .

Индуктивность соленоида (тороида)

$$L = \mu_0 \mu \frac{N^2 S}{l},$$

где  $N$  – число витков соленоида,  $l$  – его длина,  $S$  – площадь сечения.

Работа по перемещению проводника с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi^*,$$

где  $d\Phi^*$  – магнитный поток, пересеченный движущимся проводником.

Работа по перемещению замкнутого контура с током в магнитном поле

$$dA = Id\Phi,$$

где  $d\Phi$  – изменение магнитного потока, сцепленного с контуром.

Работа перемещения контура при неизменном токе в нем

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1),$$

где  $\Phi_1$  и  $\Phi_2$  – начальный и конечный магнитный потоки через контур.

Энергия магнитного поля, создаваемого током в замкнутом контуре, по которому течет ток  $I$

$$W = \frac{1}{2} LI^2.$$

Объемная плотность энергии

$$\omega_0 = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}.$$

**Пример 1.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2\text{Тл}$  движется протон. Траектория его движения представляет собой винтовую линию с радиусом  $R = 10\text{см}$  и шагом  $h = 60\text{см}$ . Определить кинетическую энергию протона.

Дано:  $B = 2\text{Тл}$ ;  $R = 10\text{см} = 0,1\text{м}$ ;  $h = 60\text{см} = 0,6\text{м}$ ;

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}; m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Найти:  $W_k$ .

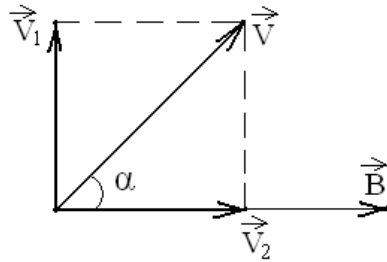


Рисунок 18.

*Решение.* Кинетическая энергия протона (при  $V \ll C$ )

$$W_k = \frac{mV^2}{2}. \quad (1.1)$$

$C = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$  – скорость света.

Заряженная частица движется в магнитном поле по винтовой линии в случае, когда ее скорость  $\vec{V}$  составляет с направлением вектора индукции  $\vec{B}$  угол  $\alpha$ , не равный  $90^\circ$ . В таком случае частица движется по окружности в плоскости, перпендикулярной линиям индукции  $\vec{B}$  со значением составляющей скорости  $\vec{V}_1 \perp \vec{B}$  и одновременно поступательно вдоль силовых линий  $\vec{B}$  со значением составляющей скорости  $\vec{V}_2 \uparrow\uparrow \vec{B}$ .

Как видно из рисунка 4.1  $V_1 = V \sin \alpha$ ;  $V_2 = V \cos \alpha$ .

$$V^2 = V_1^2 + V_2^2. \quad (1.2)$$

Согласно второму закону Ньютона

$$F_{\perp} = ma_n.$$

Сила Лоренца перпендикулярна вектору скорости  $\vec{V}_1$  и сообщает протону нормальное ускорение  $eBV_1 = \frac{mV_1^2}{R}$ .

Отсюда

$$V_1 = \frac{eBR}{m}, \quad (1.3)$$

где  $R$  – радиус окружности.

Шаг  $h$  винтовой линии – это расстояние, пройденное протоном со скоростью  $V_2$  вдоль силовой линии  $\vec{B}$  за время, равное периоду его вращения  $T$  по окружности

$$h = V_2 T.$$

Так как  $T = \frac{2\pi R}{V_1}$ , то  $h = \frac{2\pi R V_2}{V_1}$ .

Отсюда

$$V_2 = \frac{h V_1}{2\pi R} = \frac{h e B}{2\pi m}. \quad (1.4)$$

Подставляя формулы (1.3) и (1.4) в уравнение (1.2), находим

$$V^2 = \frac{R^2 e^2 B^2}{m^2} + \frac{h^2 e^2 B^2}{4\pi^2 m^2} = \frac{e^2 B^2 (4\pi^2 R^2 + h^2)}{4\pi^2 m^2}.$$

Отсюда

$$V = \frac{eB}{2\pi m} \sqrt{4\pi^2 R^2 + h^2} = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2}{2 \cdot 3,14 \cdot 1,67 \cdot 10^{-27}} \sqrt{4 \cdot 3,14^2 \cdot 0,1^2 + 0,6^2} = 2,65 \cdot 10^7 \text{ (м/с)}.$$

Как видно,  $V \ll C$ .

Таким образом, для кинетической энергии протона по формуле (1.1) получаем значение

$$W_k = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \cdot (2,65 \cdot 10^7)^2}{2} = 5,86 \cdot 10^{-13} \text{ (Дж)}.$$

**Пример 2.** По проводу, согнутому в виде квадрата со стороной  $a = 10 \text{ см}$ , течет ток силой  $I = 100 \text{ А}$ . Найти магнитную индукцию  $\vec{B}$  в точке пересечения диагоналей квадрата.

Дано:  $a = 10 \text{ см} = 0,1 \text{ м}$ ;

$I = 100 \text{ А}$ .

Найти:  $\vec{B}$ .

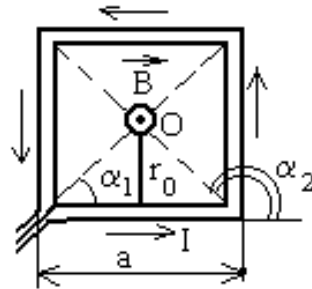


Рисунок 19.

**Решение.** Расположим квадратный виток в плоскости чертежа (рисунок 19). Согласно принципу суперпозиции магнитных полей магнитная индукция  $\vec{B}$  поля квадратного витка будет равна геометрической сумме магнитных индукций полей, создаваемых каждой стороной квадрата в отдельности:

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4. \quad (2.1)$$

В точке **О** пересечения диагоналей квадрата все векторы индукции будут направлены перпендикулярно плоскости витка «к нам». Кроме того, из соображений симметрии следует, что абсолютные значения этих векторов одинаковы:  $B_1 = B_2 = B_3 = B_4$ . Это позволяет векторное равенство (2.1) заменить скалярным равенством

$$B = 4B_1 \quad (2.2)$$

Магнитная индукция  $B_1$  поля, создаваемого отрезком прямолинейного провода с током, выражается формулой

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{4\pi r_0} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2). \quad (2.3)$$

Учитывая, что  $\alpha_2 = \pi - \alpha_1$  и  $\cos \alpha_2 = -\cos \alpha_1$  (рисунок 4.2), формулу (2.3) можно переписать в виде

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r_0} \cos \alpha_1.$$

Подставив это выражение  $B_1$  в формулу (2.2), найдем

$$B = \frac{2\mu_0 I}{\pi r_0} \cos \alpha_1.$$

Заметим, что  $r_0 = \frac{a}{2}$  и  $\cos \alpha_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}$  (так как  $\alpha_1 = \pi/4$ ), получим

$$B = \frac{2\sqrt{2}\mu_0 I}{\pi a}.$$

Подставим в эту формулу числовые значения физических величин и произведем вычисления:

$$B = \frac{2\sqrt{2}4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10^2}{\pi 0,1} = 1,13 \cdot 10^{-3} (Тл) = 1,13 (мТл).$$

**Пример 3.** В однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,2 Тл$  равномерно вращается катушка, содержащая  $N = 600$  витков, с частотой  $n = 60 об/с$ . Площадь поперечного сечения катушки  $100 \text{ см}^2$ . Ось вращения перпендикулярна оси катушки и направлению магнитного поля. Определить максимальную э.д.с. индукции вращающейся катушки.

Дано:  $B = 0,2 Тл$ ;  $N = 600$ ;  $n = 60 об/с$ ;  $S = 100 \text{ см}^2 = 10^{-2} \text{ м}^2$ .

Найти:  $\varepsilon_{i \max}$ .

*Решение.* Согласно закону электромагнитной индукции

$$\varepsilon_i = -\frac{d\Phi}{dt}.$$

$\Phi$  суммарный магнитный поток через все витки катушки (потокосцепление катушки)

$$\Phi = N \cdot \Phi_0,$$

где  $N$  – число витков,  $\Phi_0$  – магнитный поток, пронизывающий каждый отдельный виток.

При произвольном расположении катушки относительно магнитного поля

$$\Phi = NBS \cos \alpha t.$$

Учитывая, что круговая частота  $\omega = 2\pi n$ , получим

$$\Phi = NBS \cos 2\pi n t.$$

Тогда

$$\varepsilon_i = -\frac{d}{dt}(NBS \cos 2\pi n t) = 2\pi n NBS \sin 2\pi n t.$$

$\varepsilon_i = \varepsilon_{\max}$  при  $\sin 2\pi n t = 1$ .

Поэтому  $\varepsilon_{i \max} = 2\pi n NBS$ .

Подставляя численные значения величин получим

$$\varepsilon_{i \max} = 2 \cdot 3,14 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 10^2 \cdot 0,2 \cdot 10^{-2} = 45,2 (В).$$

**Пример 4.** Виток, в котором поддерживается постоянная сила тока  $I = 50\text{А}$ , установлен в однородном магнитном поле ( $B = 0,025\text{Тл}$ ). Диаметр витка  $d = 20\text{см}$ . Какую работу  $A$  нужно совершить, чтобы повернуть виток относительно оси, совпадающей с диаметром, на угол  $\alpha = \pi$ ?

Дано:  $I = 50\text{А}$ ;  $B = 2,5 \cdot 10^{-2}\text{Тл}$ ;  $d = 20\text{см} = 0,2\text{м}$ ;  $\alpha_1 = 0$ ;  $\alpha_2 = \pi$ .

Найти:  $A$ .

*Решение.* Работу поворота витка с постоянным током определим по формуле

$$A = I(\Phi_2 - \Phi_1). \quad (4.1)$$

магнитный поток  $\Phi$  через виток в произвольном положении

$$\Phi = B \cdot S \cdot \cos \alpha,$$

где  $\alpha$  – угол между нормалью  $\vec{n}$  к плоскости витка и направлением вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ .

В начальном (равновесном) положении нормаль  $\vec{n}$  совпадает с направлением вектора  $\vec{B}$ , то есть  $\alpha_1 = 0$ .

После поворота, по условию задачи,  $\alpha_2 = \pi$ .

Таким образом

$$\Phi_1 = BS \cos 0^0 = BS;$$

$$\Phi_2 = BS \cos \pi = -BS.$$

Подставляя эти выражения в уравнение (4.1), получим

$$A = I(-BS - BS) = -2IBS.$$

И так как площадь витка  $S$  равна  $S = \frac{\pi d^2}{4}$ , то окончательно имеем

$$A = -2IB \frac{\pi d^2}{4} = -\frac{1}{2} \pi d^2 IB.$$

Подставляя численные значения величин, получим

$$A = -\frac{1}{2} \cdot 3,14 \cdot 0,2^2 \cdot 50 \cdot 2,5 \cdot 10^{-2} = -7,85 \cdot 10^{-2} (\text{Дж}).$$

Работа внешних сил против сил магнитного поля.

**Пример 5.** Соленоид имеет длину  $l = 1\text{м}$  и сечение  $S = 20\text{см}^2$ . При некоторой силе тока, протекающего по обмотке, в соленоиде создается магнитный поток  $\Phi = 80\text{мкВб}$ . Чему равна энергия  $W$  магнитного поля соленоида? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

Дано:  $l = 1\text{м}$ ;  $S = 20\text{см}^2 = 2 \cdot 10^{-3}\text{м}^2$ ;  $\Phi_0 = 80\text{мкВб} = 8 \cdot 10^{-5}\text{Вб}$ ;

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{Гн/м}; \mu = 1.$$

Найти:  $W$ .

*Решение.* Энергию однородного магнитного поля определим по формуле

$$W = \omega \cdot V, \quad (5.1)$$

где  $V$  – объем соленоида:

$$V = lS \quad (5.2)$$

$\omega$  – объемная плотность энергии магнитного поля



$$\omega = \frac{B^2}{2\mu_0\mu}. \quad (5.3)$$

Магнитный поток через каждый виток соленоида

$$\Phi_0 = BS \cos \alpha = BS,$$

так как нормаль  $\vec{n}$  к плоскости витков совпадает по направлению с вектором  $\vec{B}$  и, соответственно,  $\alpha = 0$  и  $\cos 0 = 1$ .

Отсюда

$$B = \frac{\Phi_0}{S}.$$

Подставляя это выражение в уравнение (5.3), получим

$$\omega = \frac{\Phi_0^2}{2\mu_0\mu S^2}. \quad (5.3)$$

С учетом формул (5.2) и (5.3) уравнение (5.1) принимает вид

$$W = \frac{\Phi_0^2 \cdot l \cdot S}{2\mu_0\mu S^2} = \frac{l \cdot \Phi_0^2}{2\mu_0\mu S}.$$

Подставляя численные значения величин, получаем

$$W = \frac{1 \cdot (8 \cdot 10^{-5})^2}{2 \cdot 4 \cdot 3,14 \cdot 10^{-7} \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 1,27 (\text{Дж}).$$

### Задачи

4.01. Электрон движется в однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции. Определить силу  $F$ , действующую на электрон со стороны поля, если индукция поля  $B = 0,1 \text{ Тл}$ , а радиус кривизны траектории  $R = 0,5 \text{ см}$ .

4.02. Электрон движется по окружности в однородном магнитном поле напряженностью  $H = 2,5 \cdot 10^4 \text{ А/м}$ . Определить период  $T$  обращения электрона.

4.03. Электрон движется в магнитном поле с индукцией  $B = 1 \text{ мТл}$  по окружности радиусом  $R = 0,5 \text{ см}$ . Какова кинетическая энергия  $T$  электрона? Ответ дать в джоулях и электрон-вольтах.

4.04. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле индукцией  $B = 0,5 \text{ Тл}$  под углом  $\alpha = 60^\circ$  к направлению линий индукции. Определить силу Лоренца  $F_L$ , если скорость частицы  $\mathcal{V} = 10 \text{ м/с}$ .

4.05. Заряженная частица с энергией  $T = 1 \text{ кэВ}$  движется в однородном магнитном поле по окружности радиусом  $R = 1 \text{ мм}$ . Определить силу  $F_L$ , действующую на частицу со стороны поля.

4.06. Частица, несущая один элементарный заряд, влетела в однородное магнитное поле с индукцией  $B = 0,05 \text{ Тл}$ . Определить момент импульса  $L$ , которым обладала частица при движении в магнитном поле, если траектория ее представляла дугу окружности радиусом  $R = 0,2 \text{ мм}$ .

4.07. Прямой провод длиной  $l = 20\text{см}$ , по которому течет ток силой  $I = 50\text{А}$ , движется в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 2\text{Тл}$ . Какую работу  $A$  совершат силы, действующие на провод со стороны поля, переместив его на  $s = 10\text{см}$ , если направление перемещения перпендикулярно линиям индукции и длине провода?

4.08. Электрон, ускоренный разностью потенциалов  $U = 6\text{кВ}$ , влетает в однородное магнитное поле под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению поля и начинает двигаться по винтовой линии. Индукция магнитного поля  $B = 1,3 \cdot 10^{-2}\text{Тл}$ . Найти: 1) радиус витка винтовой линии; 2) шаг винтовой линии.

4.09. Заряженная частица прошла ускоряющую разность потенциалов  $U = 104\text{В}$  и влетела в скрещенные под прямым углом электрическое ( $E = 100\text{В/м}$ ) и магнитное ( $B = 0,1\text{Тл}$ ) поля. Определить отношение заряда частицы к ее массе, если, двигаясь перпендикулярно обоим полям, частица не испытывает отклонений от прямолинейной траектории.

4.10. Протон влетает в однородное магнитное поле под углом  $\alpha = 30^\circ$  к направлению поля и движется по винтовой линии радиусом  $1,5\text{ см}$ . Индукция магнитного поля  $10^3\text{ Гс}$ . Найти кинетическую энергию протона.

4.11. По двум длинным параллельным проводам, расстояние между которыми  $d = 6\text{см}$ , текут одинаковые токи  $I = 12\text{А}$ . Определить индукцию  $B$  и напряженность  $H$  магнитного поля в точке, удаленной от каждого провода на расстояние  $r = 6\text{см}$ , если токи текут: а) в одинаковом направлении; б) в противоположных направлениях.

4.12. Два бесконечно длинных прямых проводника скрещены под прямым углом. По проводникам текут токи  $I_1 = 80\text{А}$  и  $I_2 = 60\text{А}$ . Расстояние между проводниками  $d = 10\text{см}$ . Определить индукцию магнитного поля в точке, лежащей на середине общего перпендикуляра к проводникам.

4.13. По проводнику, согнутому в виде прямоугольника со сторонами  $a = 6\text{см}$  и  $b = 10\text{см}$ , течет ток силой  $I = 20\text{А}$ . Определить напряженность  $H$  и индукцию  $B$  магнитного поля в точке пересечения диагоналей прямоугольника.

4.14. По контуру в виде равностороннего треугольника идет ток силой  $I = 40\text{А}$ . Сторона треугольника  $a = 30\text{см}$ . Определить магнитную индукцию  $B$  в точке пересечения высот.

4.15. Ток силой  $I = 20\text{А}$  идет по проводнику, согнутому под прямым углом. Найти напряженность магнитного поля в точке, лежащей на биссектрисе этого угла и отстоящей от вершины угла на расстояние  $b = 10\text{см}$ . Считать, что оба конца проводника находятся очень далеко от вершины угла.

4.16. Магнитная стрелка помещена в центре кругового витка, плоскость которого расположена вертикально и составляет угол  $\varphi = 90^\circ$  с плоскостью магнитного меридиана. Радиус окружности  $R = 10\text{см}$ . Определить угол, на который повернется магнитная стрелка, если по проводнику пойдет ток силой  $I = 1,6\text{А}$  (дать два ответа). Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной  $B = 20\text{мкТл}$ .

4.17. По проводнику, изогнутому в виде окружности, течет ток. Напряженность магнитного поля в центре окружности  $H = 20 \text{ А/м}$ . Не изменяя силы тока в проводнике, ему придали форму квадрата. Определить напряженность магнитного поля в точке пересечения диагоналей этого квадрата.

4.18. Проволочный виток радиусом  $R = 20 \text{ см}$  расположен в плоскости магнитного меридиана. В центре витка установлена небольшая магнитная стрелка, могущая вращаться вокруг вертикальной оси. На какой угол отклонится стрелка, если по витку пустить ток силой  $I = 12 \text{ А}$ ? Горизонтальную составляющую индукции земного магнитного поля принять равной  $B = 20 \text{ мкТл}$ .

4.19. Обмотка катушки сделана из проволоки диаметром  $0,8 \text{ мм}$ . Витки плотно прилегают друг к другу. Считая катушку достаточно длинной, найти напряженность магнитного поля внутри катушки при силе тока  $1 \text{ А}$ .

4.20. Бесконечно длинный провод образует круговую петлю, касательную к проводу. По проводу идет ток силой  $5 \text{ А}$ . Найти радиус петли, если известно, что напряженность магнитного поля в центре петли равна  $41 \text{ А/м}$ .

4.21. Рамка площадью  $S = 200 \text{ см}^2$  равномерно вращается с частотой  $n = 10 \text{ с}^{-1}$  относительно оси, лежащей в плоскости рамки и перпендикулярной линиям индукции однородного магнитного поля ( $B = 0,2 \text{ Тл}$ ). Определить среднее значение э.д.с. индукции за время, в течение которого магнитный поток, пронизывающий рамку, изменится от нуля до максимального значения.

4.22. Рамка, содержащая  $N = 1500$  витков площадью  $S = 50 \text{ см}^2$  равномерно вращается с частотой  $n = 960 \text{ об/мин}$  в магнитном поле напряженностью  $H = 10^5 \text{ А/м}$ . Ось вращения лежит в плоскости рамки и перпендикулярна линиям напряженности. Определить максимальную э. д. с. индукции, возникающую в рамке.

4.23. Соленоид диаметром  $d = 4 \text{ см}$ , имеющий  $N = 500$  витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью  $1 \text{ мТл/с}$ . ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол  $\alpha = 45^\circ$ . Определить э.д.с. индукции, возникающей в соленоиде.

4.24. В магнитное поле, изменяющееся по закону  $B = 0,1 \cos 4t (\text{Тл})$ , помещена квадратная рамка со стороной  $a = 50 \text{ см}$ , причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол  $\alpha = 45^\circ$ . Определить э.д.с. индукции, возникающую в рамке в момент времени  $t = 5 \text{ с}$ .

4.25. В однородном магнитном поле напряженностью  $H = 2000 \text{ А/м}$ , равномерно с частотой  $n = 10 \text{ с}^{-1}$  вращается стержень длиной  $l = 20 \text{ см}$  так, что плоскость его вращения перпендикулярна линиям напряженности, а ось вращения проходит через один из его концов. Определить индуцируемую на концах стержня разность потенциалов.

4.26. Соленоид содержит  $N = 600$  витков. Сечение сердечника (из немагнитного материала)  $S = 8 \text{ см}^2$ . По обмотке течет ток, создающий поле с индукцией  $B = 5 \text{ мТл}$ . Определить среднее значение э.д.с. самоиндукции, которая возникает

на зажимах соленоида, если ток уменьшается практически до нуля за время  $\Delta t = 0,6 \text{ мс}$

4.27. Кольцо из алюминиевого провода ( $\rho = 26 \text{ нОм} \cdot \text{м}$ ) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца  $D = 30 \text{ см}$ , диаметр провода  $d = 2 \text{ мм}$ . Определить скорость изменения магнитного поля, если ток в кольце  $I = 1 \text{ А}$ .

4.28. Через катушку, индуктивность которой равна  $200 \text{ мГн}$ , протекает ток, изменяющийся по закону  $I = 2 \cos 3t$ . Определить максимальное значение э.д.с. самоиндукции.

4.29. В однородном магнитном поле индукцией  $B = 0,4 \text{ Тл}$  вращается с частотой  $n = 1600 \text{ об/с}$  стержень длиной  $l = 10 \text{ см}$ . Ось вращения параллельна линиям индукции и проходит через середину стержня, перпендикулярно к его оси. Определить разность потенциалов на концах стержня.

4.30. В однородном магнитном поле, индукция которого  $0,8 \text{ Тл}$ , равномерно вращается рамка с угловой скоростью  $15 \text{ рад/с}$ . Площадь рамки  $150 \text{ см}^2$ . Ось вращения находится в плоскости вращения рамки и составляет  $30^\circ$  с направлением силовых линий магнитного поля. Найти максимальную э.д.с. индукции во вращающейся рамке.

4.31. Индуктивность  $L$  соленоида, намотанного в один слой на немагнитный каркас, равна  $0,2 \text{ мГн}$ . Длина соленоида  $l = 0,5 \text{ м}$ , диаметр  $D = 1 \text{ см}$ . Определить число витков  $n$ , приходящихся на единицу длины соленоида.

4.32. На длинный картонный каркас диаметром  $D = 2 \text{ см}$  уложена однослойная обмотка (виток к витку) из проволоки диаметром  $d = 0,5 \text{ мм}$ . Определить магнитный поток  $\Phi$ , создаваемый таким соленоидом при силе тока  $I = 4 \text{ А}$ .

4.33. Виток радиусом  $R = 10 \text{ см}$ , по которому течет ток силой  $I = 20 \text{ А}$ , свободно установился в однородном магнитном поле напряженностью  $H = 10^3 \text{ А/м}$ . Виток повернули относительно диаметра на угол  $\varphi = 60^\circ$ . Определить совершенную работу.

4.34. Торойд диаметром (по средней линии)  $D = 40 \text{ см}$  и площадью сечения  $S = 10 \text{ см}^2$  содержит  $N = 1200$  витков. Вычислить энергию магнитного поля тороида при силе тока  $I = 10 \text{ А}$ . Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

4.35. Определить плотность  $\omega$  энергии магнитного поля в центре кольцевого проводника, имеющего радиус  $R = 25 \text{ см}$  и содержащего  $N = 100$  витков. Сила тока в проводнике  $I = 2 \text{ А}$ .

4.36. Соленоид сечением  $S = 6 \text{ см}^2$  содержит  $N = 1500$  витков. Индукция  $B$  магнитного поля внутри соленоида при силе тока  $I = 4 \text{ А}$  равна  $0,08 \text{ Тл}$ . Определить индуктивность  $L$  соленоида.

4.37. В однородном магнитном поле перпендикулярно линиям индукции расположен плоский контур площадью  $S = 400 \text{ см}^2$ . Поддерживая в контуре постоянную силу тока  $I = 20 \text{ А}$ , его переместили из поля в область пространства, где

поле отсутствует. Определить индукцию  $B$  магнитного поля, если при перемещении контура была совершена работа  $A = 0,2 \text{ Дж}$ .

4.38. Соленоид содержит  $N = 800$  витков. При силе тока  $I = 1 \text{ А}$  магнитный поток  $\Phi = 0,1 \text{ Вб}$ . Определить энергию  $W$  магнитного поля соленоида. Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

4.39. Обмотка соленоида содержит  $n = 10$  витков на каждый сантиметр длины. При какой силе тока объемная плотность энергии магнитного поля будет равна  $1 \text{ Дж/м}^3$ ? Сердечник выполнен из немагнитного материала, и магнитное поле во всем объеме однородно.

4.40. Плоский контур с током силой  $I = 10 \text{ А}$  свободно установился в однородном магнитном поле с индукцией  $B = 0,1 \text{ Тл}$ . Площадь контура  $S = 100 \text{ см}^2$ . Поддерживая ток в контуре неизменным, его повернули относительно оси, лежащей в плоскости контура, на угол  $\alpha = 60^\circ$ . Определить совершенную при этом работу.

## ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

### Основные физические величины и законы

Скорость света в среде

$$g = \frac{c}{n},$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $n$  – показатель преломления среды.

Оптический ход луча

$$\delta = nl,$$

где  $l$  – геометрическая длина пути луча в среде с показателем преломления  $n$ .

Оптическая разность хода двух лучей

$$\Delta = n_1 l_1 - n_2 l_2.$$

Условие максимального усиления света в результате интерференции

$$\Delta = \pm k\lambda, \quad k = (0, 1, 2, \dots),$$

где  $\lambda$  – длина световой волны в вакууме.

Условие максимального ослабления света

$$\Delta = \pm (2k + 1) \cdot \frac{\lambda}{2}.$$

При дифракции на плоской решетке условие главных максимумов

$$d \sin \varphi = \pm k\lambda; \quad (k = 0, 1, 2, \dots),$$

где  $d$  – период дифракционной решетки  $d = \frac{1}{N_0}$ ,  $N_0$  – число щелей, проходящих на единицу длины решетки,  $\varphi$  – угол дифракции,  $\kappa$  – порядок спектра.

Разрешающая способность дифракционной решетки

$$R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \kappa N,$$

где  $\lambda, (\lambda + \delta\lambda)$  – длина волн двух соседних спектральных линий, разрешаемых решеткой,  $\kappa$  – порядок спектра,  $N$  – общее число штрихов решетки.

Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1},$$

где  $\alpha_B$  – угол падения луча, при котором отраженный от границы раздела диэлектриков луч является плоскополяризованным,  $n_1, n_2$  – абсолютные показатели преломления диэлектриков.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \varphi,$$

где  $I$  – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через анализатор (второй поляризатор);  $I_0$  – интенсивность плоскополяризованного света, прошедшего через поляризатор (первый поляризатор) и падающего на анализатор;  $\varphi$  – угол между главными плоскостями поляризатора и анализатора.

Угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \varphi_0 d,$$

где  $d$  – длина пути, пройденного светом в оптически активном веществе;  $\varphi_0$  – удельное вращение.

## КВАНТОВАЯ ОПТИКА

### Основные физические величины и законы

Мощность (поток) теплового излучения

$$\Phi = \frac{W}{t} \text{ (Вт)},$$

где  $W$  – энергия всех длин волн, излученных телом за время  $t$ .

Энергетическая светимость тела

$$R_T = \frac{\Phi}{S} \left( \frac{Bm}{m^2} \right),$$

где  $S$  – площадь излучающей поверхности тела.

Спектральная плотность энергетической светимости (излучательная способность)

$$r_{\lambda T} = \frac{dW_{\lambda, \lambda+d\lambda}}{t \cdot S \cdot d\lambda},$$

где  $dW_{\lambda, \lambda+d\lambda}$  – энергия излучения в интервале длин волн от  $\lambda$  до  $\lambda + d\lambda$ .

Закон Стефана-Больцмана

$$R_T = \sigma T^4,$$

где  $\sigma$  – постоянная Стефана-Больцмана;  $T$  – температура абсолютно черного тела (а.ч.т.).

Закон смещения Вина

$$\lambda_0 = \frac{b}{T},$$

где  $\lambda_0$  – длина волны, соответствующая максимуму спектральной плотности энергетической светимости а.ч.т.;  $b$  – постоянная Вина.

Энергия фотона

$$W_\phi = h\nu = \frac{hc}{\lambda},$$

где  $h$  – постоянная Планка;  $\nu$  – частота волны.

Формула Планка

$$r_{\lambda T} = \frac{2\pi^2 h}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1}.$$

Уравнение Эйнштейна для внешнего фотоэффекта

$$W_\phi = A_\phi + T_{\max},$$

где  $W_\phi$  – энергия фотона, падающего на металл;  $A_\phi$  – работа выхода электрона из металла;  $T_{\max}$  – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

«Красная граница» фотоэффекта для данного металла

$$\nu_{zp} = \frac{A_\phi}{h}; \quad \lambda_{zp} = \frac{hc}{A_\phi}.$$

Учитывая взаимосвязь массы и энергии  $W = mc^2$ , находим массу и импульс фотона

$$m_{\phi} = \frac{W_{\phi}}{c^2} = \frac{h}{\lambda c}; \quad p = m_{\phi} V_{\phi} = \frac{h}{\lambda c} \cdot c = \frac{h}{\lambda}; \quad \text{так как } V_{\phi} = c.$$

Изменение длины волны рентгеновского излучения при комптоновском рассеянии

$$\Delta\lambda = \lambda - \lambda_0 = \Lambda(1 - \cos\varphi),$$

где  $\lambda_0, \lambda$  — длины волн падающего и рассеянного излучения;  $\varphi$  — угол рассеяния;  $\Lambda = \frac{h}{m_0 c}$  — комптоновская длина волны. При рассеянии на электронах

$$\Lambda = 2,426 \cdot 10^{-12} \text{ м.}$$

**Пример 1.** От двух  $S_1$  и  $S_2$  когерентных источников ( $\lambda = 0,8 \text{ мкм}$ ) лучи падают на экран. На экране наблюдается интерференционная картина. Когда на пути одного из лучей перпендикулярно ему поместили мыльную пленку ( $n = 1,33$ ), интерференционная картина изменилась на противоположную. При какой наименьшей толщине  $d_{\min}$  пленки это возможно?

$$\text{Дано: } \lambda = 0,8 \text{ мкм} = 8 \cdot 10^{-7} \text{ м}; \quad n = 1,33.$$

$$\text{Найти: } d_{\min}.$$

**Решение.** Изменение интерференционной картины на противоположную означает, что на тех участках экрана, где наблюдались интерференционные максимумы, стали наблюдаться интерференционные минимумы. Такой сдвиг интерференционной картины возможен при изменении оптической разности хода лучей на нечетное число половин длин волн, т. е.

$$\Delta_2 - \Delta_1 = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где  $\Delta_1$  — оптическая разность хода лучей до внесения пленки;  $\Delta_2$  — оптическая разность хода тех же лучей после внесения пленки;  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ .

Наименьшей толщине  $d_{\min}$  пленки соответствует  $k = 0$ . При этом формула (1) примет вид

$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

Выразим оптические разности хода  $\Delta_2$  и  $\Delta_1$ . Из рисунка 20 следует:

$$\Delta_1 = l_1 - l_2,$$

$$\Delta_2 = [(l_1 - d_{\min}) + nd_{\min}] - l_2 = (l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1).$$

Подставим выражения  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  в формулу (2):

$$(l_1 - l_2) + d_{\min}(n - 1) - (l_1 - l_2) = \frac{\lambda}{2},$$

$$\text{или} \quad d_{\min}(n - 1) = \frac{\lambda}{2}.$$

$$\text{Отсюда получим} \quad d_{\min} = \frac{\lambda}{2(n - 1)}.$$

Подставив сюда числовые значения, найдем

$$d_{\min} = \frac{0,8}{2(1,33 - 1)} = 1,21 (\text{мкм}).$$

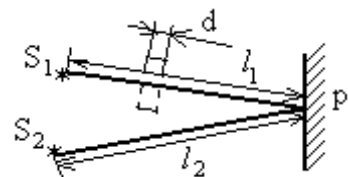


Рисунок 20.



**Пример 2.** На дифракционную решетку нормально к ее поверхности падает свет с длиной волны 550 нм. На экран, находящийся от решетки на расстоянии 1 м, с помощью линзы, расположенной вблизи решетки, проецируется дифракционная картина, причем первый главный максимум наблюдается на расстоянии 12 см от центрального.

Определить: 1) период решетки; 2) число штрихов на 1 см ее длины; 3) общее число максимумов, даваемых решеткой; 4) угол дифракции, соответствующий последнему максимуму.

Дано:  $\lambda = 550 \text{ нм} = 5,5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ;  $L = 1 \text{ м}$ ;  $l = 12 \text{ см} = 0,12 \text{ м}$ ;  $l_0 = 1 \text{ см} = 10^{-2} \text{ м}$ ;  $\kappa = 1$ .

Определить:  $d$ ,  $n$ ,  $N$ ,  $\varphi_{\text{max}}$ .

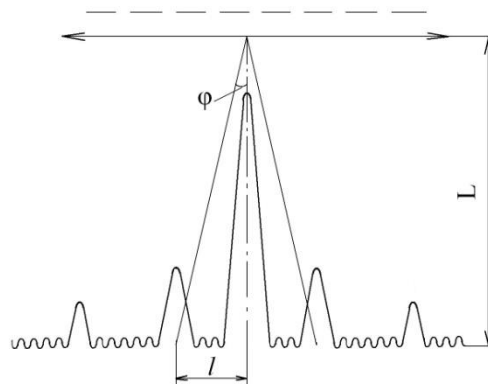


Рисунок 21.

*Решение.* 1) Из условия главных максимумов

$$d \sin \varphi = \kappa \lambda. \quad (2.1)$$

Находим период решетки

$$d = \frac{\kappa \lambda}{\sin \varphi}. \quad (2.2)$$

Из рисунка 21 следует

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{L}.$$

Так как  $l \ll L$ , то  $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = \frac{l}{L}$ .

Тогда выражение (2.2) примет вид

$$d = \frac{\kappa \lambda L}{l}.$$

Подставим численные значения

$$d = \frac{1 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7} \cdot 1}{0,12} = 4,58 \cdot 10^{-6} (\text{м}).$$

2) число штрихов «n» на  $l_0 = 1 \text{ см}$

$$n = \frac{l_0}{d} = \frac{10^{-2}}{4,58 \cdot 10^{-6}} = 2,18 \cdot 10^3.$$

3) Поскольку наибольший угол отклонения лучей решетки не может быть более  $90^\circ$ , из условия (2.1) можно найти  $\kappa_{\text{max}}$

$$\kappa_{\max} \leq \frac{d \sin 90^\circ}{\lambda} \leq \frac{d}{\lambda} \leq \frac{4,58 \cdot 10^{-6}}{5,5 \cdot 10^{-7}} \leq 8,31 = 8.$$

$\kappa_{\max} = 8$ , так как число  $\kappa$  должно быть целым.

Общее число максимумов, даваемых дифракционной решеткой

$$N = 2\kappa_{\max} + 1.$$

Так как максимумы наблюдаются как справа, так и слева от центрального максимума (единица учитывает центральный максимум)

$$N = 2 \cdot 8 + 1 = 17.$$

4) Угол дифракции, соответствующий последнему максимуму, найдем, записав условие (2.1) в виде

$$d \sin \varphi_{\max} = \kappa_{\max} \cdot \lambda.$$

Откуда

$$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{\kappa_{\max} \cdot \lambda}{d}.$$

Подставляя численные значения, получим

$$\varphi_{\max} = \arcsin \frac{8 \cdot 5,5 \cdot 10^{-7}}{4,58 \cdot 10^{-6}} = 73,9^\circ.$$

**Пример 3.** Естественный луч света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отраженный от пластины луч повернут на угол  $\varphi = 97^\circ$  по отношению к падающему лучу (рисунок 22).

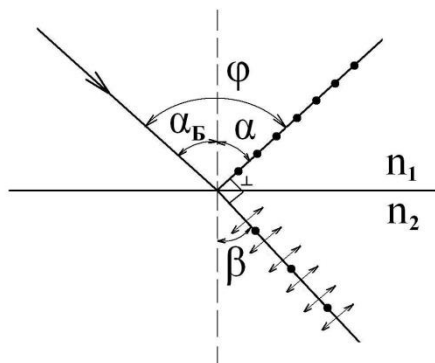


Рисунок 22.

Определить показатель преломления жидкости, если отраженный свет максимально поляризован.

Дано:  $\varphi = 97^\circ$ ;  $\alpha = \alpha_B$ ;  $n_2 = 1,5$  (стекло).

Найти:  $n_1$ .

**Решение.** Согласно закону Брюстера луч света, отраженный от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если

$$\operatorname{tg} \alpha_B = \frac{n_2}{n_1}.$$

Согласно условию задачи отраженный луч повернут на угол  $\varphi$  относительно падающего луча. Так как угол падения равен углу отражения, то

$$\alpha_B = \frac{\varphi}{2}.$$

Получаем 
$$\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \frac{n_2}{n_1}.$$

Отсюда 
$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg} \frac{\varphi}{2}}.$$

Сделав подстановку числовых значений, получим

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg} \frac{97^\circ}{2}} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

**Пример 4.** Исследование спектра излучения Солнца показывает, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны  $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ . Принимая Солнце за абсолютно черное тело, определить:

- 1) температуру поверхности Солнца;
- 2) энергетическую светимость Солнца;
- 3) поток энергии, излучаемый Солнцем;
- 4) массу электромагнитных волн (всех длин), излучаемых Солнцем за одну секунду.

Дано:  $\lambda_0 = 5000 \text{ \AA} = 5 \cdot 10^{-7} \text{ м}$ ;  $r_c = 6,95 \cdot 10^8 \text{ м}$ ;  $t = 1 \text{ сек.}$ ;  $\epsilon = 2,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$ ;

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \text{К}^4}.$$

Найти:  $T$ ,  $R_T$ ,  $\Phi$  и  $m$ .

*Решение.*

1. Температуру поверхности Солнца найдем из закона смещения Вина

$$\lambda_0 = \frac{\epsilon}{T}.$$

Отсюда 
$$T = \frac{\epsilon}{\lambda_0}.$$

$$T = \frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^{-7}} = 5,8 \cdot 10^3 (\text{К}).$$

2. Энергетическая светимость  $R_T$  абсолютно черного тела выражается законом Стефана-Больцмана

$$R_T = \sigma T^4.$$

$$R_T = 5,67 \cdot 10^{-8} (5,8 \cdot 10^3)^4 = 6,42 \cdot 10^7 \left( \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right).$$

3. Поток энергии  $\Phi$ , излучаемый Солнцем равен

$$\Phi = R_T \cdot S,$$

где  $S$  – площадь поверхности Солнца

$$S = 4\pi r_c^2,$$

где  $r_c$  – радиус Солнца.

Таким образом, получаем

$$\Phi = 4\pi c^2 \cdot R_T.$$

Подставим числовые значения

$$\Phi = 4 \cdot 3,14 \cdot (6,95 \cdot 10^8)^2 \cdot 6,42 \cdot 10^7 = 3,89 \cdot 10^{26} (Bm).$$

4. Массу электромагнитных волн (всех длин) определим, применив закон

$$W = mc^2.$$

Энергия электромагнитных волн  $W$  равна

$$W = \Phi \cdot t.$$

Следовательно,

$$\Phi \cdot t = mc^2.$$

Отсюда

$$m = \frac{\Phi \cdot t}{c^2}.$$

Подставляя численные значения, находим

$$m = \frac{3,89 \cdot 10^{26} \cdot 1}{(3 \cdot 10^8)^2} = 4,32 \cdot 10^9 (кг).$$

**Пример 5.** Определить постоянную Планка  $h$ , если известно, что фотоэлектроны, вырывающиеся с поверхности металла светом с частотой  $2,2 \cdot 10^{15} \frac{1}{с}$ , полностью задерживаются обратным потенциалом  $6,6В$ , а вырывающиеся светом с частотой  $4,6 \cdot 10^{15} \frac{1}{с}$  – потенциалом  $16,5В$ .

$$\text{Дано: } \nu_1 = 2,2 \cdot 10^{15} \frac{1}{с}; U_{з1} = 6,6В;$$

$$\nu_2 = 4,6 \cdot 10^{15} \frac{1}{с}; U_{з2} = 16,5В;$$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} Кл.$$

Найти:  $h$ .

*Решение.* Фотоэлектроны задерживаются электрическим полем, если работа электрического поля по их торможению

$$A = eU_з$$

будет равна (или больше) максимальной кинетической энергии этих фотоэлектронов при их вылете из металла

$$eU_з = T_{\max}. \quad (5.1)$$

Тогда формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$W_{\phi} = A_{\phi} + T_{\max}.$$

С учетом формул  $W_{\phi} = h\nu$  и (5.1) уравнение примет вид

$$h\nu = A_{\phi} + eU_з.$$

Применяя эту формулу для каждого из указанных в условиях случаев, получаем систему двух уравнений

$$\begin{cases} h\nu_1 = A_{\phi} + eU_{з1} \\ h\nu_2 = A_{\phi} + eU_{з2} \end{cases}$$

Откуда

$$h = \frac{e(U_{32} - U_{31})}{\nu_2 - \nu_1}.$$

Подставляя заданные численные значения величин, получим

$$h = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} (16,5 - 6,6)}{4,6 \cdot 10^{15} - 2,2 \cdot 10^{15}} = 6,6 \cdot 10^{-34} (\text{Дж} \cdot \text{с}).$$

**Пример 6.** Определить энергию и импульс электрона отдачи при эффекте Комптона, если фотон ( $\lambda_0 = 100 \text{ Пм}$ ) был рассеян на угол  $\varphi = 180^\circ$ .

Дано:  $\lambda_0 = 100 \text{ Пм} = 10^{-10} \text{ м}$ ;  $\varphi = 180^\circ$ ;  $\Lambda = 2,43 \cdot 10^{-12} \text{ м}$ .

Найти:  $W_{\text{эл}}$ ,  $P_{\text{эл}}$ .

*Решение.* Энергия электрона отдачи равна разности энергий падающего и рассеянного фотонов

$$W_{\text{эл}} = W_0 - W = \frac{hc}{\lambda_0} - \frac{hc}{\lambda} = \frac{hc\Delta\lambda}{\lambda_0\lambda}. \quad (6.1)$$

По формуле Комптона

$$\Delta\lambda = \Lambda(1 - \cos\varphi). \quad (6.2)$$

Подставив уравнение (6.2) в формулу (6.1) и учитывая, что  $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda$ , найдем

$$W_{\text{эл}} = \frac{hc \cdot \Lambda(1 - \cos\varphi)}{\lambda_0[\lambda_0 + \Lambda(1 - \cos\varphi)]}.$$

Подставляя численные значения величин, получим

$$W_{\text{эл}} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 \cdot 2,43 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 180^\circ)}{10^{-10} [10^{-10} + 2,43 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 180^\circ)]} = 9,2 \cdot 10^{-17} (\text{Дж}).$$

$$W_{\text{эл}} = 9,2 \cdot 10^{-17} \text{ Дж}.$$

По закону сохранения импульса имеем

$$\vec{P}_{\text{эл}} + \vec{P} = \vec{P}_0, \quad (6.3)$$

где  $\vec{P}_{\text{эл}}$  – импульс электрона отдачи,  $\vec{P}$  – импульс рассеянного фотона,  $\vec{P}_0$  – импульс падающего фотона.

Учитывая условие задачи  $\varphi = 180^\circ$ , запишем уравнение (6.3) в скалярном виде

$$P_{\text{эл}} - P = P_0$$

или

$$P_{\text{эл}} = P_0 + P. \quad (6.4)$$

Импульсы падающего и рассеянного фотонов равны

$$P_0 = \frac{h}{\lambda_0}; \quad P = \frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda_0 + \Delta\lambda} = \frac{h}{\lambda_0 + \Lambda(1 - \cos\varphi)}. \quad (6.5)$$

Подставляя выражения (6.5) в уравнение (6.4), получаем

$$P_{\text{эл}} = \frac{h}{\lambda_0} + \frac{h}{\lambda_0 + \Lambda(1 - \cos\varphi)} = \frac{h[2\lambda_0 + \Lambda(1 - \cos\varphi)]}{\lambda_0[\lambda_0 + \Lambda(1 - \cos\varphi)]}.$$

Подставим численные значения

$$P_{эл} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} [2 \cdot 10^{-10} + 2,43 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 180^\circ)]}{10^{-10} [10^{-10} + 2,43 \cdot 10^{-12} (1 - \cos 180^\circ)]} = 1,3 \cdot 10^{-23} \left( \frac{\kappa^2 \cdot M}{c} \right).$$

$$P_{эл} = 1,3 \cdot 10^{-23} \frac{\kappa^2 \cdot M}{c}.$$

### Задачи

5.01. На тонкую глицериновую пленку толщиной  $d = 1 \text{ мкм}$ , нормально к ее поверхности падает белый свет. Определить длины волн  $\lambda$  лучей видимого участка спектра ( $0,4 \text{ мкм} \leq \lambda < 0,8 \text{ мкм}$ ), которые будут ослаблены в результате интерференции.

5.02. На стеклянную пластинку нанесен тонкий слой прозрачного вещества с показателем преломления  $n = 1,4$ . Пластинка освещается пучком параллельных лучей длиной волны  $\lambda = 540 \text{ нм}$ , падающих на пластинку нормально. Какую минимальную толщину  $d_{\min}$  должен иметь слой, чтобы отраженные лучи имели наименьшую яркость?

5.03. Расстояние  $L$  от щелей до экрана в опыте Юнга равно  $1,5 \text{ м}$ . Определить расстояние  $d$  между щелями, если на отрезке длиной  $l = 1 \text{ см}$  укладывается  $N = 8$  темных интерференционных полос. Длина волны  $\lambda = 0,6 \text{ мкм}$ .

5.04. На мыльную пленку в направлении нормали к ее поверхности падает монохроматический свет длиной волны  $\lambda = 600 \text{ нм}$ . Отраженный от пленки свет максимально усилен вследствие интерференции. Определить минимальную толщину  $d_{\min}$  пленки. Показатель преломления мыльной воды  $n = 1,30$ .

5.05. На стеклянную пластину положена выпуклой стороной плосковыпуклая линза. Сверху линза освещается монохроматическим светом длиной волны  $\lambda = 600 \text{ нм}$ . Найти радиус  $R$  линзы, если радиус восьмого темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_3 = 2,4 \text{ мм}$ .

5.06. Между стеклянной пластинкой и лежащей на ней плосковыпуклой линзой находится жидкость. Найти показатель преломления  $n$  жидкости, если радиус  $r_8$  восьмого темного кольца Ньютона при наблюдении в отраженном свете длиной волны  $\lambda = 0,7 \text{ мкм}$  равен  $2 \text{ мм}$ . Радиус кривизны линзы  $R = 1 \text{ м}$ .

5.07. Плосковыпуклая линза с фокусным расстоянием  $f = 2 \text{ м}$  лежит выпуклой стороной на стеклянной пластинке. Радиус пятого темного кольца Ньютона в отраженном свете  $r_5 = 1,5 \text{ мм}$ . Определить длину световой волны  $\lambda$ .

5.08. На поверхность дифракционной решетки нормально к ее поверхности падает монохроматический свет. Постоянная дифракционной решетки в  $n = 3,5$  раза больше длины световой волны. Найти общее число  $M$  дифракционных максимумов, которые теоретически возможно наблюдать в данном случае.

5.09. На дифракционную решетку падает нормально параллельный пучок лучей белого света. Спектры второго и третьего порядка частично накладываются друг на друга. На какую длину волны в спектре второго порядка накладывается фиолетовая граница ( $\lambda = 400 \text{ нм}$ ) спектра третьего порядка?

5.10. Постоянная дифракционной решетки в  $n=5$  раз больше длины световой волны монохроматического света, нормально падающего на ее поверхность. Определить угол  $\alpha$  между двумя первыми симметричными дифракционными максимумами.

5.11. На дифракционную решетку, содержащую  $n=500$  штрихов на миллиметр, падает нормально белый свет. Спектр проектируется помещенной вблизи решетки линзой на экран. Определить длину  $l$  спектра первого порядка на экране, если расстояние от линзы до экрана  $L=1\text{ м}$ . Границы видимого спектра:  $\lambda_{кр}=780\text{ нм}$ ,  $\lambda_{ф}=400\text{ нм}$ .

5.12. Расстояние между штрихами дифракционной решетки  $d=5\text{ мкм}$ . На решетку падает нормально свет с длиной волны  $\lambda=0,56\text{ мкм}$ . Максимум какого наибольшего порядка дает эта решетка?

5.13. На дифракционную решетку нормально падает пучок света. Угол дифракции для натриевой линии ( $\lambda=589\text{ нм}$ ) в спектре первого порядка был найден равным  $17^{\circ}8'$ . Некоторая линия дает в спектре второго порядка угол дифракции  $24^{\circ}12'$ . Найти длину волны этой линии и число штрихов на 1 мм решетки.

5.14. Луч света, идущий в стеклянном сосуде с водой, отражается от дна сосуда. При каком угле  $i_1$  падения отраженный луч максимально поляризован?

5.15. Угол  $\alpha$  между плоскостями поляризаторов (поляроидов) равен  $60^{\circ}$ . Естественный свет, проходя через такую систему, ослабляется в  $n=10$  раз. Пренебрегая потерей света при отражении, определить коэффициент поглощения  $k$  света в поляроидах.

5.16. Между скрещенными николями поместили пластинку кварца толщиной  $d=3\text{ мм}$ , в результате чего поле зрения поляриметра стало максимально светлым. Определить постоянную вращения  $\alpha$  кварца для монохроматического света, использованного в опыте.

5.17. Луч света переходит из воды в стекло так, что луч, отраженный от границы раздела этих сред, оказывается максимально поляризованным. Определить угол  $\gamma$  между падающим и преломленным лучами.

5.18. Луч света последовательно проходит через два николя, главные плоскости которых образуют между собой угол  $\varphi=50^{\circ}$ . Принимая, что коэффициент поглощения  $k$  каждого николя равен 0,1 найти, во сколько раз луч, выходящий из второго николя, ослаблен по сравнению с лучом, падающим на первый николю.

5.19. Угол падения луча на поверхность жидкости  $i_1=50^{\circ}$ . Отраженный луч максимально поляризован. Определить угол  $i_2$  преломления луча.

5.20. Пластинку кварца толщиной  $d=1,5\text{ мм}$  поместили между параллельными николями, в результате чего плоскость поляризации монохроматического света повернулась на угол  $\varphi=27^{\circ}$ . Какой наименьшей толщины  $d_{\text{мин}}$  следует взять пластинку, чтобы поле зрения поляриметра стало совершенно темным?

5.21. Определить температуру  $T$  и энергетическую светимость  $R_\lambda$  абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения приходится на длину волны  $\lambda = 400 \text{ нм}$ .

5.22. Поток излучения абсолютно черного тела  $\Phi_\lambda = 1 \text{ кВт}$ , максимум энергии излучения приходится на длину волны  $\lambda_0 = 1,45 \text{ мкм}$ . Определить площадь  $S$  излучающей поверхности.

5.23. Поверхность тела нагрета до температуры  $1000 \text{ К}$ . Затем одна половина этой поверхности нагревается на  $100 \text{ К}$ , другая охлаждается на  $100 \text{ К}$ . Во сколько раз изменится энергетическая светимость поверхности этого тела?

5.24. Как и во сколько раз изменится поток излучения абсолютно черного тела, если максимум энергии излучения переместится с красной границы видимого спектра ( $\lambda_{01} = 780 \text{ нм}$ ) на фиолетовую ( $\lambda_{02} = 390 \text{ нм}$ )?

5.25. Какое количество энергии излучает  $1 \text{ см}^2$  затвердевающего свинца в  $1 \text{ с}$ ? Отношение энергетических светимостей поверхности свинца и абсолютно черного тела для этой температуры считать равным  $0,6$ .

5.26. Абсолютно черное тело находится при температуре  $T_1 = 2900 \text{ К}$ . В результате остывания тела длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности энергетической светимости, изменилась на  $\Delta\lambda = 9 \text{ мкм}$ . До какой температуры  $T_2$  охладилось тело?

5.27. Из смотрового окошечка печи излучается поток  $\Phi_\lambda = 2040 \text{ Дж/мин}$ . Определить температуру  $T$  печи, если площадь отверстия  $S = 6 \text{ см}^2$ .

5.28. Абсолютно черное тело имеет температуру  $T_1 = 400 \text{ К}$ . Какова будет температура  $T_2$  тела, если в результате нагревания поток излучения увеличится в  $n = 10$  раз?

5.29. Мощность излучения абсолютно черного тела равна  $10 \text{ кВт}$ . Найти площадь излучающей поверхности тела, если известно, что длина волны, на которую приходится максимум спектральной плотности его энергетической светимости, равна  $700 \text{ нм}$ .

5.30. Мощность излучения абсолютно черного тела равна  $34 \text{ кВт}$ . Найти температуру этого тела, если известно, что поверхность его равна  $0,6 \text{ м}^2$ .

5.31. Красная граница фотоэффекта для цезия  $\lambda_0 = 640 \text{ нм}$ . Определить максимальную кинетическую энергию  $T$  фотоэлектронов в электрон-вольтах, если на цезий падают лучи с длиной волны  $\lambda = 200 \text{ нм}$ .

5.32. На фотоэлемент с катодом из рубидия падают лучи с длиной волны  $\lambda = 100 \text{ нм}$ . Найти наименьшее значение задерживающей разности потенциалов  $U_{\text{мин}}$ , которую нужно приложить к фотоэлементу, чтобы прекратить фототок.

5.33. На поверхность металла падают монохроматические лучи с длиной волны  $\lambda = 150 \text{ нм}$ . Красная граница фотоэффекта  $\lambda_0 = 200 \text{ нм}$ . Какая доля энергии фотона расходуется на сообщение электрону кинетической энергии?

5.34. Фотон с энергией  $\varepsilon = 10 \text{ эВ}$  падает на цинковую пластину и вызывает фотоэффект. Определить импульс  $p$ , полученный пластиной, если принять, что направления движения фотона и фотоэлектрона лежат на одной прямой, перпендикулярной поверхности пластины.



5.35. На металлическую пластину направлен пучок ультрафиолетовых лучей ( $\lambda = 0,2 \text{ мкм}$ ). Фототок прекращается при минимальной задерживающей разности потенциалов  $U_{\text{мин}} = 2,2 \text{ В}$ . Определить работу выхода  $A$  электронов из металла.

5.36. Рентгеновские лучи ( $\lambda = 0,1 \text{ нм}$ ) рассеиваются электронами, которые можно считать практически свободными. Определить максимальную длину волны  $\lambda_{\text{макс}}$  рентгеновских лучей в рассеянном пучке.

5.37. Определить угол  $\vartheta$ , на который был рассеян  $\gamma$ -квант с энергией  $\varepsilon_1 = 1,02 \text{ МэВ}$  при эффекте Комптона, если кинетическая энергия электрона отдачи  $T = 0,51 \text{ МэВ}$ .

5.38. В результате эффекта Комптона на свободных электронах фотон с энергией  $\varepsilon_1 = 0,51 \text{ МэВ}$  был рассеян на угол  $\vartheta = 120^\circ$ . Определить энергию  $\varepsilon_2$  рассеянного фотона.

5.39. Фотон с энергией  $\varepsilon_1 = 1,02 \text{ МэВ}$  был рассеян при эффекте Комптона на свободном электроны на угол  $\vartheta = 180^\circ$ . Определить кинетическую энергию  $T$  электрона отдачи.

5.40. Какая доля энергии фотона приходится при эффекте Комптона на электрон отдачи, если рассеяние фотона происходит на угол  $\vartheta = 180^\circ$ ? Энергия фотона до рассеяния  $\varepsilon_1 = 0,255 \text{ МэВ}$ .

## ФИЗИКА АТОМА И ОСНОВЫ ФИЗИКИ ЯДРА

### Основные физические величины и законы

Первый постулат Бора (постулат стационарных состояний)

$$m \vartheta_n r_n = n \hbar, \quad (n = 1, 2, 3, \dots),$$

где  $m$  – масса электрона;  $\vartheta_n$  – скорость электрона на  $n$ -й орбите радиусом  $r_n$ ;  $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ .

Второй постулат Бора

$$h\nu = W_n - W_m,$$

где  $h\nu$  – энергия фотона, излученного (поглощенного) при переходе электрона из стационарного состояния с энергией  $W_n$  в стационарное состояние с энергией  $W_m$ .

Энергия электрона на  $n$ -й стационарной орбите для ионизованного атома (лишь один электрон на оболочке)

$$W_n = -\frac{z^2 m e^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -z^2 \frac{13,6}{n^2} (\text{эВ}),$$

где  $z$  – порядковый номер элемента в таблице Менделеева.

Соответственно, для атома водорода

$$W_n = -\frac{13,6}{n^2} (\text{эВ}).$$

Длины волн  $\lambda$ , излучаемых атомом водорода при переходе электрона с  $n$ -й орбиты на  $m$ -ю, определяются (как это и следует из второго постулата Бора) обобщенной сериальной формулой

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где  $R$  – постоянная Ридберга;  $m$  – определяет спектральную серию ( $m=1,2,3,\dots$ );  $n$  – определяет отдельные линии соответствующей серии ( $n=m+1, m+2, \dots$ );

$m=1$  – серия Лаймана (ультрафиолетовая область),

$m=2$  – серия Бальмера (видимый свет),

$m=3$  – серия Пашена (инфракрасная область),

$m=4$  – серия Брэкета (инфракрасная область),

$m=5$  – серия Пфунда (инфракрасная область),

$m=6$  – серия Хэмфри (инфракрасная область).

Длина волны  $\lambda_B$  (длина волны де Бройля), связанная с движением частицы, обладающей импульсом  $P$ , выражается формулой

$$\lambda_B = \frac{h}{P}.$$

В классическом приближении ( $\mathcal{V} \ll c$ )

$$P = m_0 V,$$

где  $m_0$  – масса покоя частицы.

В релятивистском случае ( $\mathcal{V} \approx c$ )

$$P = mV = \frac{m_0 V}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}.$$

Импульс частицы удобно выражать через ее кинетическую энергию  $T$ :

– в классическом случае  $P = \sqrt{2m_0 T}$ ;

– в релятивистском случае  $P = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2W_0)}$ ,

где  $W_0 = m_0 c^2$  – энергия покоя частицы.

Нейтральный атом и его ядро обозначаются одним и тем же символом

$${}_Z^A X,$$

где  $X$  – обозначение элемента,  $z$  – порядковый номер (число протонов в ядре, равное числу электронов в электронной оболочке нейтрального атома),  $A$  – массовое число (число нуклонов-протонов и нейтронов – в ядре, равное округленной до ближайшего целого числа массе атома, выраженной в а.е.м.).

Дефект массы  $\Delta m$  атомного ядра есть разность между суммой масс свободных протонов и нейтронов и массой образовавшегося ядра

$$\Delta m = Zm_p + (A - Z) \cdot m_n - m_{\text{я}}$$

или

$$\Delta m = Zm_H + (A - Z) \cdot m_n - m,$$

где  $m_H$  – масса атома водорода,  $m$  – масса рассматриваемого атома.

Энергия связи ядра определяется по общей формуле

$$W_{св} = c^2 \Delta m.$$

Удельная энергия связи  $W_0 = \frac{W_{св}}{A}$ .

Энергия ядерной реакции

$$Q = c^2 [(m_1 + m_2) - (m_3 + m_4)],$$

где  $m_1$  и  $m_2$  – массы покоя ядра мишени и бомбардирующей частицы;  
 $m_3 + m_4$  – сумма масс покоя ядер продуктов реакции.

Если  $Q > 0$ , то энергия освобождается, реакция экзотермическая. Если  $Q < 0$ , то энергия поглощается, реакция эндотермическая.

Правила смещения:

- для  $\alpha$  – распада  ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-2}^{A-4}Y + {}_2^4He$ ;
- для  $\beta^-$  – распада  ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z+1}^AY + {}_{-1}^0e$ ;
- для  $\beta^+$  – распада  ${}_Z^AX \rightarrow {}_{Z-1}^AY + {}_{+1}^0e$ .

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где  $N$  – число нераспавшихся ядер в момент времени  $t$ ;  $N_0$  – начальное число нераспавшихся ядер (при  $t = 0$ );  $\lambda$  – постоянная радиоактивного распада.

Период полураспада  $T_{1/2}$  – время, за которое число нераспавшихся ядер уменьшается в два раза, связан с постоянной распада

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}.$$

Среднее время жизни  $\tau$  радиоактивного изотопа – время, за которое число нераспавшихся атомов уменьшается в  $e$  раз

$$\tau = \frac{1}{\lambda}.$$

Активность изотопа измеряется числом ядер, распавшихся в единицу времени

$$a = -\frac{dN}{dt} = \lambda N.$$

Число атомов  $N$ , содержащихся в образце изотопа

$$N = \frac{m}{\mu} N_A,$$

где  $m$  – масса образца;  $\mu$  – молярная масса изотопа;  $N_A$  – число Аво-  
 кадро.

Активность образца в начальный момент ( $t = 0$ )

$$a_0 = \lambda N_0.$$

Активность образца изменяется со временем по закону

$$a = a_0 e^{-\lambda t}.$$

**Пример 1.** Найти радиус, скорость, кинетическую, потенциальную и полную энергию электрона на пятой стационарной орбите в атоме водорода.

Дано:  $n = 5$ ;  $m = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ ;  $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$ ;

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}.$$

Найти:  $r, V, W_{\text{кин}}, W_{\text{пот}}, W$ .

**Решение.** Второй закон Ньютона  $F = ma$  для электрона, движущихся по  $n$ -й орбите радиуса  $r_n$  под действием кулоновской силы  $F = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2}$  со скоростью

$V_n$  и нормальным ускорением  $a_n = \frac{V_n^2}{r_n}$  принимает вид

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n^2} = \frac{mV_n^2}{r_n}$$

или

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = mV_n^2. \quad (1.1)$$

Согласно постулату Бора, момент импульса электрона, движущегося по  $n$ -й орбите

$$mV_n r_n = n\hbar \quad (n=1,2,3,\dots). \quad (1.2)$$

Из системы двух уравнений (1.1) и (1.2) находим

$$r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{me^2} \cdot n^2 = r_1 n^2,$$

$$\text{где } r_1 = \frac{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (1,05 \cdot 10^{-34})^2}{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2} = 5,28 \cdot 10^{-11} (\text{м}).$$

Соответственно, радиус пятой орбиты электрона

$$r = 5,28 \cdot 10^{-11} \cdot 5^2 = 1,32 \cdot 10^{-9} \text{ м}.$$

$$V_n = \frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \hbar} \cdot \frac{1}{n} = \frac{V_1}{n},$$

$$\text{где } V_1 = \frac{(1,6 \cdot 10^{-19})^2}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}} = 2,19 \cdot 10^6 (\text{м/с}).$$

Соответственно, скорость электрона на пятой орбите

$$V = \frac{2,19 \cdot 10^6}{5} = 4,38 \cdot 10^5 \text{ м/с}.$$

Кинетическая энергия электрона на  $n$ -й орбите

$$W_{\text{кин},n} = \frac{mV_n^2}{2} = \frac{me^4}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{W_{\text{кин},1}}{n^2},$$

$$\text{где } W_{\text{кин},1} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^4}{32 \cdot 3,14^2 \cdot (8,85 \cdot 10^{-12})^2 \cdot (1,05 \cdot 10^{-34})^2} = 2,18 \cdot 10^{-18} (\text{Дж}) = 13,6 \text{ эВ}.$$

$$W_{кин,n} = \frac{13,6}{n^2} (\text{эВ}).$$

Кинетическая энергия электрона на пятой орбите

$$W_{кин} = \frac{13,6}{5^2} = 0,544 \text{эВ}.$$

Потенциальная энергия взаимодействия электрона (заряд  $-e$ ) и ядра атома водорода – протоном (заряд  $+e$ ) на  $n$ -й орбите

$$W_{пот,n} = \frac{e(-e)}{4\pi\epsilon_0 n} = -\frac{me^4}{16\pi^2\epsilon_0^2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = -2W_{кин,n}.$$

Потенциальная энергия электрона на пятой орбите

$$W_{пот} = -2 \cdot 0,544 = -1,088 \text{эВ}.$$

Полная энергия электрона на  $n$ -й орбите

$$W_n = W_{кин,n} + W_{пот,n} = W_{кин,n} - 2W_{кин,n} = -W_{кин,n}.$$

$$W_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{эВ}.$$

Полная энергия электрона на пятой орбите

$$W = 0,544 - 1,088 = -\frac{13,6}{5^2} = -0,544 (\text{эВ}).$$

**Пример 2.** Определить длину волны де Бройля  $\lambda_B$  электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов 700 кВ.

Дано:  $U = 700 \text{кВ} = 7 \cdot 10^5 \text{В}$ ;  $m_0 = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{кг}$ ;  $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{Кл}$ ;  $c = 3 \cdot 10^8 \text{м/с}$ ;

$$h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{Дж} \cdot \text{с}.$$

Найти:  $\lambda_B$ .

*Решение.* Связь длины волны де Бройля частицы с ее импульсом

$$\lambda_B = \frac{h}{P}.$$

В классическом приближении ( $V \ll c$ )

$$P = \sqrt{2m_0T}.$$

В релятивистском случае

$$P = \frac{1}{c} \sqrt{T(T + 2W_0)},$$

где  $m_0, T, W_0$  – соответственно масса покоя, кинетическая энергия, энергия покоя частицы.

Кинетическая энергия электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$ , определяется работой электрического поля и равна

$$T = A = eU,$$

$$T = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 7 \cdot 10^5 = 1,12 \cdot 10^{-13} \text{Дж} = 7 \cdot 10^5 \text{эВ} = 0,7 \text{МэВ},$$

а энергия покоя электрона

$$W_0 = m_0 c^2 = 9,11 \cdot 10^{-31} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 8,20 \cdot 10^{-14} \text{Дж} = 5,12 \cdot 10^5 \text{эВ} = 0,512 \text{МэВ}.$$

Итак, в данном случае ( $T > W_0$ ) имеем дело с релятивистской частицей.

Тогда искомая длина волны де Бройля

$$\lambda_B = \frac{h}{P} = \frac{hc}{\sqrt{T(T+2W_0)}},$$

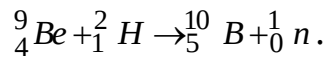
$$\lambda_B = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{\sqrt{1,12 \cdot 10^{-13} \cdot (1,12 \cdot 10^{-13} + 2 \cdot 0,82 \cdot 10^{-13})}} = 1,13 \cdot 10^{-12} (\text{м}).$$

**Пример 3.** В результате соударения дейтрона с ядром бериллия  ${}^9_4\text{Be}$  образовались новое ядро и нейтрон. Определить порядковый номер и массовое число образовавшегося ядра, записать ядерную реакцию и определить ее энергетический эффект.

Дано:  ${}^9_4\text{Be} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^A_Z\text{X} + {}^1_0\text{n}$ .

Найти:  $Z, A, Q$ .

*Решение.* Из законов сохранения электрического заряда и массовых чисел следует, что  $Z=5$ , а  $A=10$ , то есть образовавшееся в результате ядерной реакции ядро – изотоп бора  ${}^{10}_5\text{B}$ . Поэтому ядерную реакцию можно записать в виде



Энергетический эффект ядерной реакции

$$Q = c^2 \left[ \left( m_{{}_4^9\text{Be}} + m_{{}_1^2\text{H}} - \left( m_{{}_5^{10}\text{B}} + m_{\text{n}} \right) \right) \right], \quad (1.1)$$

где в первых круглых скобках указаны массы исходных ядер, во вторых – массы ядер продуктов реакции. При расчетах вместо масс ядер используют массы нейтральных атомов, так как, согласно закону сохранения зарядовых чисел, в ядерной реакции (а зарядное число  $Z$  нейтрального атома равно числу электронов в его оболочке) получаются одинаковые результаты.

Массы нейтральных атомов в выражении (1.1)

$$m_{{}_4^9\text{Be}} = 1,4966 \cdot 10^{-26} \text{ кг}, \quad m_{{}_1^2\text{H}} = 3,3446 \cdot 10^{-27} \text{ кг}, \quad m_{{}_5^{10}\text{B}} = 1,6627 \cdot 10^{-26} \text{ кг},$$

$$m_{\text{n}} = 1,675 \cdot 10^{-27} \text{ кг}.$$

Вычисляя, получим

$$Q = (3 \cdot 10^8)^2 \left[ 1,4966 \cdot 10^{-26} + 0,33446 \cdot 10^{-26} - 1,6627 \cdot 10^{-26} - 0,1675 \cdot 10^{-26} \right]$$

$$= 7,74 \cdot 10^{-13} (\text{Дж}) = 4,84 \text{ МэВ}$$

Энергетический эффект положителен, реакция экзотермическая.

**Пример 4.** Первоначальная масса радиоактивного изотопа радона  ${}^{222}_{86}\text{Rn}$  (период полураспада  $(T_{1/2} = 3,82 \text{ сут})$  равна  $1,5 \text{ г}$ . Определить: 1) начальную активность изотопа; 2) его активность через 5 сут.

$$\text{Дано: } {}^{222}_{86}\text{Rn}, \quad m_0 = 1,5 \text{ г} = 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}, \quad T_{1/2} = 3,82 \text{ сут} = 3,82 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 3,3 \cdot 10^5 \text{ с},$$

$$t = 5 \text{ сут} = 5 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ с} = 4,32 \cdot 10^5 \text{ с}.$$

Найти:  $a_0, a$ .

*Решение.* Начальная активность изотопа

$$a_0 = \lambda N_0,$$

где  $\lambda = (\ln 2)/T_{1/2}$  – постоянная радиоактивного распада;  $N_0$  – число ядер изотопа в начальный момент времени:  $N_0 = m_0 N_A / \mu$ , где  $\mu$  – молярная масса радона ( $\mu = 222 \cdot 10^{-3} \text{ кг / моль}$ );  $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$  – постоянная Авогадро. Учитывая эти выражения, найдем искомую начальную активность изотопа

$$a_0 = \frac{m_0 N_A \ln 2}{\mu T_{1/2}}.$$

Активность изотопа  $a = \lambda N$ , где, согласно закону радиоактивного распада,  $N = N_0 e^{-\lambda t}$  – число нераспавшихся ядер в момент времени  $t$ . Учитывая, что  $\lambda N_0 = a_0$  найдем, что активность нуклида уменьшается со временем по закону

$$a = a_0 e^{-\frac{\ln 2}{T_{1/2}} t}.$$

Вычисляя, получим

$$a_0 = \frac{1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 6,02 \cdot 10^{23} \cdot 0,693}{0,222 \cdot 3,3 \cdot 10^5} = 8,54 \cdot 10^{15} \text{ (Бк)}.$$

$$a = 8,54 \cdot 10^{15} \cdot e^{-\frac{0,693 \cdot 4,32 \cdot 10^5}{3,3 \cdot 10^5}} = 3,45 \cdot 10^{15} \text{ (Бк)}.$$

### Задачи

6.01. Определить максимальную энергию  $\varepsilon_{\text{макс}}$  фотона серии Пашена в спектре излучения атомарного водорода.

6.02. Найти наибольшую  $\lambda_{\text{макс}}$  и наименьшую  $\lambda_{\text{мин}}$  длины волн в первой инфракрасной серии водорода (серия Пашена),

6.03. Определить энергию  $\varepsilon$  фотона, испускаемого атомом водорода при переходе электрона со второй орбиты на первую.

6.04. Фотон выбивает из атома водорода, находящегося в основном состоянии, электрон с кинетической энергией  $T = 5 \text{ эВ}$ . Определить энергию  $\varepsilon$  фотона.

6.05. Электрон в атоме водорода находится на втором энергетическом уровне. Определить кинетическую  $T$ , потенциальную  $U$  и полную  $E$  энергию электрона. Ответ выразить в электрон-вольтах.

6.06. Вычислить по теории Бора частоту  $\nu$  обращения электрона в атоме водорода, находящегося в возбужденном состоянии, определяемом главным квантовым числом  $n = 3$ .

6.07. Невозбужденный атом водорода поглощает квант излучения с длиной волны  $\lambda = 1215 \text{ нм}$ . Вычислить, пользуясь теорией Бора, радиус  $r$  электронной орбиты возбужденного атома водорода.

6.08. В однозарядном ионе электрон перешел со второго энергетического уровня на первый. Определить длину волны  $\lambda$  излучения, испущенного ионом гелия.

6.09. Вычислить по теории Бора радиус  $r_1$  первой боровской орбиты и скорость  $\mathcal{V}_1$  электрона на этой орбите для иона  $\text{He}^+$ .

6.10. Определить первый потенциал  $U_1$  возбуждения и энергию ионизации  $W_i$ , иона  $\text{He}^+$ , находящегося в основном состоянии.

6.11. Сколько длин волн де Бройля уложится на третьей орбите однократно ионизированного возбужденного атома гелия?

6.12. Электрон обладает кинетической энергией  $T = 0,51 \text{ МэВ}$ . Во сколько раз изменится длина волны де Бройля, если кинетическая энергия  $T$  электрона возрастает вдвое?

6.13. Определить кинетическую энергию  $T$  электрона, дебройлевская длина волны  $\lambda$  которого равна комптоновской длине волны  $\Lambda$ .

6.14. Определить длины волн де Бройля электрона и протона, прошедших одинаковую ускоряющую разность потенциалов  $U = 100 \text{ В}$ .

6.15. Кинетическая энергия  $T$  электрона равна его энергии покоя  $m_0 c^2$ . Вычислить длину волны де Бройля для такого электрона.

6.16. Электрон обладает кинетической энергией  $T = 100 \text{ эВ}$ . Определить величину дополнительной энергии  $\Delta T$ , которую необходимо сообщить электрону для того, чтобы дебройлевская длина волны уменьшилась вдвое.

6.17. Определить дебройлевскую длину волны  $\lambda$  электрона, кинетическая энергия которого  $T = 1,02 \text{ МэВ}$ .

6.18. Определить скорость  $v$  электрона, при которой длина волны де Бройля  $\lambda = 1 \text{ нм}$ .

6.19. Вычислить длину волны де Бройля электрона, прошедшего ускоряющую разность потенциалов  $U$ , равную: 1)  $1 \text{ кВ}$ ; 2)  $1 \text{ МВ}$ .

6.20. Какую ускоряющую разность потенциалов  $U$  должен пройти электрон, чтобы дебройлевская длина волны  $\lambda$  была равна: 1)  $1 \text{ нм}$ ; 2)  $1 \text{ пм}$ ?

6.21. Энергия связи  $W_{св}$  ядра, состоящего из трех протонов и четырех нейтронов, равна  $39,3 \text{ МэВ}$ . Определить массу  $m$  нейтрального атома, обладающего этим ядром.

6.22. В ядерной реакции  ${}_1^2\text{H} + {}_1^2\text{H} \rightarrow {}_2^3\text{He} + {}_0^1\text{n}$  выделяется энергия  $W = 3,27 \text{ МэВ}$ . Определить массу атома  ${}_2^3\text{He}$ , если масса атома  ${}_1^2\text{H}$  равна  $3,34461 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

6.23. Определить массу изотопа  ${}_7^{15}\text{N}$ , если изменение массы при образовании ядра  ${}_7^{15}\text{N}$  составляет  $0,2508 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$ .

6.24. Какую массу воды можно нагреть от  $0^\circ \text{C}$  до кипения, если использовать все тепло, выделяющееся при реакции  ${}_3^7\text{Li} + {}_1^1\text{H} \rightarrow {}_2^4\text{He} + {}_2^4\text{He}$  при полном разложении  $1 \text{ г}$  лития?

6.25. Определить энергию связи ядер  ${}_1^3\text{H}$  и  ${}_2^3\text{He}$ . Какое из этих ядер наиболее устойчиво?

6.26. Определить энергию  $\beta$  - распада ядра углерода  ${}_6^{14}\text{C}$ .

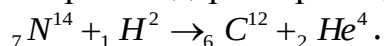
6.27. Определить наименьшую энергию, необходимую для разделения ядра углерода  ${}_6^{12}\text{C}$  на три одинаковые части.



6.28. Какой изотоп образуется из  ${}_{92}^{238}\text{U}$  после трех  $\alpha$  – распадов и двух  $\beta^-$  – распадов? Напишите вариант промежуточных реакций.

6.29. Найти энергию  $W_0$  связи, приходящуюся на один нуклон в ядре атома кислорода  ${}_8\text{O}^{16}$ .

6.30. Вычислить энергию ядерной реакции



Указать, освобождается или поглощается энергия при этой реакции.

6.31. Из каждого миллиарда атомов препарата радиоактивного изотопа каждую секунду распадается 1600 атомов. Определить период  $T$  полураспада.

6.32. Активность  $a$  препарата некоторого изотопа за время  $t = 5$  суток уменьшилась на 30%. Определить период  $T$  полураспада этого препарата.

6.33. Найти среднюю продолжительность жизни  $\tau$  атомов радия  ${}_{88}\text{Ra}^{226}$ .

6.34. На сколько процентов уменьшится активность препарата радона ( ${}_{86}\text{Rn}^{222}$ ) за время  $t = 2$  суток?

6.35. Найти период полураспада  $T$  радиоактивного препарата  ${}_{15}\text{P}^{32}$ , если его активность за время  $t = 20$  суток уменьшилась на 62% по сравнению с первоначальной.

6.36. Определить, какая доля радиоактивного препарата  ${}_{38}\text{Sr}^{90}$  распадется в течение времени  $t = 10$  лет.

6.37. Определить массу  $m$  препарата изотопа  ${}_{27}\text{Co}^{60}$ , имеющего активность  $a = 1\text{Ки}$ .

6.38. Определить число  $N$  ядер, распадающихся в течение времени:

1)  $t_1 = 1$  сутки; 2)  $t_2 = 1$  год, в радиоактивном препарате церия  ${}_{58}\text{Ce}^{144}$  массой  $m = 1\text{мг}$ .

6.39. Во сколько раз уменьшится активность препарата  ${}_{15}\text{P}^{32}$  через время  $t = 30$  суток?

6.40. Счетчик  $\alpha$ -частиц, установленный вблизи препарата  ${}_{15}\text{P}^{32}$ , при первом измерении регистрировал  $N_1 = 6400$  частиц в минуту, а через время  $t = 10$  суток — только  $N_2 = 4000$ . Определить период  $T$  полураспада препарата.

## Приложение

### СПРАВОЧНЫЕ ТАБЛИЦЫ

*Таблица1 .*

Основные физические постоянные (округленные значения)

| Физическая постоянная            | Обозначение | Числовые значения                                              |
|----------------------------------|-------------|----------------------------------------------------------------|
| Ускорение свободного падения     | $g$         | $9,81 \text{ м/с}^2$                                           |
| Гравитационная постоянная        | $\gamma$    | $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ м}^3/(\text{кг} \cdot \text{с}^2)$ |
| Число Авогадро                   | $N_A$       | $6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$                         |
| Универсальная газовая постоянная | $R$         | $8,31 \text{ Дж/ (моль} \cdot \text{К)}$                       |

|                                                        |           |                                                            |
|--------------------------------------------------------|-----------|------------------------------------------------------------|
| Постоянная Больцмана                                   | $k$       | $1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К                                 |
| Заряд электрона                                        | $e$       | $1,60 \cdot 10^{-19}$ Кл                                   |
| Скорость света в вакууме                               | $c$       | $3,00 \cdot 10^8$ м/с                                      |
| Постоянная закона Стефана- Больцмана                   | $\sigma$  | $5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м <sup>2</sup> · К <sup>4</sup> ) |
| Постоянная закона смещения Вина                        | $b$       | $2,90 \cdot 10^{-3}$ м · К                                 |
| Постоянная второго закона Вина                         | $C$       | $1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/(м <sup>3</sup> · К <sup>5</sup> )  |
| Постоянная Планка                                      | $h$       | $6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж · с                               |
| Постоянная Планка, деленная на $2\pi$                  | $\hbar$   | $1,05 \cdot 10^{-34}$ Дж · с                               |
| Постоянная Ридберга (для атома водорода $_1H^1$ )      | $R$       | $1,097 \cdot 10^7$ м <sup>-1</sup>                         |
| Радиус первой боровской орбиты                         | $r_i$     | $0,529 \cdot 10^{-10}$ м                                   |
| Комптоновская длина волны электрона                    | $\Lambda$ | $2,43 \cdot 10^{-12}$ м (2,43 пм)                          |
| Магнетон Бора                                          | $\mu_B$   | $0,927 \cdot 10^{-23}$ А · м <sup>2</sup>                  |
| Энергия ионизации атома водорода                       | $E_i$     | $2,18 \cdot 10^{-18}$ Дж (13,6эВ)                          |
| Атомная единица массы                                  | а.е.м.    | $1,660 \cdot 10^{-27}$ кг                                  |
| Коэффициент пропорциональности между энергией и массой | $c^2$     | $9,00 \cdot 10^{16}$ Дж/кг (931 МэВ/а. е. м.)              |

Таблица 2

## Некоторые астрономические величины

| Наименование                                | Величина<br>(среднее значение) |
|---------------------------------------------|--------------------------------|
| Радиус Земли                                | $6,37 \cdot 10^6$ м            |
| Масса Земли                                 | $5,98 \cdot 10^{24}$ кг        |
| Радиус Солнца                               | $6,95 \cdot 10^8$ м            |
| Масса Солнца                                | $1,98 \cdot 10^{30}$ кг        |
| Радиус Луны                                 | $1,74 \cdot 10^6$ м            |
| Масса Луны                                  | $7,33 \cdot 10^{22}$ кг        |
| Расстояние от центра Земли до центра Солнца | $1,49 \cdot 10^{11}$ м         |
| Расстояние от центра Земли до центра Луны   | $3,84 \cdot 10^8$ м            |

Таблица 3

## Плотность твердых тел

| Твердое тело | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> | Твердое тело | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> |
|--------------|---------------------------------|--------------|---------------------------------|
| Алюминий     | $2,7 \cdot 10^3$                | Медь         | $8,9 \cdot 10^3$                |
| Барий        | $3,5 \cdot 10^3$                | Никель       | $8,9 \cdot 10^3$                |
| Ванадий      | $6,0 \cdot 10^3$                | Свинец       | $11,3 \cdot 10^3$               |
| Висмут       | $9,8 \cdot 10^3$                | Серебро      | $10,5 \cdot 10^3$               |
| Железо       | $7,8 \cdot 10^3$                | Цезий        | $1,9 \cdot 10^3$                |
| Литий        | $0,53 \cdot 10^3$               | Цинк         | $7,1 \cdot 10^3$                |

Таблица 4

## Плотность жидкостей

| Жидкость                    | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> | Жидкость    | Плотность,<br>кг/м <sup>3</sup> |
|-----------------------------|---------------------------------|-------------|---------------------------------|
| Вода (при 4 <sup>0</sup> С) | $1,00 \cdot 10^3$               | Ртуть       | $13,6 \cdot 10^3$               |
| Глицерин                    | $1,26 \cdot 10^3$               | Спирт       | $0,80 \cdot 10^3$               |
|                             |                                 | Сероуглерод | $1,26 \cdot 10^3$               |

Таблица 5

## Эффективный диаметр молекулы

| Газ     | Диаметр, м           | Газ      | Диаметр, м           |
|---------|----------------------|----------|----------------------|
| Азот    | $3,0 \cdot 10^{-10}$ | Гелий    | $1,9 \cdot 10^{-10}$ |
| Водород | $2,3 \cdot 10^{-10}$ | Кислород | $2,7 \cdot 10^{-10}$ |

Таблица 6

## Диэлектрическая проницаемость

| Вещество | Проницаемость | Вещество | Проницаемость |
|----------|---------------|----------|---------------|
| Парафин  | 2,0           | Вода     | 81            |

|        |     |                        |     |
|--------|-----|------------------------|-----|
| Стекло | 7,0 | Масло трансформаторное | 2,2 |
|--------|-----|------------------------|-----|

Таблица 7

## Удельное сопротивление металлов

| Металл | Удельное сопротивление, Ом·м | Металл  | Удельное сопротивление, Ом·м |
|--------|------------------------------|---------|------------------------------|
| Железо | $9,8 \cdot 10^{-8}$          | Медь    | $1,7 \cdot 10^{-8}$          |
| Нихром | $1,1 \cdot 10^{-6}$          | Серебро | $1,6 \cdot 10^{-8}$          |

Таблица 8

## Показатель преломления

| Вещество | Показатель |
|----------|------------|
| Вода     | 1,33       |
| Глицерин | 1,47       |
| Стекло   | 1,5        |
| Алмаз    | 2,42       |

Таблица 9

## Работа выхода электронов

| Металл  | Дж                   | эВ  |
|---------|----------------------|-----|
| Калий   | $3,5 \cdot 10^{-19}$ | 2,2 |
| Литий   | $3,7 \cdot 10^{-19}$ | 2,3 |
| Платина | $10 \cdot 10^{-19}$  | 6,3 |
| Рубидий | $3,4 \cdot 10^{-19}$ | 2,1 |
| Серебро | $7,5 \cdot 10^{-19}$ | 4,7 |
| Цезий   | $3,2 \cdot 10^{-19}$ | 2,0 |
| Цинк    | $6,4 \cdot 10^{-19}$ | 4,0 |

Таблица 10

## Относительные атомные массы (атомные веса) A и порядковые номера Z некоторых элементов

| Элемент  | Химический символ | A   | z  |
|----------|-------------------|-----|----|
| Азот     | N                 | 14  | 7  |
| Алюминий | Al                | 27  | 13 |
| Аргон    | Ar                | 40  | 18 |
| Водород  | H                 | 1   | 1  |
| Вольфрам | W                 | 184 | 74 |
| Гелий    | He                | 4   | 2  |
| Железо   | Fe                | 56  | 26 |
| Золото   | Au                | 197 | 79 |
| Калий    | K                 | 39  | 19 |
| Кальций  | Ca                | 40  | 20 |
| Кислород | O                 | 16  | 8  |
| Магний   | Mg                | 24  | 12 |
| Марганец | Mn                | 55  | 25 |
| Медь     | Cu                | 64  | 29 |
| Молибден | Mo                | 96  | 42 |
| Натрий   | Na                | 23  | 11 |
| Неон     | Ne                | 20  | 10 |
| Никель   | Ni                | 59  | 28 |
| Олово    | Sn                | 119 | 50 |
| Платина  | Pt                | 195 | 78 |
| Ртуть    | Hg                | 201 | 80 |
| Сера     | S                 | 32  | 16 |
| Серебро  | Ag                | 108 | 47 |
| Уран     | U                 | 238 | 92 |
| Углерод  | C                 | 12  | 6  |
| Хлор     | Cl                | 35  | 17 |

Таблица 11

## Массы атомов легких изотопов

| Изотоп   | Символ     | Масса (а. е. м.) |
|----------|------------|------------------|
| Нейтрон  | ${}_0n^1$  | 1,00867          |
| Водород  | ${}_1H^1$  | 1,00783          |
|          | ${}_1H^2$  | 2,01410          |
|          | ${}_1H^3$  | 3,01605          |
| Гелий    | ${}_2H^3$  | 3,01603          |
|          | ${}_2H^4$  | 4,00260          |
| Литий    | ${}_3Li^6$ | 6,01513          |
|          | ${}_3Li^7$ | 7,01601          |
| Бериллий | ${}_4Be^7$ | 7,01693          |
|          | ${}_4Be^9$ | 9,01219          |

|          |                       |          |
|----------|-----------------------|----------|
| Бор      | ${}^5_5\text{B}^{10}$ | 10,01294 |
|          | ${}^5_5\text{B}^{11}$ | 11,00930 |
| Углерод  | ${}^6_6\text{C}^{12}$ | 12,00000 |
|          | ${}^6_6\text{C}^{13}$ | 13,00335 |
|          | ${}^6_6\text{C}^{14}$ | 14,00324 |
| Азот     | ${}^7_7\text{N}^{14}$ | 14,00307 |
| Кислород | ${}^8_8\text{O}^{16}$ | 15,99491 |
|          | ${}^8_8\text{O}^{17}$ | 16,99913 |

Таблица 12

## Периоды полураспада радиоактивных изотопов

| Изотоп   | Символ                        | Период полураспада |
|----------|-------------------------------|--------------------|
| Магний   | ${}^{12}_{12}\text{Mg}^{27}$  | 10 мин             |
| Фосфор   | ${}^{15}_{15}\text{P}^{32}$   | 14,3 суток         |
| Кобальт  | ${}^{27}_{27}\text{Co}^{60}$  | 5,3 года           |
| Стронций | ${}^{38}_{38}\text{Sr}^{90}$  | 27 лет             |
| Йод      | ${}^{53}_{53}\text{I}^{131}$  | 8 суток            |
| Церий    | ${}^{58}_{58}\text{Ce}^{144}$ | 285 суток          |
| Радон    | ${}^{86}_{86}\text{Rn}^{222}$ | 3,8 суток          |
| Радий    | ${}^{88}_{88}\text{Ra}^{226}$ | 1620 лет           |
| Актиний  | ${}^{89}_{89}\text{Ac}^{225}$ | 10 суток           |

Таблица 13

## Масса и энергия покоя некоторых частиц

| Частица                      | $m_0$                  |          | $E_0$                 |       |
|------------------------------|------------------------|----------|-----------------------|-------|
|                              | кг                     | а. е. м. | Дж                    | МэВ   |
| Электрон                     | $9,11 \cdot 10^{-31}$  | 0,00055  | $8,16 \cdot 10^{-14}$ | 0,511 |
| Протон                       | $1,672 \cdot 10^{-27}$ | 1,00728  | $1,50 \cdot 10^{-10}$ | 938   |
| Нейтрон                      | $1,675 \cdot 10^{-27}$ | 1,00867  | $1,51 \cdot 10^{-10}$ | 939   |
| Дейтрон<br>$\alpha$ -частица | $3,35 \cdot 10^{-27}$  | 2,01355  | $3,00 \cdot 10^{-10}$ | 1876  |
|                              | $6,64 \cdot 10^{-27}$  | 4,00149  | $5,96 \cdot 10^{-10}$ | 3733  |
| Нейтральный $\pi$ -мезон     | $2,41 \cdot 10^{-28}$  | 0,14498  | $2,16 \cdot 10^{-11}$ | 135   |

Таблица 14

## Внесистемные единицы

| Наименование<br>Величины                          | Единицы          |                   |                                                                 |
|---------------------------------------------------|------------------|-------------------|-----------------------------------------------------------------|
|                                                   | Название         | Обозначение       | Соотношение<br>с единицей СИ                                    |
| а) Допущенные к применению наравне с единицами СИ |                  |                   |                                                                 |
| Масса                                             | Тонна            | Т                 | 1 Т=10 <sup>3</sup> кг                                          |
| Время                                             | Минута           | мин               | 1 мин=60 с                                                      |
|                                                   | час              | ч                 | 1 ч=3600 с                                                      |
|                                                   | сутки            | сут               | 1 сут=86400 с                                                   |
| Плоский угол                                      | градус           | °                 | 1°=1,75·10 <sup>-2</sup> рад                                    |
|                                                   | минута           | '                 | 1'=2,91·10 <sup>-4</sup> рад                                    |
|                                                   | секунда          | "                 | 1"=4,85·10 <sup>-6</sup> рад                                    |
| Площадь                                           | гектар           | га                | 1 га=10 <sup>4</sup> м <sup>2</sup>                             |
| Объем                                             | литр             | л                 | 1 л=10 <sup>-3</sup> м <sup>3</sup>                             |
| Относительная величина                            | процент          | %                 | 1%=10 <sup>-2</sup>                                             |
|                                                   | промилле         | ‰                 | ‰=10 <sup>-3</sup>                                              |
|                                                   | миллионная доля  | млн <sup>-1</sup> | 1 млн <sup>-1</sup> =10 <sup>-6</sup>                           |
| Температура Цельсия                               | градус Цельсия   | °С                | 1°С=1 К                                                         |
| Логарифмическая величина                          | бел              | Б                 | -                                                               |
|                                                   | децибел          | дБ                | -                                                               |
| б) Допущенные к применению временно               |                  |                   |                                                                 |
| Длина                                             | ангстрем         | А°                | 1 А°=10 <sup>-10</sup> м                                        |
| Масса                                             | центнер          | ц                 | 1 ц=100 кг                                                      |
| Частота вращения                                  | оборот в секунду | об/с              | 1 об/с=1 с <sup>-1</sup>                                        |
|                                                   | оборот в минуту  | об/мин            | 1 об/мин=<br>=1/60 с <sup>-1</sup> =<br>=0,0167 с <sup>-1</sup> |

Продолжение таблицы 14

|                           |                                                                |                             |                                                     |
|---------------------------|----------------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------------------------------------|
| Сила (вес)                | килограмм-сила<br>тонна-сила                                   | кгс<br>тс                   | 1 кгс=9,81 Н<br>1 тс=9,81·10 <sup>3</sup> Н         |
| Давление                  | килограмм-сила на квадратный сантиметр (техническая атмосфера) | кгс/см <sup>2</sup><br>(ат) | 1 кгс/см <sup>2</sup> =<br>=9,81·10 <sup>4</sup> Па |
|                           | миллиметр водяного столба                                      | мм вод.ст.                  | 1 мм вод.ст.=<br>=9,81 Па                           |
|                           | миллиметр ртутного столба                                      | мм рт.ст.                   | 1 мм рт.ст.=<br>=133 Па                             |
|                           | бар                                                            | бар                         | 1 бар=10 <sup>5</sup> Па                            |
| Напряжение (механическое) | килограмм-сила на квадратный миллиметр                         | кгс/мм <sup>2</sup>         | 1 кгс/мм <sup>2</sup> =<br>=9,81·10 <sup>6</sup> Па |



|                                                                       |                                                         |                            |                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Мощность                                                              | лошадиная сила                                          | л.с.                       | 1 л.с.=737 Вт                                                                                                                     |
| Теплота                                                               | калория                                                 | кал                        | 1 кал=7,19 Дж                                                                                                                     |
| Доза излучения                                                        | рад                                                     | рад                        | 1 рад=0,01 Дж/кг                                                                                                                  |
| Мощность дозы излучения                                               | рад в секунды                                           | рад/с                      | 1 рад/с=0,01 Вт/кг                                                                                                                |
| Экспозиционная доза фотонного излучения                               | рентген                                                 | Р                          | 1 Р=2,58·10 <sup>-4</sup> Кл/кг                                                                                                   |
| Активность изотопа                                                    | кюри                                                    | Ки                         | 1 Ки=3,711·10 <sup>10</sup> с <sup>-1</sup>                                                                                       |
| в) Допущенные к применению в специальных разделах физики и астрономии |                                                         |                            |                                                                                                                                   |
| Длина                                                                 | икс=единица астрономическая единица световой год парсек | Х<br>а.е.<br>св. год<br>пк | 1 Х=1,00·10 <sup>-13</sup><br>1 а.е.=1,50·10 <sup>11</sup> м<br>1 св.год=9,46·10 <sup>15</sup> м<br>1 пак=3,09·10 <sup>16</sup> м |
| Масса                                                                 | атомная единица массы                                   | а.е.м.                     | 1 а.е.м.=1,66·10 <sup>-27</sup> кг                                                                                                |
| Площадь                                                               | барн                                                    | б                          | 1 б=10 <sup>-28</sup> м <sup>2</sup>                                                                                              |
| Энергия                                                               | электрон-вольт                                          | эВ                         | 1 эВ=1,60·10 <sup>-19</sup> Дж                                                                                                    |

Примечания: 1. В таблице 14 не включены кратные и дольные единицы, так как все они получаются одинаково путем добавления соответствующих приставок:

Например:

1 мегаэлектрон-вольт (МэВ)=10<sup>6</sup> эВ;

1 микрометр (мкм)=10<sup>-6</sup> м;

1 наноныютон (нН)=10<sup>-9</sup> Н.

2. Электрическая и магнитные постоянные имеют следующие значения в единицах СИ:

электрическая постоянная  $\varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} (\Phi / \text{м}) = 8,85 \cdot 10^{-12} (\Phi / \text{м});$

магнитная постоянная  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} (\Gamma / \text{м}) = 1,26 \cdot 10^{-6} (\Gamma / \text{м}); \varepsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2},$  где с – скорость света в вакууме.

Таблица 15

| Приставка |             | Кратность и дольность              |
|-----------|-------------|------------------------------------|
| Название  | Обозначение |                                    |
| тера      | Т           | 1 000 000 000 000=10 <sup>12</sup> |
| гига      | Г           | 1 000 000 000=10 <sup>9</sup>      |
| мега      | М           | 1 000 000=10 <sup>6</sup>          |
| кило      | к           | 1 000=10 <sup>3</sup>              |

|       |    |                                           |
|-------|----|-------------------------------------------|
| гекто | Г  | $100=10^2$                                |
| дека  | да | $10=10^1$                                 |
| деци  | д  | $0,1=10^{-1}$                             |
| санτι | с  | $0,01=10^{-2}$                            |
| милли | м  | $0,001=10^{-3}$                           |
| микро | мк | $0,000\ 001=10^{-6}$                      |
| нано  | н  | $0,000\ 000\ 001=10^{-9}$                 |
| пико  | п  | $0,000\ 000\ 000\ 001=10^{-12}$           |
| фемто | ф  | $0,000\ 000\ 000\ 000\ 001=10^{-15}$      |
| атто  | а  | $0,000\ 000\ 000\ 000\ 000\ 001=10^{-18}$ |

### Библиографический список

1. Трофимова Т.И. Курс физики .- М.: Высшая школа, 1998.
2. Детлаф А.А., Яворский Б.И, Курс физики. –М.: Высшая школа, 2000.
3. Дмитриева В.Ф., Прокофьев В.П. Основы физики. Учебное пособие для студентов вузов. –М. :Высшая школа, 2001.
4. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. С-Птб, Книжный мир, 2004.

Учебно- методическое издание

**КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ  
ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ**

Составители:  
**Бобков** Александр Михайлович  
**Груздев** Феликс Александрович

---

*Оригинал – макет подготовлен кафедрой общей и экспериментальной физики*

---

Изд. лиц. ЛР

Подписано в печать                      Бумага офсетная. Формат  
Гарнитура                                      Печать офсетная.

Усл. печ. л.    Уч.-изд. л.    Тираж                      экз. Заказ №

Издательско-полиграфический центр

Новгородского государственного университета им. Ярослава Мудрого.  
173003, Великий Новгород, ул. Санкт-Петербургская, 41.

Отпечатано в ИПЦ НовГУ

173003, Великий Новгород, ул. Санкт-Петербургская, 41.