

Рассветалов Л.А.

ЗАДАЧНИК

по цифровой связи

Великий Новгород
2016

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого

Рассветалов Л.А.

ЗАДАЧНИК
по цифровой связи

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Великий Новгород
2016

УДК 631.396+654.1(075.8)
ББК 32.889+32.884я73
Р 24

Печатается по решению
Кафедры радиосистем

Рецензенты:

доцент кафедры радиосистем СПбГЭТУ (ЛЭТИ)
к.т.н. доц. И.М. Самойлов

Р 24 Рассветалов Л. А. Задачи по цифровой связи : учеб. пособие / Л. А. Рассветалов ; Новгород. гос. ун-т им. Ярослава Мудрого. – 2-е изд. перераб. и доп. – Великий Новгород, 2016. – 47 с.

В учебном пособии представлены задачи по сигналам и видам модуляции, оптимальному приему бинарных сигналов в каналах с постоянными и случайными параметрами, приему многопозиционных сигналов, а также вопросам кодирования и декодирования решетчатых кодов. Для каждого раздела приведены решения типовых задач. Включенные задачи соответствуют дисциплинам «Статистическая теория связи» и «Радиотехнические системы передачи информации» направления 11.04.01 (Радиотехника) (профиль «Системы и устройства передачи, приема и обработки сигналов»). Учебное пособие одобрено советом института Электронных и Информационных Систем Новгородского государственного университета имени Ярослава Мудрого.

УДК 631.396+654.1(075.8)
ББК 32.889+32.884я73

© Новгородский государственный университет
имени Ярослава Мудрого, 2016
©Л.А. Рассветалов, автор, 2016

Содержание

Содержание	3
Введение	4
1. Краткие теоретические сведения	4
1.1 Векторное представление сигналов и шума	4
1.2 Правила принятия решения	6
1.3 Двоичная (бинарная) передача	6
1.4 Прием М-арных сигналов	8
1.5 Сверточные коды	11
Пример	14
1.6 Широкополосные сигналы в системах связи	16
Терминология	16
Полезные формулы	18
Задачи	19
2 Общие сведения о цифровых системах передачи информации	19
3 Сигналы, модуляция	20
4 Оптимальный прием двоичных сигналов в каналах с постоянными параметрами	23
5 Прием двоичных сигналов в каналах со случайными параметрами	24
6 Прием многопозиционных сигналов	25
7 Сверточные коды	26
8 Широкополосные сигналы в системах связи	32
Решения и ответы	36
2 Общие сведения о цифровых системах передачи информации	36
3 Сигналы, модуляция	36
4 Оптимальный прием двоичных сигналов в каналах с постоянными параметрами	37
5 Прием двоичных сигналов в каналах со случайными параметрами	38
6 Прием многопозиционных сигналов	38
7 Сверточные коды	39
8 ШПС в системах связи	44
Список литературы	47

Введение

При составлении Задачника использованы задачи, имеющиеся в [1-5], причем для [1] на сопровождающем сайте <ftp://ftp.wiley.co.uk/pub/books/ipatov> приведены решения имеющихся в книге задач (на англ. языке). Здесь приводятся решения отдельных наиболее типичных задач.

1. Краткие теоретические сведения

1.1 Векторное представление сигналов и шума

В современной теории передачи информации для описания, анализа и преобразования сообщений и сигналов широко используется геометрическое представление, при котором сигналы рассматриваются как элементы некоторого пространства, свойства сигналов – как свойства пространства, преобразование сигналов – как отображение одного пространства на другое.

Определим N -мерное *ортogonalное пространство* как пространство, определяемое набором N линейно независимых функций $\{\psi_j(t)\}$, именуемых *базисными*. Любая функция этого пространства может выражаться через линейную комбинацию этих базисных функций, которые должны удовлетворять условию

$$(\psi_j, \psi_k) = \int_0^T \psi_j(t) \psi_k(t) dt = K_j \delta_{jk}, \quad 0 \leq t \leq T; \quad j, k = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где (ψ_j, ψ_k) – скалярное произведение, δ_{jk} – оператор Кронекера.

В общем случае отличие между двумя любыми элементами пространства можно задавать некоторым положительным числом, которое трактуется как количественная мера различия сигналов и называется *расстоянием*.

Множество сигналов S с определенным каким-либо способом расстоянием между элементами называется *пространством сигналов*. Для определения расстояния между элементами пространства используют функционал d , который интуитивно связывается с понятием расстояния через свойства:

$$\begin{aligned} d(s_i, s_j) &\geq 0, \quad d(s_i, s_j) = d(s_j, s_i); \\ d(s_i, s_k) &\leq d(s_i, s_j) + d(s_j, s_k); \\ d(s_i, s_j) &= 0, \text{ только, если } s_i = s_j. \end{aligned} \quad (2)$$

Функционал, удовлетворяющий (2), называется *метрикой*. Множество S с метрикой d называется *метрическим пространством*.

При ненулевых константах K_j в (1) пространство называется *ортogonalным*. Если базисные функции нормированы так, что все $K_j = 1$, пространство называется *ортонормированным*.

Если $\psi_j(t)$ соответствует действительному компоненту напряжения или силы тока сигнала, нормированному на сопротивление 1 Ом, то нормированная энергия в джоулях, переносимая сигналом $\psi_j(t)$ за T секунд будет равна

$$E_j = \int_0^T \psi_j^2(t) dt = K_j$$

Произвольный конечный набор сигналов $\{s_i(t)\}$ ($i = 1, \dots, M$), где каждый элемент множества физически реализуем и имеет длительность T , можно выразить как линейную комбинацию N ортogonalных сигналов $\psi_1(t), \psi_2(t), \dots, \psi_N(t)$, где $N \leq M$, так что

$$s_i(t) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \psi_j(t), \quad i = 1, \dots, M, \quad N \leq M,$$

где a_{ij} – коэффициент разложения сигнала s_i по базисным функциям:

$$a_{ij} = \frac{1}{K_j} \int_0^T s_i(t) \psi_j(t) dt, \quad i = 1, \dots, M, \quad 0 \leq t \leq T, \quad j = 1, \dots, N.$$

Набор сигналов $\{s_i(t)\}$ можно рассматривать как набор векторов $\{\mathbf{s}_i\} = \{a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iN}\}$. Каждый из сигналов определяется вектором его коэффициентов $\mathbf{s}_i = (a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{iN})$, $i = 1, \dots, M$.

Для количественной характеристики сигналов в линейном пространстве вводят *норму*, определяющую длину векторов $\mathbf{s}_j$, обозначаемую символом $\|\mathbf{s}_j\|$

Для N -мерного линейного пространства действительных или комплексных чисел $\{\mathbf{s}_j\} = (s_{j1}, s_{j2}, \dots, s_{jN})$, $j = 1, 2, \dots, N$ норма определяется, как

$$\|\mathbf{s}_j\| = \left[\sum_{k=1}^N |s_{jk}|^2 \right]^{1/2},$$

а для функционального пространства – как

$$\|\mathbf{s}_j\| = \left[\int_0^T |s_j(t)|^2 dt \right]^{1/2}.$$

При этом квадрат нормы представляет собой энергию сигнала.

В пространстве со скалярным произведением можно ввести норму

$$\|\mathbf{s}_{ij}\| = (\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_i)^{1/2},$$

и метрику

$$d(\mathbf{s}_j, \mathbf{s}_i) = \|\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j\| = (\mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j, \mathbf{s}_i - \mathbf{s}_j)^{1/2}.$$

Т.о., пространство со скалярным произведением можно всегда сделать нормированным и метрическим. Такое пространство при конечном числе N называется *евклидовым* (обозначается R_N), а при бесконечном N – *гильбертовым* (обозначается L_2).

Евклидово расстояние между непрерывными сигналами $s(t)$ и $y(t)$ определяется как

$$d(\mathbf{s}, \mathbf{y}) = \sqrt{\int_0^T [y(t) - s(t)]^2 dt}, \quad T - \text{длительность сигналов},$$

а между векторам $\mathbf{s}$ и $\mathbf{y}$ как $d(\mathbf{s}, \mathbf{y}) = \sqrt{\sum_{i=0}^{N-1} [y_i - s_i]^2}$.

Обычно под $\mathbf{y}$ понимают принятое колебание, а под $\mathbf{s}_i$ – ансамбль передаваемых сигналов. Тогда

$$d^2(\mathbf{s}_i, \mathbf{y}) = \int_0^T y^2(t) dt - 2 \int_0^T y(t) s_i(t) dt + \int_0^T s_i^2(t) dt = \|\mathbf{y}\|^2 - 2z_i + \|\mathbf{s}_i\|^2,$$

где z_i соответствует корреляции между наблюдением $y(t)$ и i -м сигналом $s_i(t)$

$$z_i = (\mathbf{y}, \mathbf{s}_i) = \int_0^T y(t) s_i(t) dt. \quad (3)$$

Часто вместо корреляционной функции используют *коэффициент корреляции* сигналов $s_i(t)$, $s_j(t)$

$$\rho_{ij} = \frac{(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j)}{\|\mathbf{s}_i\| \|\mathbf{s}_j\|} = \frac{1}{\sqrt{E_i E_j}} \int_0^T s_i(t) s_j(t) dt, \quad (4)$$

где E_i, E_j – энергии сигналов:

$$E_i = \int_0^T s_i^2(t) dt$$

1.2 Правила принятия решения

Для приемной стороны имеется M гипотез H_i , состоящих в том, какой из M возможных сигналов был в действительности передан и трансформирован каналом в принятое колебание $y(t)$.

В соответствии с правилом *максимального правдоподобия* (МП) решение принимается в пользу того сигнала $\mathbf{s}_i$, для которого вероятность трансформации его каналом в принятое колебание y является максимальным. Для гауссовского канала правило МП преобразуется в правило *минимума расстояния*:

$$d(\mathbf{s}_j, \mathbf{y}) = \min_i d(\mathbf{s}_i, \mathbf{y}) \Rightarrow \hat{H}_j \quad (5)$$

или в соответствующее ему правило *максимума корреляции*:

$$z_j - \frac{E_j}{2} = \max_i (z_i - \frac{E_i}{2}) \Rightarrow \hat{H}_j \quad (6)$$

1.3 Двоичная (бинарная) передача

В случае двоичных данных (сигналы $s_0(t)$ и $s_1(t)$) существуют только две гипотезы H_0 и H_1 , и правило принятия решения записывают либо в терминах расстояний между сигналами

$$\begin{array}{c} \hat{H}_0 \\ d(\mathbf{s}_0, \mathbf{y}) < \\ > \\ \hat{H}_1 \end{array} d(\mathbf{s}_1, \mathbf{y}), \quad (7)$$

либо через их корреляции

$$\begin{array}{c} \hat{H}_0 \\ z = z_0 - z_1 > \\ < \\ \hat{H}_1 \end{array} \frac{E_0 - E_1}{2}. \quad (8)$$

Вероятность p_{01} ошибочного решения в пользу сигнала $s_1(t)$, если был передан сигнал $s_0(t)$ находится, как

$$p_{01} = P(z < \frac{E_0 - E_1}{2} | s_0(t)) = \int_{-\infty}^{\frac{E_0 - E_1}{2}} W(z | s_0(t)) dz \quad (9)$$

где $P(A|B)$ – условная вероятность события A при условии, что событие B произошло, а $W(z | s_0(t))$ – условная плотность вероятности разности корреляций z из (8) при условии, что сигнал $s_0(t)$ действительно был передан.

Т.к. z является линейным преобразованием гауссовского наблюдения $y(t)$, то

$$W(z|s_0(t)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(z - \bar{z})^2}{2\sigma^2}\right],$$

интегрирование которого, согласно (9), приводит к выражению

$$p_{01} = Q\left(\frac{2\bar{z} - E_0 + E_1}{2\sigma}\right), \quad (10)$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt$$

– дополнительная функция ошибок.

В случае, когда действительно был принят сигнал $s_0(t)$, т.е. $\overline{y(t)} = s_0(t)$, математическое ожидание z будет

$$\bar{z} = \int_0^T \overline{y(t)} [s_0(t) - s_1(t)] dt = E_0 - \rho_{01} \sqrt{E_0 E_1}, \quad (11)$$

а дисперсия σ^2

$$\sigma^2 = \frac{N_0}{2} \int_0^T s^2(t) dt = \frac{N_0 E_0}{2}. \quad (12)$$

Если w – вероятность передачи сигнала $s_0(t)$, полная вероятность ошибочного приема устанавливается соотношением

$$P_E = wp_{01} + (1-w)p_{10} = Q\left(\sqrt{\frac{d^2(s_0, s_1)}{2N_0}}\right) \quad (13)$$

Отношение сигнал/шум (ОСШ) h^2 определяют, как отношение энергии сигнала, приходящееся на один бит информации, к спектральной плотности мощности гауссовского (белого) шума: $h^2 = E_\sigma / N_0$. Для двоичных систем E_σ совпадает с энергией сигнала E . Введем параметр γ_c , определяющий тип сигнала и вид модуляции:

$\gamma_c = 1/\sqrt{2}$	БАМ (пассивная пауза)
$\gamma_c = 1$	БЧМ (ортогональные сигналы)
$\gamma_c = \sqrt{2}$	БФМ (противоположные сигналы)

Тогда вероятность ошибки **когерентного** приема двоичных сигналов можно записать, как

$$P_E = Q(\gamma_c h) = Q\left(\gamma_c \sqrt{\frac{E}{N_0}}\right) \quad (14)$$

Вероятность ошибки при **некогерентном** приеме БАМ определяется, как

$$P_E = 0,5 \{P(s_0 / s_1) + P(s_1 / s_0)\} = 0,5 \left\{ e^{-H_{opt}^2/2} + Q(H_{opt}) \right\}$$

где оптимальный порог принятия решения $H_{opt} \approx a/2 = h/\sqrt{2}$ при больших h , a – нормированная амплитуда сигнала: $a = S_0 / \sigma$.

Здесь вероятность ложной тревоги (принятие «0» за «1»)

$$P(s_1 / s_0) = \int_{H_{opt}}^\infty z e^{-z^2/2} dz = \int_{H_{opt}}^\infty e^{-z^2/2} d\frac{z^2}{2} = e^{-H_{opt}^2/2}$$

а вероятность пропуска сигнала (принятие «1» за «0»)

$$P(s_0 / s_1) = Q(H_{opt}) = Q(h / \sqrt{2})$$

Тогда вероятность ошибки при **некогерентном** приеме сигналов БАМ

$$P_E = 0,5 \left\{ e^{-h^2/4} + Q(h/\sqrt{2}) \right\} \quad (15)$$

Вероятность ошибки при некогерентном приеме сигналов БЧМ

$$P_E = 0,5 \exp\left(-\frac{h^2}{2}\right)$$

Для **когерентного** приема сигналов относительной бинарной фазовой манипуляции (ОБФМ)

$$P_E = 2[Q(h\sqrt{2}) - Q^2(h\sqrt{2})] \approx 2 Q(h\sqrt{2}), \quad (16)$$

и, используя разложение гауссовой функции ошибок $Q(h\sqrt{2})$ в ряд, получим

$$P_E \approx \frac{1}{h\sqrt{\pi}} \exp(-h^2). \quad (17)$$

При **некогерентном** приеме ОБФМ

$$P_E = 0,5 \exp(-E_b/N_0) \quad (18)$$

1.4 Прием М-арных сигналов

При использовании схемы, в которой за такт обрабатывается m бит, передача сигналов называется М-арной. Каждый символ М-арного алфавита можно однозначно связать с последовательностью из m бит, где

$$M = 2^m \text{ или } m = \log_2 M,$$

и M – размер алфавита

1.4.1 Полоса частот и скорость передачи

Поскольку один из M символов (или сигналов) передается за интервал T , скорость передачи данных R можно записать в следующем виде.

$$R = \frac{m}{T} = \frac{\log_2 M}{T} \quad (19)$$

Из последнего соотношения *эффективную* длительность T_0 каждого бита можно представить через длительность символа T или скорость передачи данных R

$$T_0 = \frac{1}{R} = \frac{T}{m} = \frac{1}{mR_s}, \quad (20)$$

где R_s – скорость передачи символов (техническая скорость передачи).

Техническая и информационная скорости передачи связаны, как

$$R_s = \frac{R}{\log_2 M} \quad (21)$$

Одна из часто используемых частотных характеристик приемного фильтра называется *приподнятым косинусом*. Она принадлежит к классу Найквиста (нулевая МСИ в моменты взятия выборок) и описывается следующим выражением

$$H(f) = \begin{cases} 1 & \text{äëÿ } |f| < 2W_0 - W \\ \cos^2\left(\frac{\pi}{4} \frac{|f| + W - 2W_0}{W - W_0}\right) & \text{äëÿ } 2W_0 - W < |f| < W \\ 0 & \text{äëÿ } |f| > W \end{cases} \quad (22)$$

Здесь W – максимальная ширина полосы, а $W_0 = 1/2T$ – минимальная ширина по Найквисту для прямоугольного спектра и ширина полосы по уровню -6 дБ для косинусоидального спектра. Разность $W - W_0$ называется "избытком полосы"; она означает дополнительную ширину полосы по сравнению с минимумом Найквиста. *Коэффициент сглаживания* определяется как $r = (W - W_0)/W_0$, где $0 < r < 1$. Коэффициент сглаживания — это избыток полосы, деленный на ширину полосы по уровню -6 дБ (т.е. относительный избыток

полосы). Для данного W_0 выравнивание r задает требуемый избыток относительно W_0 и характеризует крутизну фронта характеристики фильтра.

Импульсный отклик, соответствующий функции $H(f)$, равен

$$h(t) = 2W_0 (\sin c 2W_0 t) \frac{\cos \left[\frac{2\pi(W - W_0)t}{1 - [4(W - W_0)t]^2} \right]}{1 - [4(W - W_0)t]^2}. \quad (23)$$

Этот импульсный отклик изображен на рис. 1, б для $r = 0$, $r = 0,5$ и $r = 1$. Хвост имеет нулевые значения в каждый момент взятия выборки, вне зависимости от значения коэффициента сглаживания.

Фильтр, описанный выражением (22), и импульс, представленный выражением (23), можно реализовать только приблизительно, поскольку, строго говоря, спектр типа приподнятого косинуса физически не может быть реализован (причина та же, что и при реализации идеального фильтра Найквиста). Реализуемый фильтр должен иметь импульсный отклик конечной длительности и давать нулевой выход до момента включения импульса, что невозможно для семейства характеристик типа приподнятого косинуса. Эти нереализуемые фильтры являются непричинными (импульсный отклик фильтра имеет бесконечную продолжительность и фильтрованный импульс начинается в момент $t = -\infty$). На практике фильтр формирования импульсов должен удовлетворять двум требованиям. Он должен обеспечивать желаемое сглаживание и должен быть реализуем (импульсный отклик должен усекаться до конечного размера).

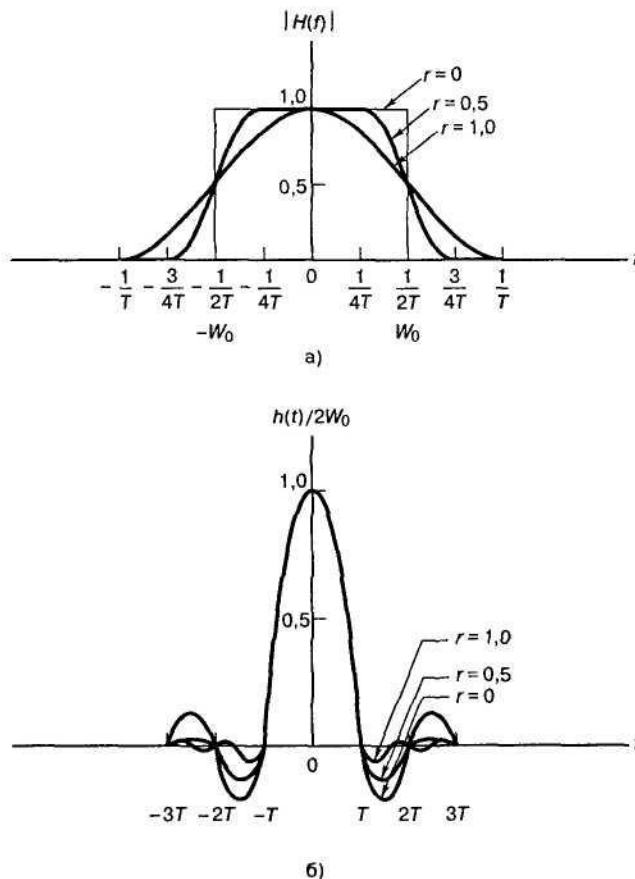


Рис. 1. Характеристики фильтра вида приподнятого косинуса.

Полоса частот при подобной фильтрации и скорость передачи с учетом коэффициента сглаживания r связаны соотношением

$$W = \frac{1}{2}(1+r)R_s \quad (24)$$

1.4.2 Вероятность ошибок для М-арной передачи

При возможном числе сигналов $M > 2$ вероятность $p_{1,e}$ перепутывания действительно

принятого $s_1(t)$ с одним из $M-1$ ошибочных сигналов $s_j(t)$, $j = 2, 3, \dots, M$, определяется, как

$$p_{1,e} = P(d^2(\mathbf{s}_1, \mathbf{y}) \neq \min_i d^2(\mathbf{s}_i, \mathbf{y}) | s_1(t)) = 1 - P(z_1 - \frac{E_1}{2} = \max_i (z_i - \frac{E_i}{2}) | s_1(t)).$$

Определение этой вероятности в общем случае вызывает значительные трудности, поэтому используют ее верхнюю границу.

$$P_e \approx \frac{n_{\min}}{M} Q\left(\sqrt{\frac{d_{\min}^2}{2N_0}}\right), \quad \frac{d_{\min}^2}{2N_0} \gg 1, \quad (25)$$

где $d_{\min}$ есть минимальное расстояние на множестве всех возможных пар, встречающееся $n_{\min}$ раз.

Соотношение (25) указывает на необходимость *максимизации минимума расстояния в множестве M сигналов*. В случае одинаковой $E = E_i = \text{const}$, $i = 1, 2, \dots, M$ энергии всех сигналов сигнальные точки (концы векторов сигналов) лежат на поверхности сферы, образуя *сферическую упаковку*. Размерность n_s сигнального пространства, внутри которого осуществляется их упаковка обусловлена лимитом доступного ресурса, но теперь спектрального. Диапазон частот и временной интервал, отведенные для всех M сигналов, ограничены значениями W_t и T_t соответственно. Первое из этих ограничений учитывает экономию полосы, тогда как второе отражает желание передавать данные с приемлемой скоростью $R = \log M / T_t$. Тогда, согласно теореме отсчетов, имеется около $W_t T_t$ независимых отсчетов, доступных для построения M сигналов, причем каждый из сигналов трактуется как вектор в пространстве размерности $n_s = W_t T_t$.

Если равенства энергий сигналов не требуется, а имеется лишь ограничение на величину их средней энергии, созвездие (ансамбль) сигналов образует *объемную упаковку*.

Сигналы сферической упаковки, для которых верхняя граница для минимума расстояния удовлетворяет

$$d_{\min}^2 \leq \frac{2M}{M-1} E,$$

называются *симплексными*. Симплексные сигналы *эквидистантны* и линейно зависимы. Свойство эквидистантности симплексных сигналов влечет за собой равенство коэффициентов корреляции ρ_{ij} любой их пары. Оценка величины ρ_{ij} приводит к следующему результату

$$\rho_{ij} = \frac{(\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_j)}{\|\mathbf{v}_i\| \|\mathbf{v}_j\|} = -\frac{1}{M-1}, \quad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, \dots, M. \quad (26)$$

В любом множестве эквидистантных сигналов $d(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = d_{\min}$ для любой пары различных векторов и асимптотическая оценка вероятности ошибки при использовании симплексных сигналов выражается, как

$$P_{e \min} \leq (M-1) Q\left(\sqrt{\frac{ME}{(M-1)N_0}}\right), \quad \frac{2E}{N_0} \gg 1 \quad (27)$$

Ортогональные сигналы, являющиеся еще одним примером эквидистантных, практически столь же эффективны, как и симплексные, при достаточно большом значении M . Действительно, коэффициент корреляции для ортогональных сигналов равен нулю, а расстояние между любой их парой $d(\mathbf{s}_i, \mathbf{s}_j) = d_{\min} = \sqrt{2E}$. Используя этот факт, получим асимптотическую оценку вероятности ошибки для M ортогональных сигналов, которая

ограничивает сверху точное значение вероятности ошибки:

$$P_{e,ort} \leq (M-1) Q\left(\sqrt{\frac{E}{N_0}}\right), \quad \frac{2E}{N_0} \gg 1. \quad (28)$$

Точная формула вычисления вероятности ошибки **когерентного** приема M ортогональных сигналов:

$$P_{e,ort} = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(x - q_b \sqrt{m})^2}{2}\right] \Phi^{M-1}(x) dx, \quad (29)$$

где $q_b = \sqrt{2E_b/N_0}$ – отношение сигнал-шум на бит, а $\Phi(x) = 1 - Q(x)$ – функция ошибок.

Квадрат расстояния для ортогональных и симплексных сигналов $2E$ и $2EM/(M-1)$ соответственно.

1.4.3 Выигрыш: обмен на полосу частот

Выигрыш от ортогонального кодирования G_a определяется сравнением квадратов минимумов расстояния при кодировании и без него. Так, в отсутствие кодирования $d_{\min,u}^2 = 4E_b$, где второй индекс обозначает отсутствие кодирования (uncoded), а при ортогональном кодировании $d_{\min,ort}^2 = 2mE_b$. Тогда

$$G_a = \frac{d_{\min,ort}^2}{d_{\min,u}^2} = \frac{m}{2}. \quad (30)$$

Выигрыш от ортогонального кодирования приобретает за счет расширения полосы, поскольку размерность сигнального пространства n_s , т.е. число ортогональных сигналов $M = n_s$, непосредственно определяется общим частотно-временным ресурсом $W_t T_t$ системы. Пусть необходимая скорость передачи в системе составляет R бит/с, что соответствует передаче $m = RT_t$ бит за выделенный интервал времени T_t . Ясно, что ортогональное кодирование битовых блоков такой длины может быть осуществлено с помощью $M = 2^m = 2^{RT_t}$ сигналов, обеспечивая асимптотический выигрыш от кодирования $G_a = m/2 = RT_t/2$. Тогда спектральная эффективность R/W_t системы, т.е. скорость, приходящаяся на 1 Гц полосы, использующей ортогональные сигналы, будет

$$\frac{R}{W_t} = \frac{RT_t}{2^{RT_t}} = \frac{2G_a}{2^{2G_a}}, \quad (31)$$

откуда следует ее значительное уменьшение (почти экспоненциальное) с ростом желаемого выигрыша от кодирования.

Удельные затраты полосы частот для ортогональных сигналов

$$W_t/R = W_t T_t = W_t T_t / \log_2 M = M / \log_2 M$$

1.5 Сверточные коды

1.5.1 Сверточный кодер

Схема сверточного кодирования представлена на рис. 2. Блок из m последовательных бит источника линейно преобразуется в $n > 1$ выходных двоичных кодовых символов в интервале, равном длительности одного бита источника. Следующий блок источника получается сдвигом окна из m бит на длительность одного бита и т.д.. При этом скорость кода оказывается равной $R_c = 1/n$.

Число бит источника, определяющих кодовые символы на одном шаге, называется *длиной кодового ограничения* (на рис.2 – это m).

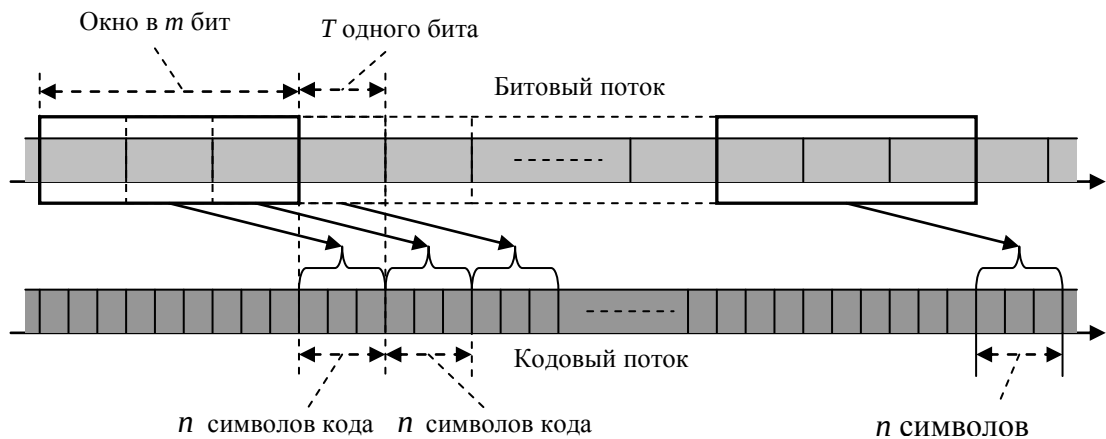


Рис. 2. Иллюстрация сверточного кодирования.

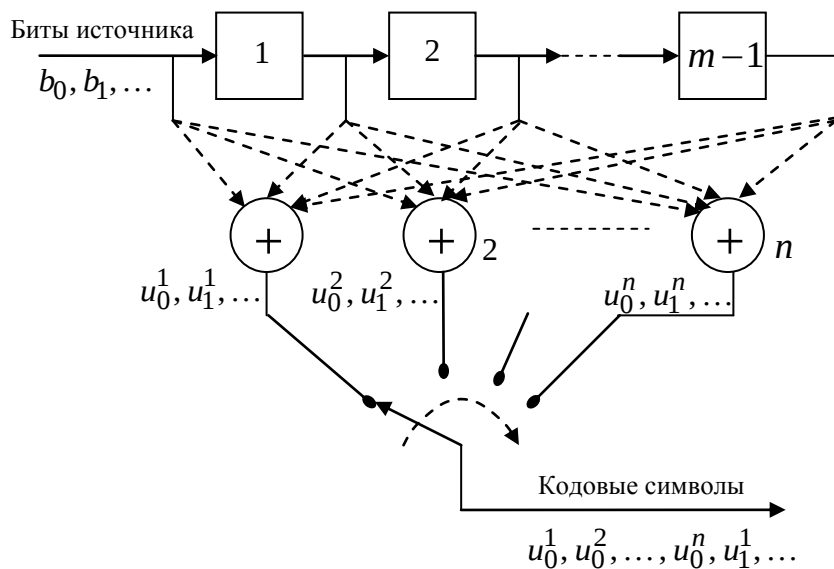


Рис. 3. Сверточный кодер.

Описанный выше принцип может быть реализован структурой, представленной на рис. 3, где регистр сдвига, состоящий из $m-1$ ячейки памяти, хранит $m-1$ предшествующих бит источника.

Вместе с поступающим битом они подаются в линейную логическую цепь, содержащую n сумматоров по модулю два. Выход каждой ячейки памяти и вход кодера может быть, а может и не быть (что объясняет обозначение связей пунктирной линией) соединены с каждым сумматором, причем схема соединений определяет конкретную зависимость выходных кодовых символов от m бит источника, т.е. правило кодирования.

При поступлении на вход текущего бита источника b_i на выходах сумматоров параллельно появляются n кодовых символов $u_i^1, u_i^2, \dots, u_i^n$. После каждого такта битовый образец в регистре смещается вправо на одну ячейку, подготавливая цепь к формированию следующих n кодовых символов. Выходной ключ в течение одного бита поочередно подключается к выходам n сумматоров и преобразует параллельную форму представления кодовых символов в последовательную, создавая выходной кодовый поток $u_0^1, u_0^2, \dots, u_0^n, u_1^1, u_1^2, \dots, u_1^n, \dots$ со скоростью $R = 1/n$.

Если на вход будет подана информационная последовательность из k бит, то на выходе кодера появится кодовая последовательность не из kn , а $(k+m-1)n$ символов, поскольку регистр сдвига обнулится только после $(m-1)$ дополнительного такта.

Поэтому реальная скорость сверточного кода будет определяться величиной

$$R = \frac{k}{(k+m-1)n}$$

Но, учитывая, что $k \gg 1$, а $m \ll k$, то $R = 1/n$.

Очевидно, что схема, содержащая регистр сдвига и отдельные сумматоры по модулю два вместе со всеми их соединениями, представляет собой ничто иное, как *фильтр с конечным импульсным откликом* (КИО), сигнал на выходе которого представляет собой свертку входного потока битов и импульсной характеристикой фильтра, что объясняет название рассматриваемых кодов.

Свертка, связывающая кодовый символ u_i^l (т.е. появляющийся на выходе l -го сумматора при поступлении b_i бита источника) с входным битовым потоком, определяется как

$$u_i^l = \sum_{t=0}^{m-1} b_{i-t} g_t^l, \quad i = 0, 1, \dots; \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad (32)$$

где $g_t^l = 1$, если l -й сумматор соединен с t -й ячейкой памяти ($t = 0$ соответствует входу кодера) и $g_t^l = 0$ в противном случае; $b_i = 0$ при $i < 0$. В частотной области подходящим инструментом для описания дискретных систем является z -преобразование. В z -области свертке соответствует произведение z -преобразований, так что соотношение (32) может быть представлено эквивалентной формой

$$u^l(z) = \sum_{i=0}^{\infty} u_i^l z^i = b(z) g_l(z), \quad l = 1, 2, \dots, n, \quad (33)$$

где $b(z) = \sum_{i=0}^{\infty} b_i z^i$ – z -преобразование входного потока бит, а

$$g_l(z) = g_0^l + g_1^l z + \dots + g_{m-1}^l z^{m-1}, \quad l = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

– передаточная функция l -го КИО-фильтра (т.е. формирующая l -й кодовый символ), называемая также l -м *порождающим полиномом* сверточного кода. Множество из n порождающих полиномов полностью определяет сверточный код, поскольку их ненулевые коэффициенты конкретизируют соединения сумматоров с регистром сдвига.

Из приведенного выше описания формирования сверточного кода следует, что такие коды являются *линейными*.

1.5.2 Решетчатая диаграмма, свободное расстояние и асимптотический выигрыш от кодирования

Регистр сдвига сверточного кодера обладает 2^{m-1} возможными состояниями и имеет только два состояния, в которые он может перейти из текущего состояния после очередного такта. Именно значение входного бита источника b_i определяет выбор одного из двух возможных переходов. Если на i -м тактовом интервале состояние регистра определяется, как $(b_{i-1}, b_{i-2}, \dots, b_{i-m+1})$, то следующее состояние будет либо $(0, b_{i-1}, \dots, b_{i-m+2})$ при поступлении на вход бита источника $b_i = 0$, либо $(1, b_{i-1}, \dots, b_{i-m+2})$, если $b_i = 1$. Аналогично, регистр приходит в состояние $(b_i, b_{i-1}, \dots, b_{i-m+1})$, если его предыдущее состояние было либо $(b_{i-1}, b_{i-2}, \dots, b_{i-m+2}, 0)$, либо $(b_{i-1}, b_{i-2}, \dots, b_{i-m+2}, 1)$. Для схематического изображения всех деталей поведения регистра адекватным инструментом служит *решетка* (*trellis*). Она включает две колонки из 2^{m-1} узлов, причем левая колонка отвечает текущему

состоянию регистра, а правая – следующему. Ребра (стрелки) выходят из каждого узла левой колонки и входят в некоторые два узла следующей, причем сплошные и пунктирные ребра показывают пути, соответствующие приходу бита нуля или единицы соответственно. Аналогично, в каждый узел правой колонки входят два ребра, отмеченные или сплошной (нулевой входной бит), или пунктирной (входной бит равен единице) линиями. Каждое ребро помечено n -разрядным блоком, который представляет собой группу из n кодовых символов, выдаваемых кодером в момент, когда входной бит источника переводит его из одного состояния в другое.

Пример

Пусть имеется сверточный кодер, представленный на рис. 4.

Он характеризуется порождающими полиномами $g_1(z) = 1 + z + z^2$ и $g_2(z) = 1 + z^2$.

Двухразрядный регистр сдвига может находиться в одном из четырех возможных состоя-

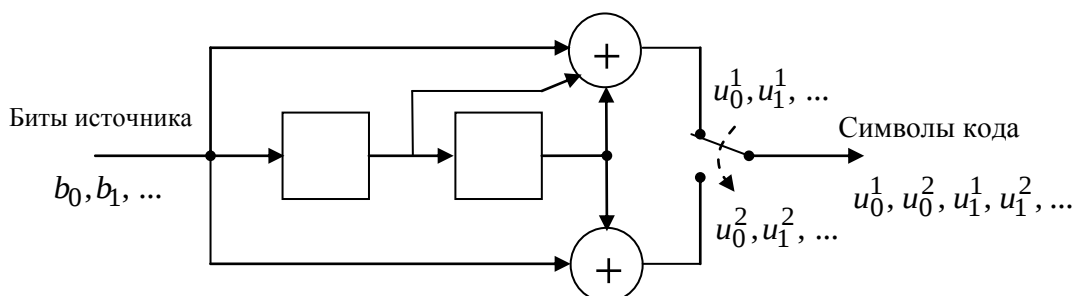


Рис. 4. Сверточный кодер со скоростью 1/2.

ниях: (00), (10), (11) и (01), причем запись состояния ведется с левой ячейки памяти. На рис. 5 приведена решетка, построенная согласно выше приведенному описанию. Например, ребро из состояния (10) в (01) отмечено сплошной линией, а в состояние (11) – пунктирной. Ребро, идущее из состояния (11) в (01), помечено кодовыми символами 01, поскольку при единицах в обеих ячейках и нулевым битом на входе верхний сумматор на рис. 4 вырабатывает нулевой выходной сигнал, а нижний выдает единицу и т.п.

В течение интервала каждого такта состояние кодера изменяется согласно движению вдоль какого-то ребра решетки, одновременно выдавая на выход кодовые символы, кото-

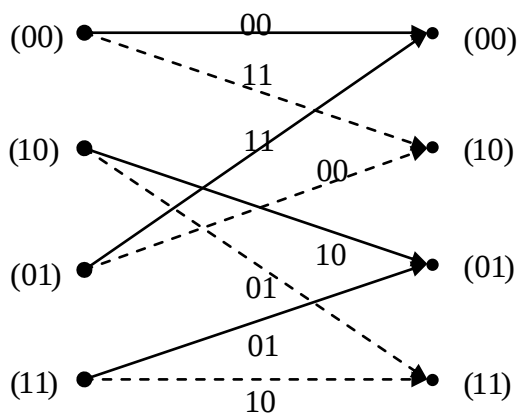


Рис. 5. Решетка кодера на рис. 4.

рыми помечено данное ребро.

направляет кодер из узла (00) в узел (10), выдавая выходные кодовые символы 11. Второй бит, равный нулю, переводит кодер из узла (10) в (01), генерируя кодовые символы 10. Третий бит изменяет состояние кодера с (01) на (10), выдавая на выход кодовые символы 00 и т.д. Жирной чертой выделен результирующий путь, отвечающий кодовому слову 1110001011111011.

бых $\left[\frac{d_f - 1}{2} \right]$ ошибок в символах, однако, как правило, исправляются также и многие образцы с большим числом ошибок.

15

$d_{\min, u}^2 = 4E_b$, определяя асимптотический выигрыш от кодирования сверточным кодом, как

$$G_a = \frac{d_{\min, cc}^2}{d_{\min, u}^2} = \frac{d_f E_s}{E_b} = d_f R_c,$$

где R_c – скорость кода, измеренная в бит/символ. Для кода из вышеприведенного примера $R_c = 1/2$, $d_f = 5$, так что $G_a = 2.5$ или около 4 дБ.

Среди причин широкой популярности сверточных кодов особую роль играет существование эффективного алгоритма декодирования, а именно алгоритма декодирования Витерби. Этот алгоритм подробно рассмотрен в [6], поэтому здесь его описание отсутствует.

1.6 Широкополосные сигналы в системах связи

Терминология

SS – spread spectrum (расширенный спектр);

DS – direct sequencing – метод прямой последовательности

DS/SS – расширение спектра методом прямой последовательности

FH – frequency hopping – скачкообразная перестройка частоты

W , W_j – полосы сигнала и помехи;

J – мощность помехи (jammer – постановщик помех);

$J'_0 = J/W_j$ – спектральная плотность мощности помехи;

$J_0 = J/W$ – спектральная плотность мощности приведенного шума постановщика помех;

R – скорость передачи информационного сигнала;

$G_p = W/R$ – коэффициент расширения спектра сигнала;

$g(t)$ – расширяющий сигнал.

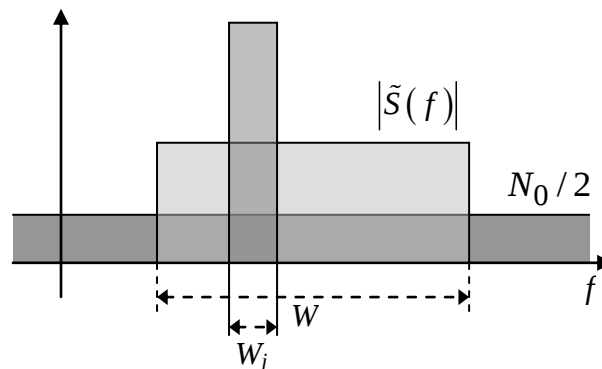


Рис. 7. Спектр сигнала, помехи и фонового АБГШ.

Детерминированный сигнал, для которого произведение длительности на полосу частот $B = WT \gg 1$ и полосой которого можно управлять независимо от длительности, называется сигналом с *расширенным спектром* или *широкополосным* (ШПС). Система, использующая сигналы с расширенным спектром, является широкополосной.

Величина B , называемая *базой сигнала*, определяет важнейшие характеристики радиотехнических систем. Типичный случай наблюдения широкополосного сигнала на фоне АБГШ и узкополосной помехи представлен на рис. 7.

Помеха, трактуемая как случайный процесс, проходит на выход фильтра без изменения своей мощности J , тогда как отфильтрованное значение мощности шума составит N_0W . С другой стороны, фильтр согласован с сигналом и, значит, когерентно суммирует все гармонические составляющие сигнала, обеспечивая максимальное значение амплитуды на выходе $A_{out} = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{S}(f)| df = 2W\tilde{S}$, где учтена равномерность спектра в полосе сигнала W , а удвоение обусловлено вкладом «отрицательных» частот. При аналогичных обозначениях энергия сигнала вычисляется с помощью теоремы Парсеваля как $E = \int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{S}(f)|^2 df = 2W\tilde{S}^2$. В итоге имеем

$$q_j^2 = \frac{A_{out}^2}{J + N_0W} = \frac{4W^2\tilde{S}^2}{J + N_0W} = \frac{2E}{N_0 + J/W} \quad (35)$$

Из последнего равенства можно увидеть, что, несмотря на конкретное значение полосы помехи W_j , отношение сигнал/помеха (SIR) на выходе согласованного фильтра ведет себя так, как если бы мощность помехи была равномерно распределена в полосе W сигнала (не помехи), образуя дополнительный «АБГШ» со спектральной плотностью J/W .

Если использовать вариант режекции превосходящей АБГШ узкополосной помехи, наблюдается полное отсутствие помехи, но заодно вырезаются и частотные компоненты сигнала в пределах полосы помехи, точно также как и шум. Модель спектра может трактоваться, как образец, в котором исходный сигнал занимал бы только часть полосы W , свободную от помех, и обладал энергией, равной $E(1 - W_j/W)$. Тогда согласованный фильтр, очищая этот остаточный сигнал от АБГШ, обеспечивал бы выходное отношение мощностей сигнала и шума в виде (индекс « J » отвечает помехе)

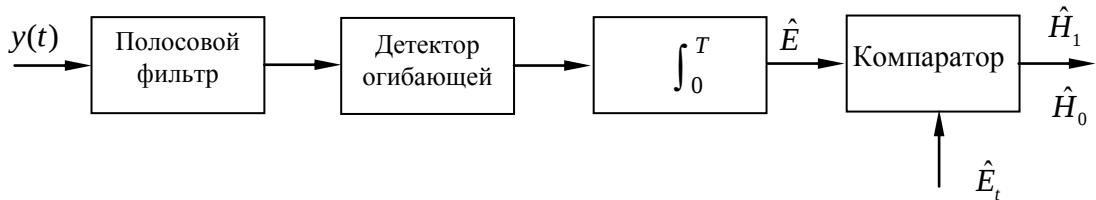


Рис. 8. Энергетический детектор.

$$q_J^2 = \frac{2E(1 - W_j/W)}{N_0} = q^2(1 - W_j/W), \quad (36)$$

Рассмотрим процесс соревнования между системой связи с ШПС и приемником условного противника, пытающегося обнаружить факт работы системы связи. Поскольку параметры сигнала противной стороне неизвестны, ей приходится рассматривать перехватываемый сигнал как случайный и основывать его обнаружение только на факте появления избытка энергии в подозрительном участке частотного диапазона, т.е. использовать *энергетический приемник*, или *радиометр* (рис. 8).

С точки зрения перехватчика указанием на присутствие сигнала служит избыточная (сигнальная) спектральная плотность мощности $N_s/2 = P/2W$, дополнительная к спектральной плотности мощности теплового шума $N_0/2$. В отсутствии сигнала случайный процесс на выходе полосового фильтра радиометра характеризуется мощностью $\sigma_n^2 = N_0W_i$, а при его наличии – $\sigma_n^2 + \sigma_s^2 = (N_s + N_0)W_i = (P/W + N_0)W_i$.

С точки зрения перехватчика максимально возможная полоса фильтра, т.е. равная полосе

сигнала ($W_i = W$), является оптимальной, обеспечивая наибольшее отношение сигнал-шум

$$q_i = \frac{P\sqrt{T}}{\sqrt{W}N_0} = \frac{q^2}{2\sqrt{WT}}, \quad (37)$$

где $q^2 = 2E/N_0 = 2PT/N_0$, как и ранее, отношение сигнал-шум на выходе согласованного фильтра приемника скрытной системы.

Полезные формулы

$$E_b = ST_b = S/R.$$

S – мощность полученного сигнала, T_b – время передачи бита, R – скорость (бит/с).

$$\left(\frac{E_b}{J_0}\right)_r = \left(\frac{S/R}{J/W}\right)_r = \frac{W/R}{(J/S)_r} = \frac{G_p}{(J/S)_r}, \quad (r - required - \text{требуемое})$$

Энергетический резерв против преднамеренных помех:

$$M_{AJ}(\ddot{a}\dot{A}) = \left(\frac{E_b}{J_0}\right)_r (\ddot{a}\dot{A}) - \left(\frac{E_b}{J_0}\right)_r (\ddot{a}\dot{A}), \text{ или}$$

$$M_{AJ}(\ddot{a}\dot{A}) = \frac{G_p}{(J/S)_{input}} (\ddot{a}\dot{A}) - \frac{G_p}{(J/S)_r} (\ddot{a}\dot{A}) = \left(\frac{J}{S}\right)_r (\ddot{a}\dot{A}) - \left(\frac{J}{S}\right)_{input} (\ddot{a}\dot{A}).$$

Здесь индекс *input* определяет входной (принятый) сигнал

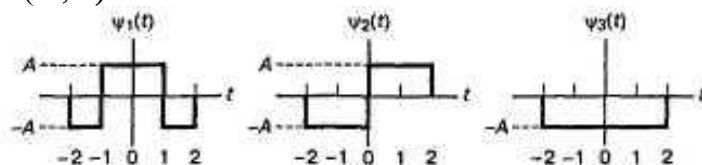
Степень *невосприимчивости* системы связи к помехам определяет отношение:

$$\left(\frac{J}{S}\right)_r = \frac{G_p}{(E_b/J_0)_r}$$

Задачи

2 Общие сведения о цифровых системах передачи информации

- 2.1 Объяснить разницу между технической и информационной скоростью передачи. В каких случаях техническая скорость может быть больше информационной, а в каких меньше?
- 2.2 Показать, что минимум удельных затрат энергии в идеальном гауссовском канале связи определяется величиной $\ln 2$.
- 2.3 Почему при передаче информации нельзя добиться одновременного уменьшения удельных затрат энергии и полосы?
- 2.4 Какой код называют первичным? Какой максимальной избыточностью может обладать такой код?
- 2.5 Необходимо передать слово "HOW" с использованием восьмеричной системы.
- а) закодируйте слово "HOW" в последовательность битов, используя 7-битовый код ASCII, причем с целью выявления ошибок каждый знак дополняется восьмым битом. Значение этого бита выбирается так, чтобы число единиц во всех 8 битах было четным. Сколько всего битов содержит сообщение?
 - б) Разделите поток битов на 3-битовые сегменты. Представьте каждый из 3-битовых сегментов восьмеричным числом. Сколько восьмеричных символов имеется в сообщении?
 - в) Если бы в системе использовалась 16-уровневая модуляция, сколько символов понадобилось бы для представления слова "HOW"?
 - г) Если бы в системе применялась 256-уровневая модуляция, сколько символов понадобилось бы для представления этого слова?
- 2.6 Нужно передавать данные со скоростью 800 знаков/с, причем каждый символ представляется соответствующим 7-битовым кодовым словом ASCII, за которым следует восьмой бит выявления ошибок, как в задаче 2.1. Используется многоуровневая ($M=16$) кодировка PAM.
- а) Чему равна эффективная скорость передачи битов?
- б) Чему равна скорость передачи символов?
- 2.7 Определите, являются ли сигналы $s_1(t)$ и $s_2(t)$ ортогональными на интервале $(-1,5T_2 < t < 1,5T_2)$, где $s_1(t) = \cos(2\pi f_1 t + \phi_1)$; $s_2(t) = \cos(2\pi f_2 t + \phi_2)$, $f_2 = 1/T_2$, в следующих случаях.
- а) $f_1 = f_2$ и $\phi_1 = \phi_2$
- б) $f_1 = 1/3 f_2$ и $(\phi_1 = \phi_2)$
- в) $f_1 = 2 f_2$ и $\phi_1 = \phi_2$
- г) $f_1 = \pi f_2$ и $\phi_1 = \phi_2$
- д) $f_1 = f_2$ и $\phi_1 = \phi_2 + \pi/2$
- е) $f_1 = f_2$ и $\phi_1 = \phi_2 + \pi$
- 2.8 а) Покажите, что три функции, приведенные на рисунке, попарно ортогональны на интервале $(-2, 2)$.



- б) Определите значение константы A , преобразующей набор функций из п. а) в набор ортонормированных функций.

в) Выразите сигнал $x(t)$ через ортонормированные функции, полученные при выполнении п. б).

$$x(t) = \begin{cases} 1 & \text{äëÿ } 0 \leq t \leq 2 \\ 0 & \text{äëÿ } t > 2 \end{cases}$$

2.9 Даны следующие функции:

$$\psi_1(t) = \exp(-|t|) \text{ è } \psi_2(t) = 1 - A \exp(-2|t|).$$

Определите константу A , при которой функции $\psi_1(t)$ и $\psi_2(t)$ ортогональны на интервале $(-\infty, \infty)$.

3 Сигналы, модуляция

3.1 Даны три сигнала (рис. 3.1). Во сколько раз максимальное расстояние в данном ансамбле больше минимального?

3.2 Наблюдение $y(t)$ на выходе гауссовского канала имеет вид, представленный на рис. 3.2, а сигналы на входе – на рис. 3.1.

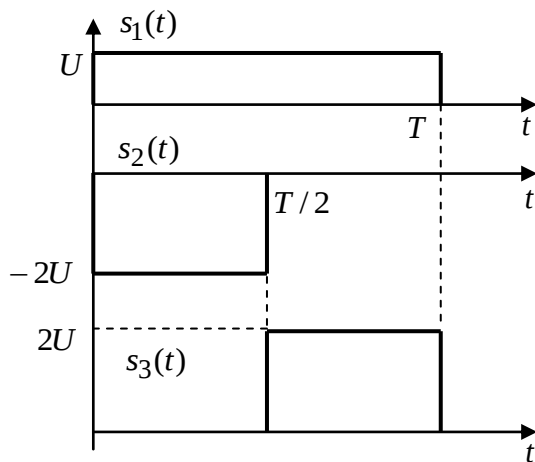


Рис.3.1.

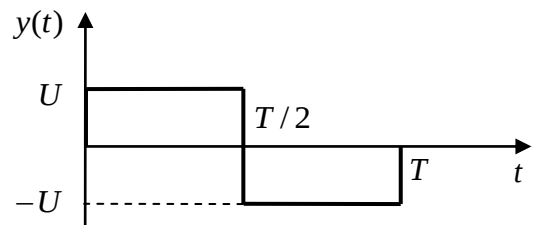


Рис. 3.2.

Каким будет решение оптимального приемника?

Указание. Сравнить корреляции между наблюдением и сигналами.

3.3 Источник генерирует данные со скоростью $R = 10$ кбит/сек. Каждый бит передается по гауссовскому каналу бинарной ФМ. Доступна полоса вплоть до $W = 10$ МГц. Разумно ли использовать сигналы с полосой 10 МГц?

3.4 Какие сигналы с бинарной ФМ предпочтительнее для передачи по гауссовскому каналу:

- а) прямоугольные импульсы с пиковой мощностью 1000 Вт и полосой 100 кГц;
- б) прямоугольные импульсы такой же длительности с пиковой мощностью 900 Вт и полосой 10 МГц?

3.5 Вычислить энергетические потери для пар сигналов, используемых для бинарной передачи данных по гауссовскому каналу (см. рис.3.3), по отношению к оптимальной паре.

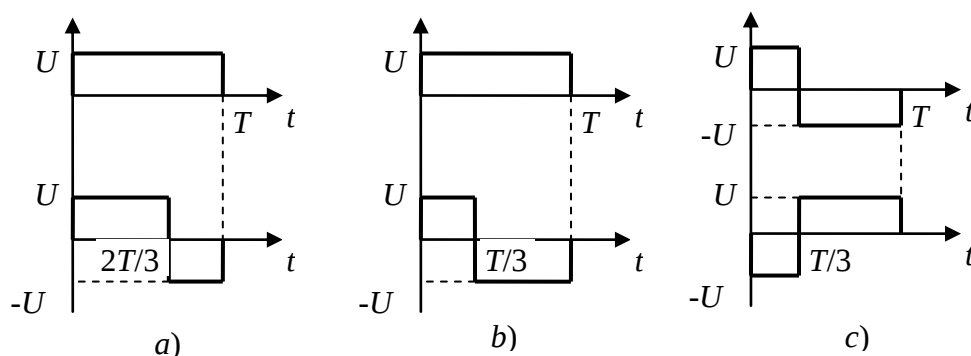


Рис. 3.3.

- 3.6 При относительной бинарной фазовой манипуляции (ОБФМ) значение бита передается с чередованием или без полярности двух последовательных импульсов: импульсы одинаковой полярности соответствуют нулю, а различной – единице. Сравнить в первом приближении ОБФМ и ФМ по уровню потребляемой энергии (основываясь только на минимуме расстояния) и ширине занимаемой полосы при условии равенства скоростей.
- 3.7 При квадратурной ФМ (КФМ, ФМ-4) два бита (4 сообщения) передаются четырьмя сигналами с начальными фазами: $0, \pi, \pm \pi/2$. Является ли данный вариант оптимальным для передачи двух битов? Если нет, укажите наилучший способ и оцените его асимптотический выигрыш по сравнению с ФМ-4.
- 3.8 Можно ли построить 10 эквидистантных сигналов, для которых коэффициент корреляции между двумя любыми был бы равным $-1/7$? Каково максимально возможное число сигналов с указанным коэффициентом корреляции?
- 3.9 Найдите и постройте зависимость от M энергетических потерь (в децибелах) множества M ортогональных сигналов по сравнению с множеством M оптимальных сигналов для гауссовского канала. Определите значение потерь в асимптотике при увеличении M .
- 3.10 Асимптотический энергетический выигрыш при ортогональном кодировании в сравнении с не кодированной передачей для случая $M = 2$ стремится к 0,5 или -3 дБ, т.е. является отрицательным, демонстрируя потери, а не выигрыш. Как это можно объяснить физически?
- 3.11 Асимптотический энергетический выигрыш при ортогональном кодировании в сравнении с не кодированной передачей для случая $M = 4$ стремится к 1 или 0 дБ, т.е. отсутствует совсем. Дать физическое объяснение результату.
- 3.12 Сообщения $M = 8$ передаются с использованием ФМ-8, т.е. идентичными радиоимпульсами с 8-ю различными эквидистантными начальными фазами. Является ли этот вариант передачи 8 сообщений по гауссовскому каналу наилучшим при отсутствии ограничений на ширину полосы? Если нет, то каковы энергетические потери варианта с ФМ-8 по сравнению с оптимальным множеством из M сигналов?
- 3.13 Сравните асимптотическую (на основании минимума расстояния) эффективность M -ичной ФМ по отношению к ортогональному кодированию по энергетическим затратам (при заданной вероятности ошибки) и занимаемой полосе.
- 3.14 В обратном канале сотовой системы радиосвязи стандарта IS-95 осуществляется ортогональное кодирование блоками из 6-ти бит. Скорость передачи составляет 28.8 кбит/сек. Оценить величину полосы, занимаемую кодированными сигналами.

- 3.15 Некоторая система цифровой связи занимает полосу $W = 1.2288$ МГц. Какое максимальное число M ортогональных сигналов может быть использовано для передачи данных со скоростью 38.4 кбит/сек?
- 3.16 В некоторой системе осуществляется передача данных по гауссовскому каналу со скоростью 10 кбит/сек. Проектировщик системы планирует обеспечить энергетический выигрыш в 6 дБ по сравнению с передачей без кодирования. Достижима ли эта цель на основе ортогонального кодирования, если допустимой считается полоса в 320 КГц?
- 3.17 Некоторой системе отведена полоса, равная 10.24 МГц, при необходимой скорости передачи в 100 кбит/сек. Какой величины может достичь в этой системе потенциальный асимптотический выигрыш от кодирования?
- 3.18 По гауссовскому каналу необходимо передавать данные со скоростью 100 кбит/сек на несущей в 2 ГГц. Реалистично ли рассчитывать на энергетический выигрыш $G = 10$ дБ при использовании ортогональных сигналов?
- 3.19 Покажите, что коэффициент взаимной корреляции простых сигналов с ФМ $s_1(t) = S_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_1)$; $s_2(t) = S_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_2)$, $0 \leq t \leq \tau_0$ определяется формулой $\rho = \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$.
- 3.20 Изобразите сигнальные точки созвездия 4-АМ. Выразите минимальное расстояние между сигналами через их среднюю энергию.
- 3.21 Изобразите сигнальные точки созвездия 16-КАМ. Выразите минимальное расстояние между сигналами через их среднюю энергию.
- 3.22 Изобразите сигнальные точки созвездия 8-ФМ. Выразите минимальное расстояние между сигналами через энергию отдельного сигнала.
- 3.23 Рассмотрите эквивалентный низкочастотный модулирующий сигнал в виде
$$u(t) = \sum_n [a_n g(t - 2nT) - j b_n (t - 2nT - T)]$$

где $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ — две последовательности статистически независимых двоичных символов, а $g(t)$ — синусоидальный импульс, который определяется так:

$$g(t) = \begin{cases} \sin\left(\frac{\pi t}{2T}\right) & (0 < t < 2T), \\ 0 & \text{всюду остальное } t \end{cases}$$

Этот вид сигнала рассматривается как четырёхфазовая ФМ, причём огибающая импульса $g(t)$ составляет полпериода синусоиды. Каждая из информационных последовательностей $\{a_n\}$ и $\{b_n\}$ передаётся со скоростью $1/2T$ бит/с, и, следовательно, общая скорость передачи равна $1/T$. Две последовательности синхронизированы во времени для передачи с задержкой на интервале T . Как следствие, сигнал $u(t)$ назван сигналом четырёхфазовой ФМ со сдвигом.

- Докажите, что огибающая $|u(t)|$ — константа, независимо от информационных символов a_n в синфазной компоненте и информационных символов b_n в квадратурной компоненте. Другими словами, амплитуда несущей, используемая для передачи, постоянна.
- Определите спектральную плотность мощности сигнала $u(t)$.
- Сравните спектральную плотность мощности, полученную в (b), со спектральной плотностью мощности сигнала ММС (МЧМ). Какое заключение Вы можете сделать из этих сравнений?

- 3.24 Рассмотрите сигнал четырёхуровневой ФМ, представленной низкочастотным эквивалентом

$$u(t) = \sum_n [I_n g(t - 2nT)],$$

где I_n принимает одно из четырех возможных значений $\sqrt{\frac{1}{2}}(\pm 1 \pm j)$ с равной вероятностью. Последовательность информационных символов $\{I_n\}$ статистически независима.

а) Определите и нарисуйте спектральную плотность мощности $u(t)$, когда

$$g(t) = \begin{cases} A & (0 \leq t \leq T), \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

б) Повторите (а), когда

$$g(t) = \begin{cases} A \sin(\pi t / 2T) & (0 \leq t < T), \\ 0 & \text{в остальных случаях.} \end{cases}$$

4 Оптимальный прием двоичных сигналов в каналах с постоянными параметрами

- 4.1 Покажите, что структура оптимального приемника не изменяется, если образец сигнала, подаваемого на коррелятор, усилить в K_0 раз.
- 4.2 Определите структуру оптимального приемника сигналов с активной паузой для следующих условий: а) $E_1 \neq E_2$, $p(s_1) = p(s_2)$; б) $E_1 = E_2$, $p(s_1) \neq p(s_2)$.
- 4.3 Получите формулы для вероятности ошибки в случае приема на оптимальные приемники сигналов с активной паузой для следующих условий:
а) $E_1 \neq E_2$, $p(s_1) = p(s_2)$; б) $E_1 = E_2$, $p(s_1) \neq p(s_2)$.
- 4.4 Найдите выражение для коэффициента взаимной корреляции простых сигналов с частотной манипуляцией
 $s_1(t) = S_0 \sin(\omega_1 t + \varphi_1)$; $s_2(t) = S_0 \sin(\omega_2 t + \varphi_2)$, $0 \leq t \leq \tau_0$.
Определите условия, при которых помехоустойчивость оптимального приемника таких сигналов достигает максимального значения.
- 4.5 Объясните, почему при некогерентном приеме простых БАМ сигналов вероятность ошибки в основном определяется вероятностью ложного приема посылки? При каких условиях это утверждение станет неверным?
- 4.6 Зачем в приемнике БАМ сигналов необходимо иметь АРУ? Почему такая регулировка не требуется в приемниках БЧМ и БФМ сигналов?
- 4.7 Предположим, что используется некоторая система цифровой связи; сигнальные компоненты вне приемника-коррелятора с равной вероятностью принимают значения $s_i(T) = +1$ или -1 В. Определите вероятность появления ошибочного бита, если гауссов шум на выходе коррелятора имеет единичную дисперсию.
- 4.8 Биполярный двоичный сигнал $s_i(t)$ — это импульс $+1$ или -1 В на интервале $(0, T)$. К сигналу добавляется аддитивный белый гауссов шум с двусторонней спектральной плотностью мощности 10^{-3} Вт/Гц. Если детектирование принятого сигнала производится с помощью согласованного фильтра, определите максимальную скорость передачи битов, которую можно поддерживать при вероятности появления ошибочного бита $P_b \leq 10^{-3}$.

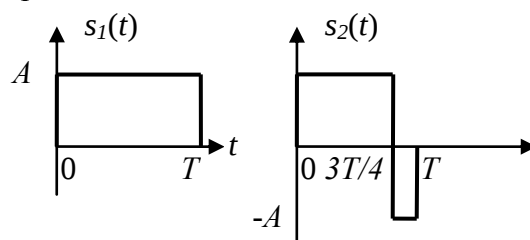
4.9 PCM-кодированный аналоговый сигнал передается с использованием двоичных сигналов через канал с полосой 100 кГц. Предполагается, что используются 32 уровня квантования и что полная эквивалентная передаточная функция — приподнятый косинус с выравниванием $r = 0,6$.

- Найдите максимальную скорость передачи битов, которую может поддерживать система без межсимвольной интерференции.
- Найдите максимальную ширину исходного аналогового сигнала, возможную при приведенных параметрах.
- Повторите п.п. а и б для 8-уровневой кодировки PAM.

4.10 Равновероятные двоичные импульсы в кодировке RZ когерентно детектируются в гауссовом канале с $N_0 = 10^{-13}$ Вт/Гц. Предполагается, что синхронизация идеальна, амплитуда принятых импульсов равна 100 мВ и вероятность ошибки $P_E = 10^{-3}$; найдите наибольшую скорость передачи данных, возможную в описанной системе.

4.11 Два эквивалентных низкочастотных сигнала, показанных на рисунке, используются для передачи двоичной информационной последовательности. Передаваемые с одинаковой вероятностью сигналы подвергается воздействию АБГШ с односторонней спектральной плотностью N_0 .

- Какова энергия передаваемого сигнала?
- Какова вероятность ошибки на бит, если в приёмнике используется когерентное детектирование?



4.12 Поток битов
101010111101010100001111

передается с использованием модуляции DPSK (ОФМ). Покажите четыре различные дифференциально-кодированные последовательности, которые могут представлять данное сообщение, и объясните алгоритм генерации каждой из них

5 Прием двоичных сигналов в каналах со случайными параметрами

5.1 Объясните, почему время многолучевого растяжения зависит от диаграмм направленности передающей и приемной антенн и протяженности линии связи. Нарисуйте примерный вид этой зависимости от указанных факторов.

5.2 Линия связи использует многолучевой канал с максимальной разностью хода лучей $\Delta R_{\max} = 100$ м; скорость движения неоднородностей $U_{\text{отр}} = 3$ м/с. Какую скорость передачи можно обеспечить по такой линии связи, если применять простые двоичные сигналы?

5.3 Почему применение АРУ при одиночном приеме флуктуирующего сигнала не уменьшает среднюю вероятность ошибки приема?

5.4 Показать, что при некогерентном приеме бинарных ОФМ сигналов скорость передачи в релейском канале уменьшается по сравнению с гауссовским в соответствии с выражением

$$R_p/R_g = h^2 / \exp(h^2),$$

где h^2 — необходимое отношение сигнал/шум в гауссовском канале, при котором обеспечивается заданная вероятность ошибки.

Указание. При сравнении скоростей передач необходимо полагать вероятность ошибок в обоих случаях одинаковой и достаточно малой ($P_{\text{ош}} \ll 1$).

- 5.5 Покажите, что при оптимальном линейном объединении ветвей огибающая результирующего колебания пропорциональна сумме квадратов огибающих копий в отдельных ветвях.
- 5.6 Во сколько раз нужно увеличить мощность сигнала, чтобы при оптимальном линейном объединении ветвей двукратное разнесение стало эквивалентно по вероятности ошибки трехкратному?
- 5.7 Система сохраняет работоспособность, если принятое отношение сигнал-шум по напряжению уменьшается не более чем в 4 раза ниже среднего предсказанного уровня. Определить вероятность выхода системы из строя вследствие крупномасштабного замирания со стандартным отклонением по мощности в 9 дБ.
- 5.8 Имеются два пути распространения: по прямой линии (ЛВ) и через отражатель, расположенный в 3-х км от ЛВ и равноудаленный от передатчика и приемника. Определить период в метрах и временной интервал между последовательными провалами в мощности в установившемся колебании на входе приемника, расположенном на расстоянии 12 км от передатчика и движущегося с постоянной скоростью 60 км/час, при длине волны 30 см.
- 5.9 Возможно ли применение бинарной ФМ в канале с быстрыми многолучевыми релеевскими замираниями? Какой способ бинарной передачи приемлем в этом случае?
- 5.10 Сигнал системы занимает полосу в 60 КГц. Распределение задержки в канале составляет 20 мкс. Общая полоса не превышает 300 КГц. Сколько частотных ветвей разнесения может быть организовано при этих данных?
- 5.11 Имеются четыре пути распространения с длинами в 5 км, 5.4 км, 5.55 км и 6 км. В системе данные передаются со скоростью $R = 20$ кбит/с. Приблизительно оценить полосу сигнала и выигрыш от обработки, необходимые для организации 4-х зубчатого RAKE приемника.
- 5.12 Минимальная разность в длине путей распространения в канале составляет 300 м. Задержка распространения в канале лежит в пределах 10 мкс. В системе осуществляется передача данных с использованием QPSK со скоростью 20 кбит/с. Какова необходимая полоса и выигрыш от обработки сигнала для организации RAKE приемника с максимально возможным числом зубцов?
- 5.13 С выхода релеевского канала RAKE приемник разделяет результирующий сигнал на n_d сигналов равной энергии без замираний для применения комбинирования с максимальным отношением. Насколько среднее отношение сигнал-шум по мощности на выходе устройства комбинирования отличается от варианта, когда RAKE алгоритм не применяется? Как объяснить выигрыш в энергии от использования RAKE метода в свете данного ответа?
- 5.14 Для устранения эффектов многолучевого распространения используется система DS/SS (direct-sequence spread-spectrum). Разница пути распространения между прямым и другими лучами составляет 100 м. Какой должна быть скорость передачи элементарных символов (чипов) для предотвращения многолучевой интерференции?

6 Прием многопозиционных сигналов

- 6.1 Сравните необходимое отношение мощности сигнала к мощности шума в многопозиционной системе с ФМ с соответствующим отношением в идеальной по Шеннону системе. Принять $M = 8$, вероятность ошибки символа в системе с ФМ с оптимальным приемом $p_{ош} = 10^{-5}$.
- 6.2 В чем проявится различие между сложными сигналами, имеющими различные длительности и ширину спектра, но одинаковую базу? В чем проявится сходство?

6.3 Построить автокорреляционные функции последовательностей

010110100101011

011001010110101.

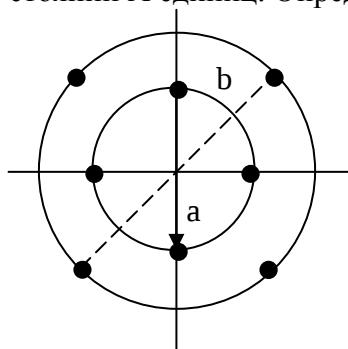
Найти взаимокорреляционную функцию этих последовательностей. Чему равен коэффициент корреляции между последовательностями при отсутствии сдвига между ними?

6.4 Определить, какому приблизительно числу ветвей разнесенного приема соответствует система «Рейк», если при базе 220 она обеспечивала передачу двоичной информации с вероятностью ошибки $p_{ош} \leq 10^{-6}$, а при уменьшении базы до 50 вероятность ошибки возросла до 10^{-2} . Прием в обоих случаях считать оптимальным, канал – релейским.

6.5 Рассмотрим систему ортогональной модуляции MFSK (МЧМ) с $M = 8$; при равновероятных сигналах $s_i(t) = A \cos 2\pi f_i t$, $i=1, \dots, M$, $0 < t < T$, где $T = 0,2$ мс. Амплитуда несущей, A , равна 1 мВ, а двусторонняя спектральная плотность шума AWGN $N_0/2$ равна 10^{-11} Вт/Гц. Вычислите вероятность битовой ошибки, P_E .

6.6 Рассмотрите восьмиточечное сигнальное созвездие, представленное на рисунке.

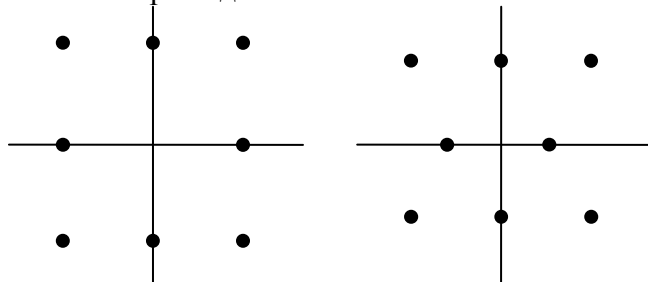
а) Ближайшие соседние точки в сигнальном созвездии 8-КАМ находятся на расстоянии A единиц. Определите радиусы a и b внутренней и внешней окружностей.



8-КАМ

6.7

1. Рассмотрите два 8-точечных сигнальных созвездия КАМ, показанных на рисунке.



(а)

(б)

Минимальное расстояние между соседними точками равно $2A$. Определите среднюю передаваемую мощность для каждого созвездия, предполагая, что сигнальные точки равновероятны. Какое созвездие эффективнее по мощности?

7 Сверточные коды

7.1 Найдите результат следующих действий над двоичными полиномами:

$$f(z) = (z^3 + z^2 + 1)(z^4 + 1) - (z^2 + 1)^2(z^3 - 1) + z^6 + z^2$$

7.2 Раскройте скобки в двоичном полиноме $(z^2 + 1)^{2^i}$, где i – целое положительное число.

- 7.3 Порождающими полиномами сверточного кода являются $g_1(z)=1$, $g_2(z)=1+z$. Какова скорость и длина кодового ограничения порождаемого ими кода? Изобразить схему кодера, нарисовать решетчатую диаграмму и определить свободное расстояние кода.
- 7.4 Порождающими полиномами сверточного кода являются $g_1(z)=1+z+z^2$, $g_2(z)=1+z+z^2$, $g_3(z)=1+z^2$. Какова скорость и длина кодового ограничения порождаемого ими кода? Изобразить схему кодера, нарисовать решетчатую диаграмму и определить свободное расстояние кода.
- 7.5 Одним из двух порождающих полиномов сверточного кода является $g_1(z)=1+z+z^2$. Какой из полиномов $g_2(z)=1$, $g_2(z)=1+z$ или $g_2(z)=1+z^2$ лучше в качестве второго порождающего полинома для получения наибольшего выигрыша от кодирования? Чему равен максимальный выигрыш от кодирования? Какого типа выводы следуют из этой задачи при сравнении систематического и не-систематического кода?
- 7.6 Порождающими полиномами сверточного кода являются $g_1(z)=1+z+z^2$ и $g_2(z)=1+z^3$. Закодировать битовый поток 110110110110110... и объяснить, почему этот код принадлежит классу так называемых *катастрофических* кодов, которые не рекомендуется к практическому использованию?
- 7.7 Декодировать максимально возможное число бит при условии приема наблюдения 100101100011000 и порождающих полиномов сверточного кода $g_1(z)=1$, $g_2(z)=1+z$ и $g_3(z)=1+z$.
- 7.8 Декодировать наблюдение 111111100000001111, если известно, что в качестве порождающих полиномов сверточного кода используются полиномы задачи 7.4, а после кодирования четырех бит данных кодер принудительно устанавливается в нулевое состояние хвостовыми битами. Насколько далеко расположено декодированное слово от наблюдения? Если результат декодирования правилен, сколько ошибок исправил декодер?
- 7.9 Свёрточный код описывается генераторами
 $g_1 = [100]$, $g_2 = [101]$, $g_3 = [111]$.
- получите кодер, соответствующий этому коду,
 - получите диаграмму состояний для этого кода,
 - получите решётчатую диаграмму для этого кода,
 - найдите передаточную функцию и свободное расстояние этого кода,
 - проверьте, является ли этот код катастрофическим.
- 7.10 Свёрточный код из задачи 7.9 используется для передачи по каналу с АБГШ при декодировании жёстких решений. Выходом детектора (демодулятора) является (101001011110111...). Используя алгоритм Витерби, найдите переданную последовательность.
- 7.11 Повторите задачу 7.10 для кода с генераторами $g_1=[110]$, $g_2=[101]$, $g_3=[111]$.
- 7.12 Блок-схема двоичного свёрточного кодера показана на рисунке 7.1

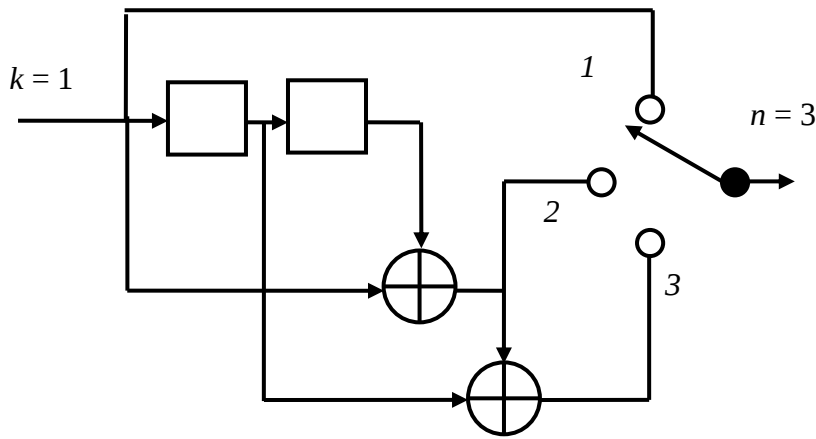


Рис. 7.1

a) получите диаграммы состояний кода.

b) найдите передаточную функцию кода $T(D)$.

c) найдите минимальное свободное расстояние кода d_{CB} и покажите соответствующий путь (на расстоянии d_{CB} относительно кодового слова из одних нулей) на решетке.

d) предположите, что сообщение кодируется этим кодом и передается через двоичный симметричный канал с вероятностью ошибки $p = 10^{-5}$. Используя алгоритм Витерби, найдите переданную последовательность символов, если принята последовательность $r = (110, 110, 110, 111, 010, 101, 101)$.

7.13 Блок схема свёрточного кода (3, 1) показана на рисунке 7.2

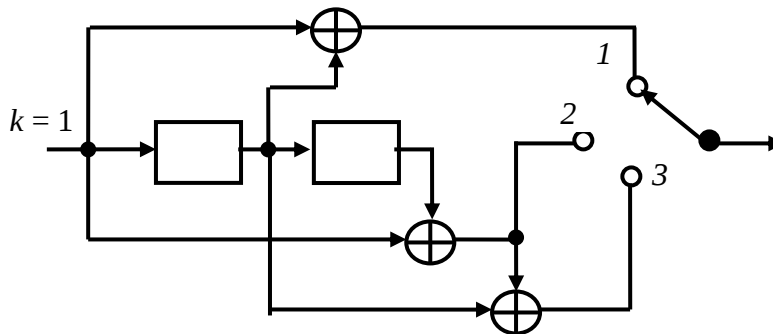


Рис.7.2

a) получите диаграммы состояний кода.

b) найдите передаточную функцию кода $T(D)$.

c) найдите минимальное свободное расстояние кода d_{CB} и покажите соответствующий путь (на расстоянии d_{CB} относительно кодового слова из одних нулей) на решетке.

d) предположите, что четыре двоичных информационных символа (x_1, x_2, x_3, x_4), за которыми следуют два нуля, закодированы. Эта информация передается по двоичному симметричному каналу с переходной вероятностью ошибки 0, 1. Принимаемая последова-

тельность такова (111, 111, 111, 111, 111, 111). Используйте алгоритм декодирования Витерби, чтобы найти переданную последовательность данных.

7.14 Для свёрточного кода, генерируемого кодером показанным на рисунке 7.3:

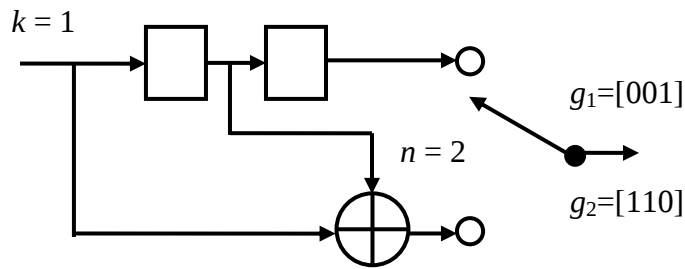


Рис.7.3

а) Найдите передаточную функцию кода в форме $T(N,D)$.

б) Найдите свободное расстояние кода $d_{св}$.

с) Найдите верхнюю границу для средней вероятностной ошибки на бит, используя границу для вероятности ошибочного декодирования жёстких решений, если код используется в канале при условии, что переходная вероятность ошибки в канале $p = 10^{-6}$.

7.15 На рис. 7.4 изображён свёрточный код со скоростью 1/2 и кодовым ограничением $k = 2$.

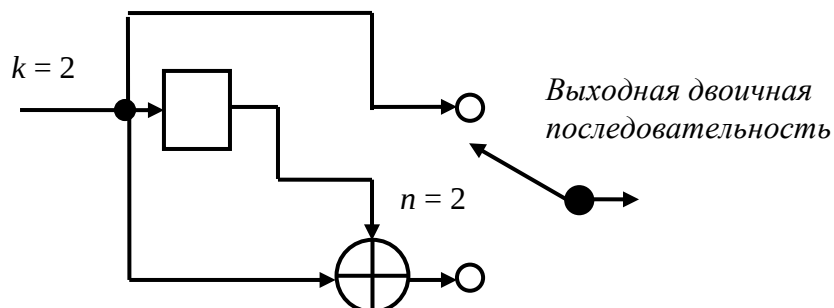


Рис. 7.4

а) Нарисуйте древовидную диаграмму кода, решётчатую диаграмму и диаграмму состояний.

б) Найдите передаточную функцию $T(N,D,J)$ и по ней определите минимальное свободное расстояние.

7.16 На рисунке 7.5 показан свёрточный кодер со скоростью 1/2,

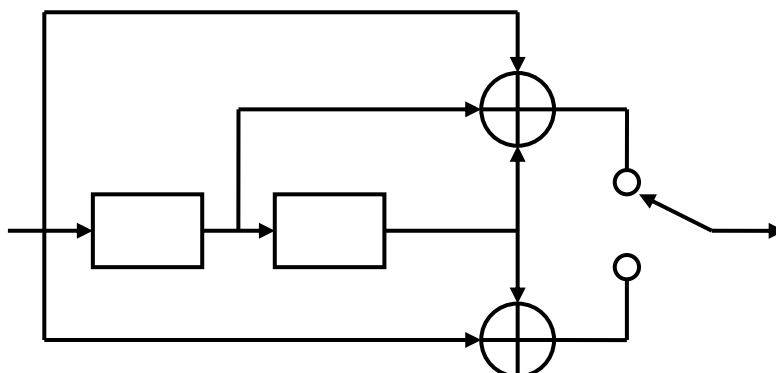


Рис. 7.5

Получите дерево кода, диаграмму решётки и диаграммы состояний.

7.17 Нарисуйте схемы свёрточных кодеров по следующим параметрам (k – кодовое ограничение, g – порождающие полиномы в восьмеричной записи):

- Скорость кода $1/2$, $k=3,4,5$, $g=(5,7)$; $(15,17)$; $(23,35)$. $d_{CB}=5,6,7$
- Скорость кода $1/3$, $k=3,4,5$, $g=(5,7,7)$; $(13,15,17)$; $(25,33,37)$. $d_{CB}=8,10,12$
- Скорость кода $2/3$, $k=2,3,4$, $g=(17,06,15)$; $(27,75,72)$; $(236,155,337)$. $d_{CB}=3,5,7$

7.18 Получите диаграмму состояний для свёрточного кода со скоростью $2/3$, $k = 5$, указанных в задаче 7.17(с) и покажите для каждого перехода выходную последовательность и расстояние выходной последовательности от последовательности, состоящей из одних нулей.

7.19 Рассмотрите свёрточный код со скоростью $1/2$, $k = 3$, показанный на рисунке 7.5. Предположим, что код используется в двоичном симметричном канале и принимаемая последовательность для первых восьми ветвей такова 0001100000001001. Постройте диаграмму решётки. Проследите за решением по диаграмме решётки и пометьте у выживших путей расстояние Хемминга на каждом узле. Если возникнет неувязка с метриками, требуемыми для решения, выберите верхний путь (произвольный выбор).

7.20 . Получите диаграмму состояний для свёрточного кода, генерируемого кодером, показанным на рисунке 7.6, и затем определите, является ли код катастрофическим или нет. Также дайте пример свёрточного кода со скоростью $1/2$, $k = 4$, который проявляет катастрофические распространения ошибок.

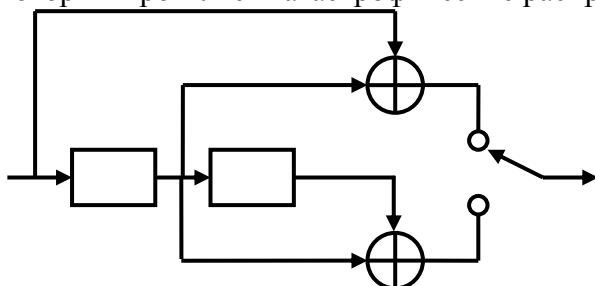


Рис.7.6

7.21 Порождающие полиномы двоичного свёрточного кода в восьмеричной системе счисления заданы в виде $(g_1, g_2) = (23, 35)$.

- Какова длина кодового ограничения и скорость формируемого кода?
- Изобразить кодер на основе регистра сдвига.
- Закодировать поток входных данных 1000000000... и 1100000000, определить вес полученных кодовых слов и расстояние между ними.

- 7.22 Порождающие полиномы двоичного сверточного кода в восьмеричной системе счисления заданы в виде $(g_1, g_2, g_3, g_4) = (5, 7, 7, 7)$.
- Какова длина кодового ограничения и скорость формируемого кода?
 - Изобразить кодер на основе регистра сдвига.
 - Закодировать поток входных данных 1000000000... и 1100000000..., определить вес полученных кодовых слов и расстояние между ними.
- 7.23 Используется сверточный код, порождаемый полиномами $g_1(z) = 1$ и $g_2 = 1 + z$. Переданное кодовое слово имеет вид 110100111001, причем последние два символа отвечают дополнительным нулевым битам, устанавливающим кодер в нулевое состояние. Ошибки происходят на позициях второго и пятого кодовых символов. Сколько и какие передаваемые биты сообщения окажутся неправильно декодированными?
- 7.24 Порождающие полиномы двоичного сверточного кода в восьмеричной системе счисления заданы в виде $(g_1, g_2) = (23, 35)$.
- Какова длина кодового ограничения и скорость формируемого кода?
 - Изобразить кодер на основе регистра сдвига.
 - Закодировать поток входных данных 1000000000... и 1100000000, определить вес полученных кодовых слов и расстояние между ними.

8 Широкополосные сигналы в системах связи

8.1 От системы требуется обеспечить максимально возможное отношение мощности полезного сигнала к общей мощности АБГШ и помехи. На входе присутствует узкополосная помеха. Какая из двух стратегий является лучшей: игнорирование помехи или использование режекторного фильтра, если:

- а). мощность помехи равна мощности АБГШ в пределах полосы сигнала, а ширина полосы помехи составляет половину от ширины полосы сигнала;
- б). мощность помехи на 6 дБ меньше мощности АБГШ в пределах полосы сигнала, а ширина полосы помехи составляет четвертую часть от ширины полосы сигнала;
- с). мощность помехи на 3 дБ больше мощности АБГШ в пределах полосы сигнала, а ширина полосы помехи составляет четвертую часть от ширины полосы сигнала.

8.2 Спектры сигнала и узкополосной помехи представлены на рис. 8.1. Какая центральная частота помехи является наиболее опасной в случае, когда приемник игнорирует помеху и когда использует режекторный фильтр? Почему?

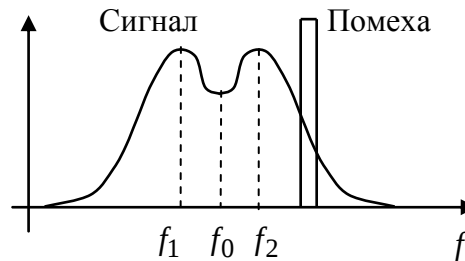


Рис. 8.1. Спектр сигнала и помехи.

8.3 В некоторой системе отношение сигнал–мешающее воздействие по мощности (SIR) на выходе согласованного фильтра проигрывает в 101 раз отношению сигнал–шум по мощности (SNR), тогда как система может сохранить свою работоспособность только при SIR по мощности в два раза меньшем SNR по мощности. Что следует изменить в сигнале при сохранении постоянного значения SNR по мощности, если:

- а). разрешено использовать только простые сигналы?
- б). пиковая мощность сигнала не может возрасти (каким будет выигрыш в обработке сигнала в этом случае)?

8.4 В некоторой системе режекторный фильтр нейтрализует узкополосную помеху. В результате этой операции отношение сигнал–шум (SNR) на выходе согласованного фильтра уменьшается на 3 дБ.

- а). Что следует сделать с длительностью и амплитудой простого сигнала, если допустимым считается уменьшение SNR по мощности только на два процента (в отсутствие режекторного фильтра величина SNR фиксирована)?
- б). Возможно ли уменьшить ухудшение ниже 2 процентов без увеличения мощности сигнала? Если да, то каким должен быть выигрыш от обработки сигнала?

8.5 Система может работать с отношением сигнал–шум (SNR) не менее 10 дБ. В результате воздействия заградительной помехи SNR уменьшилось до –3 дБ. Какие

параметры сигнала могут быть изменены для нейтрализации действия помехи, если:

- а). Разрешено использовать только простые сигналы с фиксированной энергией?
- б). Могут быть использованы только простые сигналы с одинаковой пиковой мощностью?
- с). Фиксированы только величина пиковой мощности и энергии сигнала?
- д). Фиксирована только пиковая мощность сигнала, а его полоса может быть увеличена только в 10 раз?

Найти выигрыш от обработки сигнала для случаев (с) и (д).

8.6 В рамках борьбы с передатчиком заградительной помехи система увеличила длительность сигнала в 4 раза с одновременным уменьшением мощности сигнала в два раза и расширением полосы в 50 раз. Постановщик помехи способен увеличить свою мощность не более чем на 13 дБ. Какая из сторон окажется победителем в этом противостоянии?

8.7 Отношение сигнал-шум на выходе согласованного фильтра скрытного приемника равно 14 дБ. Выигрыш от обработки сигнала составляет $WT = 400$. Найти:

- а). отношение спектральных мощностей сигнала и АБГШ;
- б). отношение сигнал-шум на выходе интегратора радиометра перехватчика.

8.8 В системе с кодовым разделением (CDMA) 24 терминала равной мощности одновременно используют полосу частот. Каждый терминал передает данные со скоростью 9,6 Кбит/с с прямым расширением спектра и модуляцией BPSK. Рассчитайте минимальную скорость передачи элементарных сигналов псевдослучайного кода (чипов), при которой вероятность ошибки на бит равна 10^{-3} . Шумы приемника ничтожно малы по сравнению с помехами, вызванными другими пользователями.

8.9 Найдите среднее и среднеквадратическое отклонение времени, необходимого для детектирования последовательности, модулированной BPSK с псевдослучайным кодом. Последовательность передается со скоростью 10^7 элементарных сигналов (чипов) в секунду. Для детектирования используется повторяющаяся процедура поиска с одновременной обработкой 100 чипов. Последовательность считается обнаруженной, когда 100 сгенерированных и полученных чипов совпадают. Отношение энергии полученного сигнала к спектральной плотности шума составляет 9,6 дБ. Несоответствие во времени между полученным и сгенерированным кодами равно 1 мс. Вероятность ложного детектирования последовательности считать пренебрежимо малой.

8.10 В системе связи CDMA 11 терминалов равной мощности передают сигналы на центральный узел. Каждый терминал передает информацию со скоростью 1 Кбит/с, используя прямое расширение спектра последовательностью, модулированной BPSK. Скорость передачи сигнала равна 100 000 чипов в секунду.

- а) Найдите отношение энергии, необходимой для передачи одного бита, к спектральной плотности мощности помех от других пользователей. Считать шумы пренебрежимо малыми в сравнении с помехой.
- б) Как изменится отношение (E_b / J_0) , если все пользователи удвоят мощность выходного сигнала?
- в) Необходимо увеличить количество пользователей до 101, при этом мощность выходных сигналов должна остаться равной. Как сохранить неизменным отношение (E_b / J_0) ?

8.11 Система CDMA использует прямое расширение спектра. Ширина полосы передачи данных составляет 10 кГц, а полосы расширенного спектра – 10 МГц. При передаче единичного сигнала отношение E_b/N_0 для приемника равно 16 дБ.

- а) Если необходимое значение $(E_b/N_0 + J_0)$ равно 10 дБ, сколько абонентов с одинаковой мощностью выходного сигнала могут одновременно использовать полосу? Учесть в решении шумы, поступающие на приемник.
- б) Мощность передаваемого сигнала каждого пользователя снижена на 3 дБ. Сколько абонентов с равной выходной мощностью смогут использовать частоту?
- в) Если значение полученного $E_b/N_0 \rightarrow \infty$ для каждого абонента, какое максимальное количество абонентов могут одновременно использовать полосу?

8.12 Необходимо установить связь между наземным передатчиком и синхронно работающим спутником при наличии умышленных помех. Скорость передачи данных равна 1 Кбит/с. Наземная станция использует 20-метровую антенну и сигнал с расширенным спектром 10 МГц. Станция помех использует 50-метровую антенну и передатчик мощностью 400 кВт. Какой должна быть мощность передатчика наземной станции, чтобы отношение E_b/J_0 спутникового приемника было равно 16 дБ? Шумы приемника считать пренебрежимо малыми.

8.13 Некогерентная двоичная система FSK со скачкообразной перестройкой частоты характеризуется отношением $E_b/N_0 = 30$ дБ; ширина полосы равна 2 ГГц. Канальное кодирование отсутствует. Станция преднамеренных помех, работающая в том же диапазоне, характеризуется полученным $J_0 = 100 N_0$.

- а) Найдите вероятность битовой ошибки P_b .
- б) Станция преднамеренных помех использует лишь часть диапазона. Использование какой полосы позволит создавать помехи наиболее эффективно?
- в) Найдите значение P_b для наиболее эффективного создания помех в определенной части диапазона.
- г) Найдите значение P_b при отсутствии помех.

8.14 Некогерентная система связи с использованием скачкообразной перестройки частоты и модуляции 8-FSK совершает 1200 частотных скачков в секунду, ширина рабочей полосы системы 1 МГц. В течение одной секунды производится передача 3000 символов. Канальное кодирование не используется. Мощность сигнала на входе приемника составляет 10^{-12} Вт. Умышленные помехи создаются в части диапазона (50 кГц) передачи сигнала (станция помех использует часть своей рабочей полосы). Мощность полученных помех составляет 10^{-11} Вт. Температура системы равна 290 К. Найдите вероятность битовой ошибки.

8.15 Рассмотрите подавление спутникового сигнала наземной станцией умышленных помех. Устройство связи, расположенное на самолете, оборудовано системой расширения спектра методом скачкообразной перестройки частоты с эффективной изотропно-излучаемой мощностью $EIRP_T = 20$ дБВт. Скорость передачи данных $R = 100$ бит/с. Станция преднамеренных помех непрерывно генерирует широкополосный гауссов шум с уровнем $EIRP_T = 60$ дБВт. Предположим, что $(E_b/J_0)_{\text{треб}} = 10$ дБ. Потери на распространение одинаковы для обеих систем.

- а) В каком случае помехи представляют большую опасность: при передаче на спутник или передаче со спутника?
- б) Каким должно быть значение ширины полосы системы со скачкообразной перестройкой частоты W_{SS} для получения резерва против помех 20 дБ?

8.16 Разработчик системы учитывает требования ЭМС при разработке новой системы. Максимальное отношение сигнал-шум, обеспечиваемое новой системой во всей зоне покрытия старыми, составляет 20 дБ. Любая прежняя система работает с удовлетворительным качеством, если дополнительная спектральная плотность мощности не превышает – 10 дБ по сравнению со спектром АБГШ. Каким должен быть минимальный выигрыш от обработки у новой системы?

Решения и ответы

2 Общие сведения о цифровых системах передачи информации

- 2.1 Информационная скорость – количество двоичных единиц в секунду. Техническая скорость – число переданных символов (чипов) в секунду. При бинарной передаче эти скорости совпадают.
Помехоустойчивое кодирование уменьшает информационную скорость, и в бинарном случае без кодирования техническая скорость при равенстве используемых полос частот выше. Передача многопозиционными кодами ($M > 2$) увеличивает информационную скорость.
- 2.2 См. материалы лекций «Удельные характеристики систем цифровой связи».
- 2.3 Аналогия с вечным двигателем. См. математическое обоснование в том же разделе.
- 2.4 Код, для которого выполняется условие $nm-1 < N < nm$, где N – передаваемое число, n – основание кода, m – число разрядов в кодовом слове, называется первичным. Неиспользуемая часть кодовых комбинаций (избыточность) всегда меньше половины общего числа кодируемых дискретных величин.

3 Сигналы, модуляция

- 3.1 Энергии сигналов $E_1 = U^2 T$, $E_2 = E_3 = 2 U^2 T$. Коэффициент корреляции $\rho_{12} = -1/\sqrt{2}$, $\rho_{13} = 1/\sqrt{2}$, $\rho_{23} = 0$. Согласно теореме косинусов, квадрат расстояния между сигналами $d_{kl}^2 = E_k + E_l - 2\sqrt{E_k E_l} \rho_{kl}$ оказывается
 $d_{12}^2 = 5U^2 T = d_{\max}^2$, $d_{13}^2 = U^2 T = d_{\min}^2$, $d_{23}^2 = 4U^2 T$, и $d_{\max} / d_{\min} = \sqrt{5}$.
- 3.2 Принят сигнал $s_1(t)$.
- 3.3 Расширение полосы до 10 МГц не уменьшают вероятности ошибки на бит.
- 3.4 Случай (а) лучше.
- 3.5 Все сигналы имеют одинаковую энергию, т.о., пары отличаются только коэффициентами корреляции внутри пары. Третья пара – оптимальная. Для первой и второй пар коэффициенты корреляции $+1/3$ и $-1/3$, соответственно. Потери энергии в сравнении с третьей (оптимальной) парой для первой пары $2/[1 - (1/3)] = 3$ (4,8 дБ) и для второй $2/[1 + (1/3)] = 3/2$ (1,8 дБ).
- 3.6 Имеются четыре возможных конфигурации передаваемых пар последовательностями импульсов: $(++)$, $(+-)$, $(-+)$, $(--)$. Блок m последовательных импульсов может передавать $m - 1$ бит. Квадрат минимального расстояния для ОБФМ близок к такому при БФМ всякий раз, когда $m \gg 1$.
Асимптотически ОБФМ и БФМ эквивалентны и в потреблении энергии и в ширине полосы.
- 3.7 Для оптимальных (симплексных) четырех сигналов $\rho = -1/3$ и
 $d_{\min}^2 = 2E_p \times (4/3) = 8E_p / 3 = 16E_b / 3$, так что асимптотические потери энергии для КФМ к симплексному набору 4/3 или 1,2 дБ.
- 3.8 Это возможно не более чем для восьми сигналов.
- 3.9 Потери энергии ортогональных сигналов $-10 \lg [M / (M - 1)]$ и снижаются от 3 дБ для $M = 2$, стремясь к нулю при росте M .
- 3.10 Лучше использовать пару противоположных, а не ортогональных сигналов, которые имеют потери энергии на 3 децибела меньше.
- 3.11 Квадрат минимума расстояния для обоих режимов передачи равны.

3.12 Потери энергии 8-ФМ к оптимальному набору есть

$$d_{\min}^2 / d_{\min 8}^2 = 16 / 7 (2 - \sqrt{2}) \approx 3,90 \text{ à } 5,9 \text{ дБ.}$$

3.13 $W_{\text{орт}} / W_{\text{ФМ}} \approx M$ и М-ФМ может оказаться предпочтительной, если экономия полосы более важна, чем экономия энергии.

3.14 Для ортогональных сигналов $W \approx MR / \log_2 M = W / R = 64 \times 28,8 \times 103 / 6 = 307,2 \text{ кГц.}$

3.15 $M = 256$ ортогональных сигналов. Когда сигналы являются полосовыми, это число может быть удвоено, привлекая квадратуры каждого из них.

3.16 Увеличение на 6 дБ в полосе 320 кГц достижимо с ортогональным кодированием.

3.17 $G_a = (\log_2 M) / 2 = 5$, или 7 дБ.

3.18 Необходимая полоса $W \approx MR / \log_2 M > 10^5 \times 10^5 / 2 = 5 \text{ ГГц}$, которая больше, чем двойная несущая частота. Конечно, это нереализуемо.

$$3.20 \quad d_{\min} = \sqrt{4E / 5}$$

$$3.21 \quad d_{\min} = \sqrt{2E / 5}$$

$$3.22 \quad d_{\min} = \sqrt{(2 - \sqrt{2})E}$$

4 Оптимальный прием двоичных сигналов в каналах с постоянными параметрами

4.4 С учетом фильтрации суммарной частоты: $\rho_{12} = \frac{1}{2} \sin[(\omega_1 - \omega_2)t + \varphi_1 - \varphi_2]$. Помехоустойчивость максимальна, когда ρ_{12} минимален. В частности, для ортогональных сигналов $\rho_{12} = 0$.

4.7 Приемник корреляционный, значит прием когерентный и сигналы противоположные. Вероятность ошибки. $P_E = Q \sqrt{1} = 0,1587$

4.8 $N_0 = 10^{-3} \text{ Вт/Гц}$; $P_b \leq 10^{-3}$;

$$P_b = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right); \quad \sqrt{\frac{2E_b}{N_0}} = 3,09 \text{ для } P_b = 10^{-3}. \text{ Скорость передачи битов } R = 1/T = 104,7 \text{ бит/с.}$$

4.9 $W_0 = 62,5 \text{ кГц.}$

а) $R_s = 1/8 \times 10^{-6} = 125 \text{ Кбит/с}$

б) Длительность аналогового сигнала равна 40 мкс

$$4.10 \quad P_E = Q\sqrt{\frac{2E}{N_0}}; \quad E = \frac{U_C^2 T_C}{2} = \frac{U_C^2}{2W}; \quad \sqrt{\frac{2E}{N_0}} = 3,08 \text{ (для } P_E = 10^{-3});$$

Скорость передачи (для БФМ) возможна до 10 Гбит/с.

5 Прием двоичных сигналов в каналах со случайными параметрами

- 5.2 Чтобы замирания были медленными, нужно выполнить $T\tau \gg 1/f_0$, т.е. $f_0 \ll 3 \cdot 10^{14}$ Гц.
- 5.6 В 1,5 раза при одинаковых средних интенсивностях лучей.
- 5.7 Понижение напряжения в 4 раза означает понижение на $l=12$ децибел по мощности. Тогда согласно логнормальному закону длительного фединга с $\sigma = 9$ децибел, вероятность системного отказа - 0.9.
- 5.8 Ответ отсутствует.
- 5.9 Если фаза федингующего сигнала значительно изменяется от одного импульса (бита) к другому, достоверное восстановление опорного колебания невозможно, и BPSK становится недоступным. Единственное возможное решение - кодирование со сдвигом частот.
- 5.10 Частотное пространство между ветвями должно быть не меньше чем полоса пропускания сигнала, то есть 60 кГц. Следовательно, максимальное число ветвей - $300/60 = 5$, а не 6.
- 5.11 Полоса сигнала должна быть $W \approx 1/\tau_{\min} = 2$ МГц. При скорости 20 кб/с, длительность символа данных - не меньше, чем $T=50$ мкс, в то время как время растяжения $\tau_{ds} = 20$ мкс, означая, что структура RAKE является разумной. Тогда выигрыш обработки будет не меньший, чем $WT = 100$.
- 5.12 Протяженность корреляции сигнала соответствует полосе пропускания приблизительно $W \approx 1$ МГц. Так как разрешены только сигналы с взаимной задержкой не меньшей чем τ_c , число зубцов RAKE = 11. При передаче с квадратурной фазовой модуляцией продолжительность символа данных $T = 100$ мкс, соответствующая выигрышу обработки $WT = 100$.

6 Прием многопозиционных сигналов

- 6.1 См. решение задачи 3.12 с учетом большого отношения сигнал/шум, обеспечивающего вероятность ошибки $P_e = 10^{-5}$.
- 6.2 Сигнал с большей полосой частот после согласованной фильтрации имеет меньшую длительность и пригоден для разрешения по времени, тогда как другой используется для разрешения по частоте. Общим для них является одинаковый выигрыш в отношении сигнал/шум.
- 6.3 Взаимокорреляционная функция сигналов s_1 и s_2 есть

$$B_k = \sum_{i=0}^{n-1} s_{1i} s_{2(i-k)}, \quad k=-(n-1), \dots, 0, \dots, (n-1).$$

Коэффициент корреляции $\rho = B_0 / E = 3/15$.

7 Сверточные коды

7.1

$$f(z) = z^7 + \underline{z^6} + z^4 + z^3 + \underline{z^2} + 1 + \underline{z^6} + \underline{z^2} + (z^4 + 1)(z^3 + 1) = \\ = \underline{z^7} + \underline{z^4} + \underline{z^3} + \underline{1} + \underline{z^7} + \underline{z^4} + \underline{z^3} + \underline{1} = 0,$$

где подчеркнутые члены сокращаются.

7.2

Замечаем, что:

$$(z+1)^{2^i} = \left[(z+1)^2 \right]^{2^{i-1}} = (z^2+1)^{2^{i-1}}$$

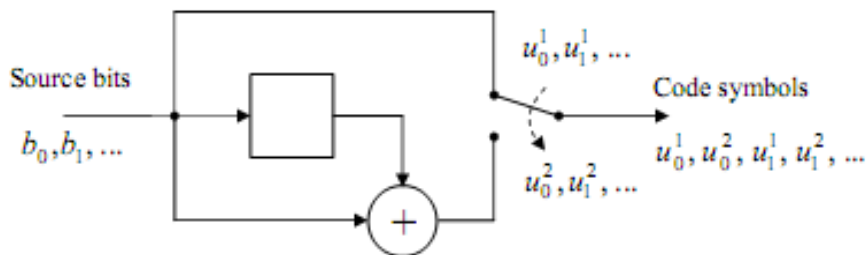
Повторяем эти шаги:

$$(z+1)^{2^i} = (z^2+1)^{2^{i-1}} = (z^4+1)^{2^{i-2}} = (z^8+1)^{2^{i-3}} = \dots$$

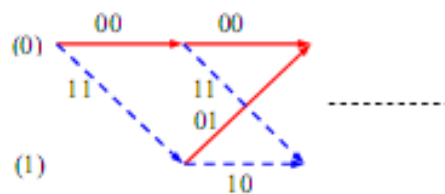
заканчиваем после i -го шага как

$$(z+1)^{2^i} = z^{2^i} + 1$$

7.3

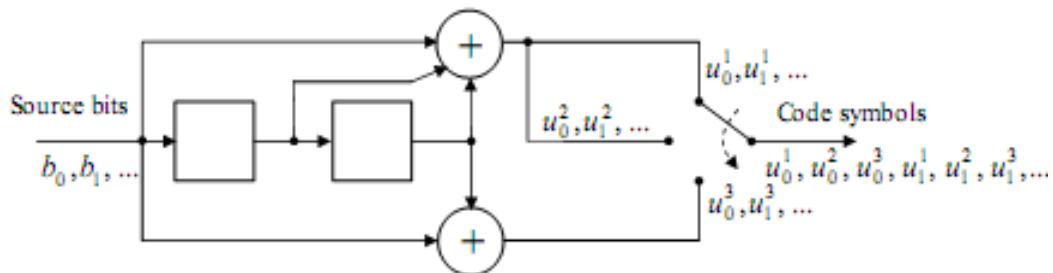


Сверточный кодер Задачи 7.3

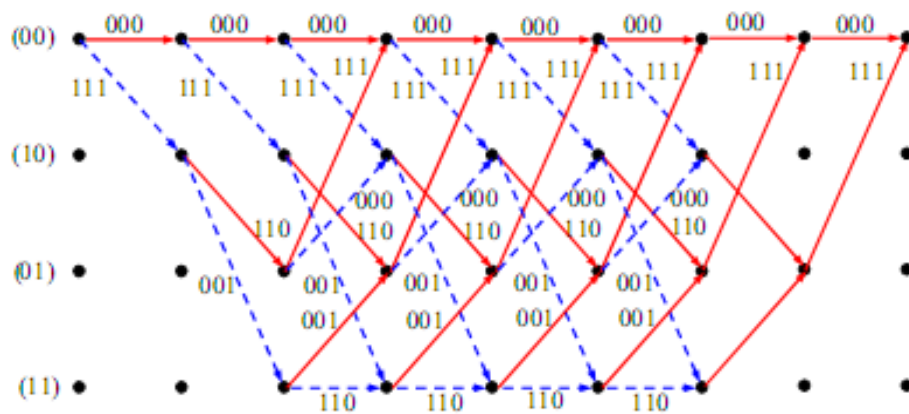


Решетчатая диаграмма сверточного кода Задачи 7.3

7.4



Сверточный кодер Задачи 7.4



Решетка кода к Задаче 7.4

Скорость и длина кодового ограничения $R_c = 1/3$, $m = 3$, $d = 8$.

7.5

Рассмотреть первый код. Полагая битовый поток 10000..., и рассчитывая последовательность кодовых символов из (3.1) Пособия: $u^l(z) = b(z)g_l(z)$, получить

$$u^1(z) = b(z)g_1(z) = 1 \times (1 + z + z^2) = (1 + z + z^2)$$

$$u^2(z) = b(z)g_2(z) = 1 \times 1 = 1.$$

Вес кода $d = 4$.

Аналогично, полагая кодовый поток 11000..., имеем для второго кода

$$u^1(z) = b(z)g_1(z) = (1 + z) \times (1 + z + z^2) = 1 + z^3,$$

$$u^2(z) = b(z)g_2(z) = (1 + z) \times (1 + z) = 1 + z^2. \text{ - Объяснить, почему.}$$

Вес $d = 4$.

Третий код имеет вес $d = 5$, лучший из данных. *Вычислить.*

Асимптотический выигрыш кодирования $G_a = dR_c = 2,5$ (4дБ).

7.6

Для конечной длины $3l$ (l – произвольное натуральное число) входной битовый поток в z -области есть $b(z) = 1 + z + z^3 + z^4 + z^6 + z^7 + \dots = (1 + z)(1 + z^3 + \dots + z^{3l})$.

Первая последовательность кодовых символов:

$$u^1(z) = b(z)g_1(z) = (1 + z)(1 + z^3 + \dots + z^{3l})(1 + z + z^2) = (1 + z^3)(1 + z^3 + \dots + z^{3l}) = 1 + z^{3l+3},$$

Почему? Объяснить

Ее вес = 2.

Вторая последовательность кодовых символов:

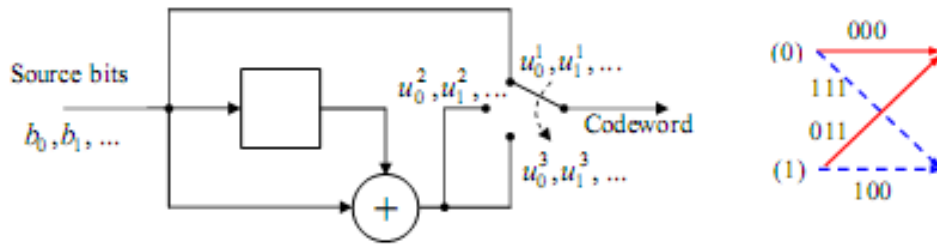
$$u^2(z) = b(z)g_2(z) = (1 + z)(1 + z^3 + \dots + z^{3l})(1 + z^3) = (1 + z)(1 + z^{3l+3}) = 1 + z + z^{3l+3} + z^{3l+4}.$$

Почему? Объяснить

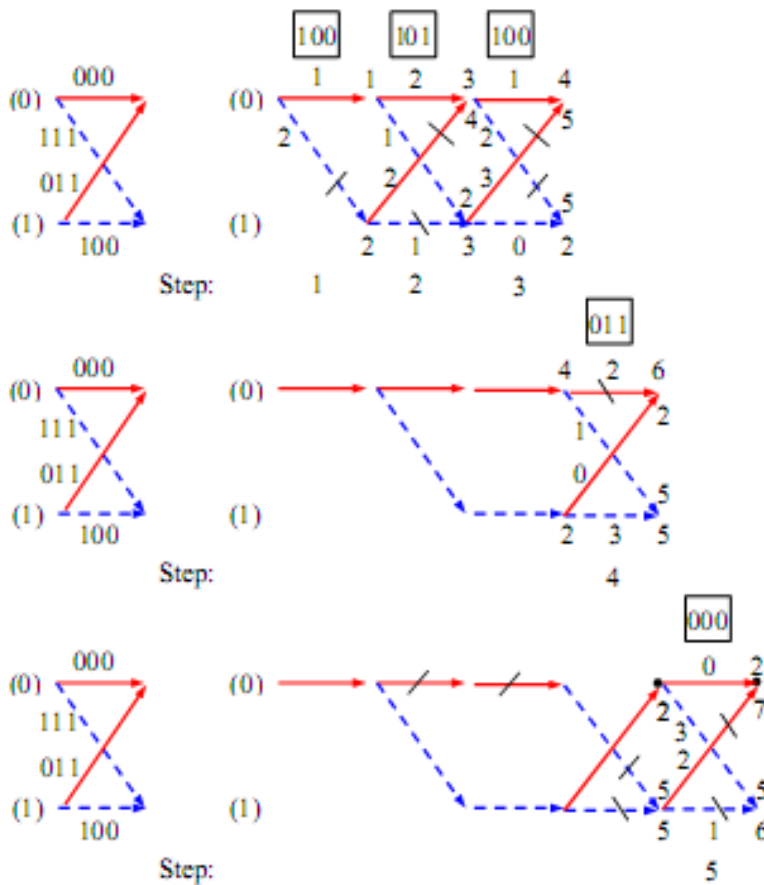
Вес этой последовательности = 4. Поэтому целое кодовое слово будет иметь вес = 6.

Пусть послан битовый поток 110110110110... произвольной длины $3l$ и искажены больше чем три бита в кодовом слове двоичного симметричного канала. Тогда наблюдаемый поток будет ближе к нулевому слову, чем к посланному и декодирован как нулевой. Коды этого вида называют *катастрофическими* и они непригодны для практического использования.

7.7



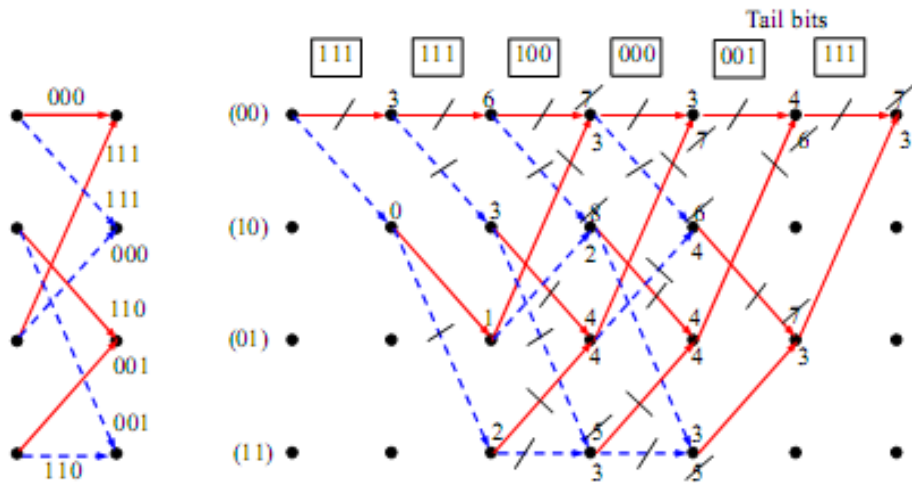
Сверточный кодер и решетка к Задаче 7.7



Процесс декодирования к задаче 7.7

7.8

Нижний рисунок иллюстрирует решение. Оба входящих пути сохраняются до тех пор, пока выживший не станет очевидным. Зачеркнуты метрики не выживших путей. Конечная выжившая метрика – три, показывая, что расстояние наблюдения, до которого это декодировано, есть три. Декодированное слово – 111110000001001111, и если это слово действительно посылали, три ошибки исправлены, что очень хорошо совместимо со свободным расстоянием кода $d = 8$.



Процесс декодирования к задаче 7.8

7.9

а) Схема кодера:

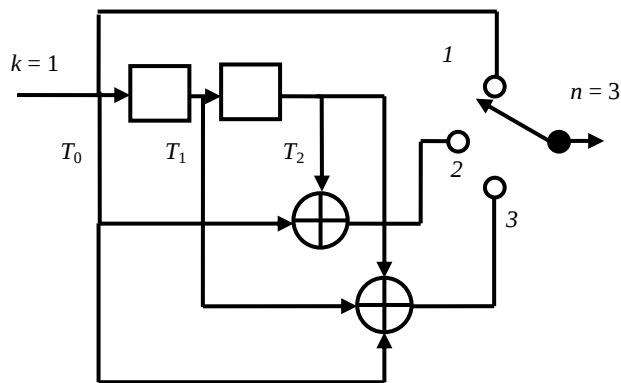
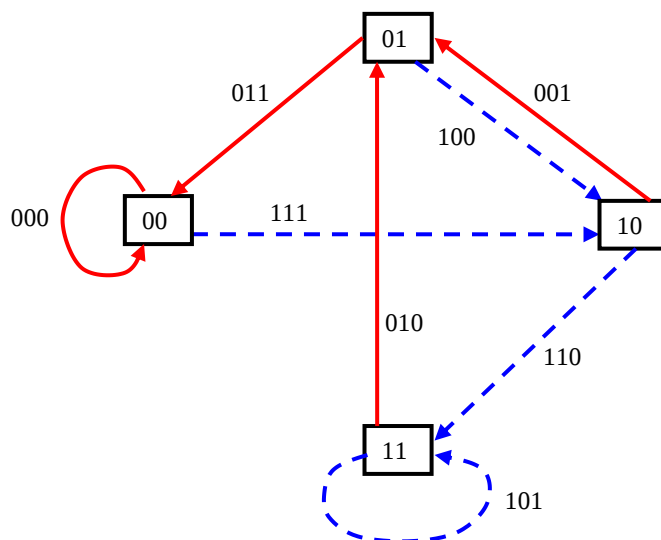


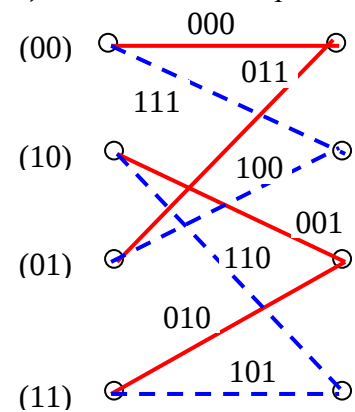
Таблица состояний кодера

T_0	T_1	T_2	T_0	T_0+T_2	$T_0+T_1+T_2$
0	0	0	0	0	0
1	0	0	1	1	1
0	0	1	0	1	1
1	0	1	1	0	0
0	1	0	0	0	1
1	1	0	1	1	0
0	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	1

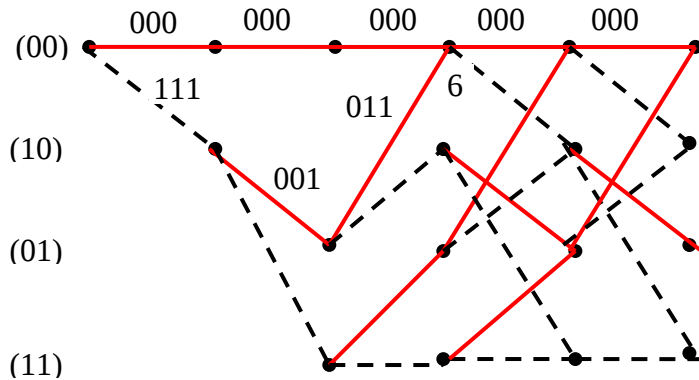
б) Диаграмма состояний кодера:



с) Решетчатая диаграмма кодера



с) Решетчатая диаграмма



d) Свободное расстояние: $d_{CB} = d_f = 6$.

7.23

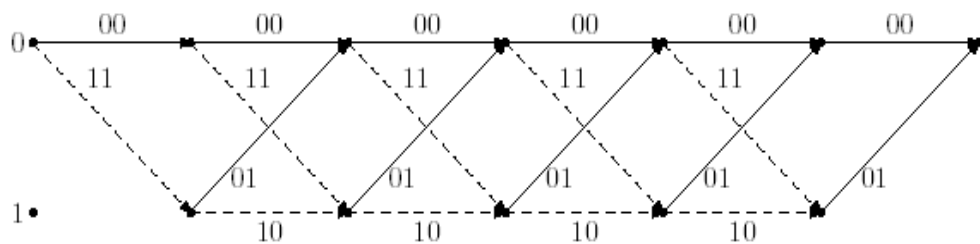
По условиям задачи передаваемое кодовое слово $\mathbf{u} = (1101001110\ 01)$, а принятое – $\mathbf{Y} = (10\ 01101110\ 01)$. Решение возможно, либо рассматривая полностью алгоритм декодирования Витерби, либо на основании следующих предположений:

- Расстояние между векторами $\mathbf{u}$ и $\mathbf{Y}$ составляет $d(\mathbf{u}, \mathbf{Y}) = 2$, и тогда некоторые информационные биты будут декодированы неправильно, если найдется путь по решетчатой диаграмме, который находится к $\mathbf{Y}$ на меньшем расстоянии.

- Как следует из решетчатой диаграммы, представленной ниже, любое кодовое слово начинается либо комбинацией 00, либо 11. Рассмотрим пути, отвечающие начальной комбинации 00:

00 00 00	$d = 3$
00 00 11	$d = 3$
00 11 01	$d = 4$
00 11 10	$d = 2$

откуда следует, что имеется один возможный кандидат (для остальных путей $d > 2$). Однако, следующими являются комбинации 10 либо 01, а значит, расстояние возрастает до трех, что приводит к отбрасыванию и этого пути.



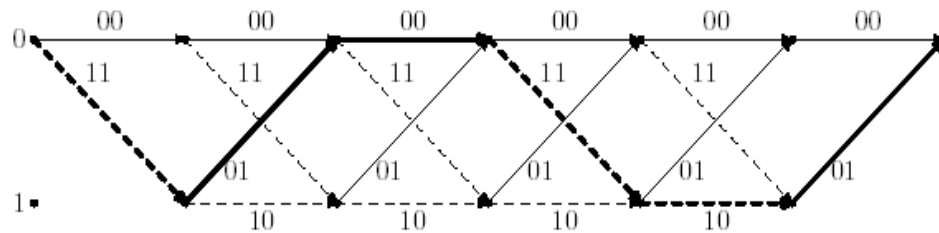
Рассмотрим теперь пути, начинающиеся комбинацией 11:

11 01 00	$d = 2$
11 01 11	$d = 2$
11 10 01	$d = 5$
11 10 10	$d = 3$

Среди полученных последовательностей имеются две, которые могут претендовать на указанную роль. Однако первая из них совпадает с $\mathbf{u}$ и не нуждается в дальнейшей проверке. Для второй последовательности следующими являются символы 10 или 01, что увеличивает расстояние от $\mathbf{Y}$ до трех, и, следовательно, также отбрасывается.

- Таким образом, не существует иного пути, кроме отвечающего **u**, и, значит, принятая последовательность **Y** единственным образом будет декодирована в **u**, т.е. все информационные биты будут получены правильно.

Последнее иллюстрируется диаграммой, на которой представлен единственный выживший путь:



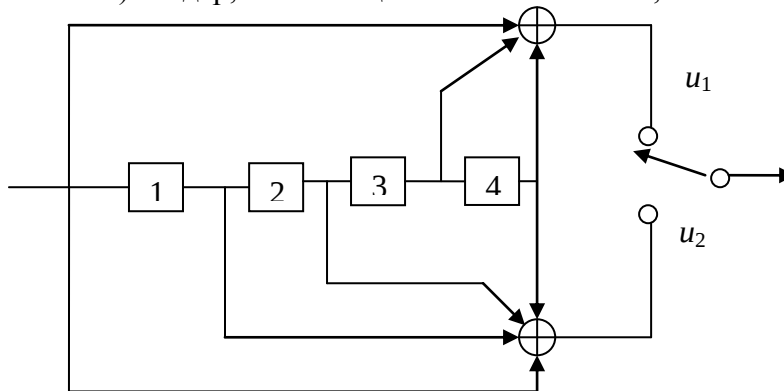
7.24

а). Восьмеричной записи порождающих полиномов соответствует следующее их двоичное представление

$$23 = 010|011, \quad 35 = 011|101,$$

откуда $g_1(z) = 1 + z^3 + z^4$ и $g_2(z) = 1 + z + z^2 + z^4$, и, значит, $m = 5$, а $R = 1/2$.

б). Кодер, отвечающий этим полиномам, имеет следующий вид:



в). Очевидно, что кодовые слова могут быть получены как реакция кодера на входное воздействие, однако, более простым представляется вариант, основанный на полиномиальном представлении кодовых последовательностей:

- при $a_1(z) = 1$ $u_1(z) = a_1(z)g_1(z) = 1 + z^3 + z^4$ и $u_2(z) = a_1(z)g_2(z) = 1 + z + z^2 + z^4$, тогда после перемежения символов получаем кодовое слово 11010110110000..., вес которого $w = 7$;

- при $a_2(z) = 1 + z$

$$u_1(z) = a_1(z)g_1(z) = 1 + z + z^3 + z^5 \text{ и } u_2(z) = a_1(z)g_2(z) = 1 + z^3 + z^4 + z^5$$

и после перемежения получаем кодовое слово 1110001101110000... весом $w = 8$;

$$\text{Расстояние } d(a_1(z), a_2(z)) = 7.$$

8 ШПС в системах связи

8.1 ОСП (SJR) на выходе СФ:

$$q_i^2 = 2E / (N_0 + J / W) = q^2 / (1 + J / P_n)$$

J – мощность помехи;

$P_n = N_0 W$ – мощность шума в полосе сигнала.

При режекции полосы W_j :

$$q_J^2 = q^2 (1 - W_j / W)$$

- а) Обе стратегии одинаковы
- б) Игнорирование помехи предпочтительнее.
- с) Режекция помехи лучше.

8.2 С режекторным фильтром и без него самой опасной частотой является любая из f_1, f_2 .

8.3 а) Длительность сигнала должна быть уменьшена в 100 раз с одновременным увеличением пиковой мощности в 100 раз.

б) Использовать сигнал с расширенным спектром прежней длительности, имеющим выигрыш обработки 100.

8.4 а) Длительность сигнала должна быть уменьшена в 25 раз с одновременным увеличением амплитуды в 5 раз.

б) Следует использовать сигналы с расширенным спектром прежней длительности с выигрышем обработки 25 раз.

8.5

(а) Длительность сигнала д.б. уменьшена в 20 раз с одновременным увеличением мощности в 20 раз.

(б) Без увеличения пиковой мощности невозможно улучшение SNR с использованием простых сигналов: $W = 1 / T$ влечет $q_j^2 = 2P/J$.

(с) Использование сложных сигналов прежней длительности и с выигрышем обработки 20 решает проблему.

(д) Брать ШПС с длительностью в 2 раза большей и полосой в 10 раз шире чем раньше (выигрыш обработки 20). Тогда его энергия увеличится в 2 раза и $q_j^2 = 10$.

8.6 После изменения параметров, ОТНОШЕНИЕ СИГНАЛ - ШУМ становится в пять раз выше, означая выигрыш намеченной системы.

8.7 Пусть $N_s = P/W$ обозначает плотность спектра мощности сигнала, принимаемого перехватчиком. Тогда:

а) $N_s / N_0 = 0,03125$ (-15 дБ)

б) $q_i^2 = 0,391$ (-4,1 дБ)

$$8.8 \quad P_B = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{J_0}}\right) = 10^{-3}; \quad \left(\sqrt{\frac{2E}{J_0}}\right)_r = 3,1; \quad 2E \approx 10 \cdot J_0;$$

$$W = \frac{5JR}{S} = \frac{5MSR}{S} = 5MR = 5 \cdot 24 \cdot 9,6 \cdot 10^3 = 1152 \text{ кГц.}$$

$$8.9 \quad P_E = Q\sqrt{\frac{E}{N_0}}; \quad 9,6 [\text{дБ}] = 10^{0,96} = 9,12; \quad (9,12)^{0,5} = 3,02; \quad P_E = Q(3,02) = 10^{-3}.$$

. При равномерной ПВР среднее время равно 0,05 с. Однако в системе присутствуют ошибки, равные 10^{-3} на бит. Значит, время увеличивается. Вероятность ошибки хотя бы в одном чипе $p = 1 - (1 - P_E)^{100} = 1 - 0,905 = 0,095 \approx 0,1$ из принятых 100 чипов. Чтобы снизить эту вероятность, необходимо в каждой временной позиции использовать детектирование с повторением. Так, двукратное повторение обеспечивает вероятность ошибки $p = 10^{-2}$, трехкратное – $p = 10^{-3}$. По-видимому, трехкратное повторение является достаточным и оно приводит к увеличению среднего времени детектирования до 0,15 с.

8.10

а) $(E_b / J_0)_{\text{треб}} = (E_b / 10J_{10})$, J_{10} – спектральная плотность мощности, создаваемая одним терминалом. $E_b = ST_b = S / R$. S – мощность сигнала, $R = 1$ Кбит/с
 $J_{10} = (E_b / W)$; $W = 100$ КГц
отношение С-Ш, требуемое для обеспечения заданной ошибки P_E : находится из

$$\left(\frac{J}{S} \right)_r = \frac{G_p}{(E_b / J_0)_r}$$

Например, для $P_E = 10^{-3}$ (E_b / J_0) имеем $(E_b / J_0)_{\text{треб}} = 10$, $G_p = 100$; $J_{10} = J/10$

б) $J = 20 J_{10}$; $(E_b / J_0) = (E_b / 20 J_{10})$.

8.15

- а) Большую опасность представляет подавление передачи на спутник, поскольку данная помеха может нарушить связь множества наземных терминалов, использующих спутниковый транспондер. Для достижения аналогичного результата при передаче со спутника пришлось бы создавать помехи для каждого из множества терминалов. Подавление сигнала со спутника может быть нежелательным при проведении определенных военных операций, однако состояние передачи на спутник намного важнее.
- б) В соответствии с предположением, что потери распространения одинаковы, энергетический резерв системы против преднамеренных помех M_{AJ} (дБ), (AJ – anti-jam):

$$M_{AJ}(\ddot{A}) = \left(\frac{E_b}{J_0} \right)_{\text{input}} (\ddot{A}) - \left(\frac{E_b}{J_0} \right)_r (\ddot{A}),$$

можно записать:

$$\begin{aligned} M_{AJ}(\text{дБ}) &= (J/S)_{\text{треб}}(\text{дБ}) + \text{EIRP}_T(\text{дБВт}) - \text{EIRP}_J(\text{дБВт}) = \\ &= G_h(\text{дБ}) - (E_b/J_0)_{\text{треб}}(\text{дБ}) + \text{EIRP}_T(\text{дБВт}) - \text{EIRP}_J(\text{дБВт}) \\ G_p &= 20 \text{ дБ} + 10 \text{ дБ} - 20 \text{ дБВт} + 60 \text{ дБВт} = 70 \text{ дБ} \end{aligned}$$

$$W_{SS} - G_p(\text{дБ}) + R(\text{дБГц}) = 70 \text{ дБ} + 20 \text{ дБГц} = 90 \text{ дБГц} = 1 \text{ ГГц}$$

Здесь EIRP – эффективная изотропно излучаемая мощность; индекс T относится к сигналу, J – к помехе.

8.16

$$q^2 = 2E / N_0 = 2PT / N_0; \quad N_0 = 2PT / q^2; \quad N_S = P / W;$$

$$N_S / N_0 = (P / W) / (2PT / q^2) = q^2 / 2WT;$$

Т.к. $q^2 = 100$ (20 дБ) и

$$N_S / N_0 = q^2 / 2WT \leq 0,1,$$

необходимый выигрыш от обработки

$$WT \geq q^2 / 2(N_S / N_0) = 100/0,2 = 500.$$

Список литературы

1. Ипатов В. Широкополосные системы и кодовое разделение сигналов. Принципы и приложения / В. Ипатов. – М. : Техносфера, 2007. – 488 с.
2. Самойлов И. М. Задачник по курсу «Телекоммуникационные системы» / И. М. Самойлов. – СПб. : СПбГЭТУ «ЛЭТИ», 2006. – 27 с.
3. Прокис Дж. Цифровая связь : пер. с англ. / Дж. Прокис ; под ред. Д. Д. Кловского – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.
4. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение : пер. с англ. – 2-е изд. испр. / Б. Скляр. – М.: Изд. дом «Вильямс», 2003. – 1104 с.
5. Пенин П. И. Системы передачи цифровой информации : учеб. пособие для вузов / П. Пенин. – М.: Сов. радио, 1983. – 368 с.
6. Рассветалов Л. А. Введение в цифровую связь : учеб. пособие / Л. А. Рассветалов ; НовГУ им. Ярослава Мудрого. – Великий Новгород, 2015. – 115 с.