

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт электронных и информационных систем

Кафедра алгебры и геометрии



С.И. Эминов
2017 г.

МАТЕМАТИКА

Учебный модуль по направлению подготовки
09.03.01 – Информатика и вычислительная техника
Профиль – Программное обеспечение вычислительной техники и
автоматизированных систем

Рабочая программа

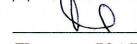
СОГЛАСОВАНО

Начальник Учебного отдела

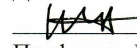
 О.Б. Широколобова
« 30 » 05 2017 г.

Разработали

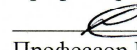
Доцент КАГ

 Д.В. Коваленко

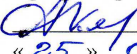
Доцент КАГ

 В.Г. Николаев

Профессор КАГ

 Т.Г. Сукачева

Профессор КПИИ

 А.В. Колногоров

« 25 » 02 2017 г.

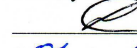
Заведующий выпускающей кафедрой ИТС

 А.И. Гавриков

« 30 » 05 2017 г.

Принято на заседании кафедры

Заведующий кафедрой АГ

 Т.Г. Сукачева

« 01 » 03 2017 г.

Протокол № 7

1 Цели и задачи учебного модуля

Цели учебного модуля (УМ) – развитие общей математической культуры студентов, создание базы для успешного освоения дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов, готовности к решению системы профессиональных задач, связанных с применением методов данного УМ.

Задачи (УМ) – задачи, решение которых обеспечивает достижение цели:

- формирование систематизированных знаний в области математики (математического анализа, математической логики), представлений о месте и роли этих дисциплин в системе дисциплин естественнонаучного и профессионального циклов, возможностей использования его как фундамента;
- привитие и развитие математического мышления, воспитание высокой математической культуры; формирование личности студента, развитие его интеллекта, способностей к логическому и алгоритмическому мышлению; освоение студентами математических методов и основ математического моделирования;
- на примерах математических понятий и методов продемонстрировать студентам сущность научного подхода, специфику математики и ее роль в прикладных исследованиях.

2 Место учебного модуля в структуре ОП направления подготовки

Данный модуль входит в базовую часть блока Б1 (БЕ.Б.1). Формируемые компетенции определяются Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по направлению 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника.

Освоение данного модуля предполагает входные знания – знания, умения и виды деятельности, сформированные в процессе изучения дисциплин «Математика» и «Информатика» школьного курса.

Базовые знания в области математики при изучении модуля «Математика» являются фундаментом высшего математического и технического образования. Знания, умения и навыки, формируемые в процессе изучения этого модуля, используются при освоении таких дисциплин как информатика, физика и др.

3 Требования к результатам освоения дисциплины

В результате изучения данного модуля студент формирует и демонстрирует следующие общекультурные и общепрофессиональные компетенции:

ОК-7- способность к самоорганизации и самообразованию;

ОПК-5- способность решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности.

В результате изучения модуля студент должен:***знать:***

- основные математические понятия, определения, свойства, формулировки теорем, а также связи между ними,
- сущность некоторых основных математических методов,
- место и роль математики в системе наук;

уметь:

- решать типовые математические задачи,
- уметь применять некоторые основные математические методы в решении различных задач, в том числе и в смежных дисциплинах,
- уметь доказывать основные теоремы и некоторые другие математические утверждения;

владеть:

- определенными способами доказательств (например, метод математической индукции, доказательство от противного, применение закона контрапозиции и др. законов логики),
- практическими навыками решения типовых математических задач.

Структура и содержание учебного модуля**4.1 Трудоемкость учебного модуля**

В структуре УМ можно выделить 4 учебных элемента модуля (УЭМ) в качестве самостоятельных разделов:

УЭМ1: Алгебра и геометрия

УЭМ2: Математический анализ

УЭМ3: Математическая логика

УЭМ4: Теория вероятностей и математическая статистика

Полная трудоемкость учебного модуля составляет 15 зачетных единиц (ЗЕ) – по 6 ЗЕ в 1 и 2 семестрах и 3 ЗЕ в 3 семестре, со следующим распределением учебной работы (табл. 1).

Таблица 1 – Распределение учебной работы и трудоемкость учебного модуля для очной формы обучения

Учебная работа (УР)		Всего	Распределение по семестрам			Коды форм-х компетенций
			1	2	3	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)		15	6	6	3	
Распределение трудоемкости по видам УР в академических часах (АЧ):						
УЭМ1 Алгебра и геометрия	- лекции	18	18			ОК-7, ОПК-5
	- практические занятия	27	27			
	- лабораторные работы	0	0			
	- в т.ч. аудиторная СРС	9	9			
	-внеаудиторная СРС	45	45			
УЭМ2 Математический анализ	- лекции	36	18	18		ОК-7, ОПК-5
	- практические занятия	54	27	27		
	- лабораторные работы	0	0	0		
	- в т.ч. аудиторная СРС	18	9	9		
	-внеаудиторная СРС	90	45	45		
УЭМ3 Математическая логика	- лекции	18		18		ОК-7, ОПК-5
	- практические занятия	27		27		
	- лабораторные работы	0		0		
	- в т.ч. аудиторная СРС	9		9		
	-внеаудиторная СРС	45		45		
УЭМ4 Теория вероятностей	- лекции	27			27	ОК-7, ОПК-5
	- практические занятия	27			27	
	- лабораторные работы	0			0	
	- в т.ч. аудиторная СРС	9			9	
	-внеаудиторная СРС	54			54	
Аттестация:						
- экзамен (1, 2 семестр), зачет (3 семестр)		72	36	36		
Итого		306	126	126	54	

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля

УЭМ 1: Алгебра и геометрия:

- 1.1 Комплексные числа.
- 1.2 Системы линейных уравнений.
- 1.3 Алгебра матриц.
- 1.4 Определители.
- 1.5 Векторная алгебра.
- 1.6 Прямые на плоскости. Плоскости и прямые в пространстве.
- 1.7 Кривые 2-го порядка. Поверхности 2-го порядка.
- 1.8 Линейные пространства. Подпространства, пересечение и сумма подпространств.
- 1.9 Евклидовы пространства. Ортогональный и ортонормированный базисы.

УЭМ 2: Математический анализ:

- 2.1 Понятия функции одной и n переменных.
- 2.2. Непрерывность суммы, произведения, частного функций.
- 2.3 Предел композиции функций, непрерывность композиции функций.
- 2.4 Понятие производной, дифференциал функции одной и n переменных.
- 2.5 Формула Тейлора для функций одной и n переменных.
- 2.6 Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства.
- 2.7 Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
- 2.8 Алгоритм интегрирования рациональной функции.
- 2.9 Понятие двойного и тройного интегралов, их вычисление.
- 2.10 Вычисление криволинейного интеграла II рода.

УЭМ 3: Математическая логика и теория алгоритмов:

- 3.1 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями.
- 3.2 Формулы алгебры логики. равносильные формулы алгебры логики. равносильные преобразования формул.
- 3.3 Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
- 3.4 Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ).
- 3.5 Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ).
- 3.6 Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики.
- 3.7 Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.
- 3.8 равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма.
- 3.9 Общезначимость и выполнимость формул.
- 3.10 Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построение отрицания предложений.

УЭМ4: Теория вероятностей и математическая статистика:

- 4.1 Классическая теория вероятностей
- 4.2 Дискретные случайные величины
- 4.3 Непрерывные случайные величины
- 4.4 Совместное распределение случайных величин.
- 4.5 Центральная предельная теорема и закон больших чисел.
- 4.6 Точечные статистические оценки.
- 4.7 Интервальные статистические оценки.
- 4.8 Регрессионный анализ.
- 4.9 Проверка статистических гипотез.

4.3 Организация изучения учебного модуля

Образовательный процесс по модулю строится на основе комбинации следующих образовательных технологий.

Интегральную модель образовательного процесса по модулю формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое, контекстное обучение, развивающее обучение.

Реализация данной модели предполагает использование следующих технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов образовательного процесса), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

- лекционных (вводная лекция, лекция-презентация, информационная лекция);
- практических (работа в малых группах, обсуждение конкретных ситуаций);
- исследовательских (выполнение самостоятельной работы, решение конкретных задач);
- самоуправления как самостоятельной работы студентов (работа с учебником, выполнение домашних заданий).

Необходимо обязательное использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций, контроля знаний и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных занятий.

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета.

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый – по окончании изучения соответствующих УЭМ.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с положением от 25.06.13, протокол №9 «О фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников».

Содержание видов контроля и их график отражены в технологических картах учебного модуля (Приложение Б1, Б2, Б3).

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В).

7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля

Реализация учебного модуля требует наличия учебной аудитории, оборудованной:

- посадочными местами по количеству обучающихся;
- рабочим местом преподавателя;
- методическими материалами (включая электронные): комплект учебно-методических пособий по разделам модуля.

Технические средства обучения

- Word, MS Excel.

Приложения (обязательные):

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В - Карта учебно-методического обеспечения УМ

Приложение А

А1 Методические рекомендации по организации изучения раздела учебного модуля УЭМ1 «Алгебра и геометрия»

Методические рекомендации по организации УЭМ1 предусматривает следующие виды учебных занятий: теоретические (лекционные), практические занятия.

Содержание основных разделов, а так же методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л -1 академический час, ПЗ-1 академический час). Теоретические разделы, практические занятия и домашние задания соответствуют учебному пособию [7, 8, 9]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, которые не успели решить в аудитории. Темы самостоятельной работы представлены в конце каждого раздела. Отчёт о проделанной самостоятельной работе и домашние работы предоставляются в виде конспекта.

Специфика дисциплины состоит в том, что в ней соединены как чисто алгебраические структуры и методы (системы линейных уравнений, теория матриц и определителей, линейная алгебра), так и геометрические разделы (векторная алгебра, аналитическая геометрия). Другой особенностью служит малое количество аудиторных часов, выделяемых на предмет. Наконец, при преподавании дисциплины приходится учитывать возраст и будущую специализацию студентов I курса, которые впоследствии будут заниматься скорее не фундаментальными, а прикладными исследованиями.

Изучаемый в курсе материал является базовым и крайне востребован в других математических и прикладных дисциплинах. Поэтому основной задачей преподавателя является ознакомление студентов – на уровне строгих обоснований – с алгебраическими и геометрическими методами, применяемыми как в смежных разделах математики (математический анализ, дифференциальные уравнения, дискретная математика, теория вероятностей и др.), так и в нематематических науках, с целью формирования у студентов единого «алгебро-геометрического» подхода к решению задач. Практика показывает, что, если материал начитывается отдельными, мало связанными друг с другом, блоками, достичь этой цели не удастся. В связи с вышеизложенным общее построение курса базируется на следующем: 1) обоснование необходимости введения каждого нового объекта для решения той или иной задачи; 2) связь каждой следующей темы с предыдущей; 3) регулярная демонстрация тесной взаимосвязи, существующей между алгебраическими и геометрическими объектами.

УЭМ1: Алгебра и геометрия

Тема 1.1 Комплексные числа.

(Л 1) Определение комплексного числа, действия над ними в алгебраической форме записи, свойства арифметических операций и операции сопряжения.

Геометрическая интерпретация и тригонометрическая форма записи комплексного числа, произведение/частное чисел в тригонометрической форме, теорема Муавра-Лапласа.

(ПЗ 1-2) Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи. Переход от алгебраической формы записи к геометрической. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.

Темы домашнего задания СРС:

1. Действия над комплексными числами в алгебраической форме записи. Переход от алгебраической формы записи к геометрической. Возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.
2. Решение задач по теме 1.1

Тема 1.2 Системы линейных уравнений.

(Л 2-4) Системы линейных уравнений (СЛУ). Решение СЛУ. Однородные/неоднородные, совместные/несовместные СЛУ. Равносильные системы. Элементарные преобразования СЛУ I, II и III рода. Теорема о равносильности элементарных преобразований. Основная и расширенная матрицы СЛУ. Ступенчатый вид матрицы. Теорема о приведении матрицы к ступенчатому виду. Метод Гаусса решения СЛУ. Исследование СЛУ по ступенчатому виду расширенной матрицы. Общее и частное решения СЛУ.

Арифметическое n -мерное векторное пространство – определения и свойства. Подпространство. Линейная оболочка векторов. Линейная зависимость и независимость системы векторов, свойства. Ранг и базис системы векторов, размерность подпространства, свойства.

Горизонтальный и вертикальный ранги матрицы. Теорема о сохранении рангов при элементарных преобразованиях строк. Теорема о ранге матрицы. Способ нахождения ранга матрицы. Инвариантность числа главных неизвестных СЛУ. Критерии совместности и определенности СЛУ.

Особенные и неособенные матрицы. Единичная матрица. Критерий неособенности матрицы (приведение ее к единичной). Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.

(ПЗ 3-5) Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Определение линейной зависимости/независимости векторов, нахождение ранга и базиса системы векторов. Нахождение ранга матрицы. Нахождение общего решения и фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.

Темы домашнего задания СРС:

1. Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Определение линейной зависимости/независимости векторов, нахождение ранга и базиса системы векторов. Нахождение ранга матрицы. Нахождение общего решения и фундаментальной системы решений однородной системы линейных уравнений.
2. Решение задач по теме 1.2

Тема 1.3 Алгебра матриц.

(Л 5) Операции над матрицами. Свойства операций. Теорема о ранге произведения матриц. Треугольные матрицы. Теорема о произведении треугольных матриц.

Элементарные матрицы. Теорема об эквивалентности элементарных преобразований строк/столбцов умножению на элементарные матрицы.

Обратная матрица, свойства. Критерий обратимости матрицы. Способ поиска обратной матрицы через приведение к единичной. Матричный способ решения системы линейных уравнений.

(ПЗ 6) Операции над матрицами. Решение матричных уравнений. Нахождение обратной матрицы через приведение к единичной. Матричный способ решения системы линейных уравнений.

Темы домашнего задания СРС:

1. Операции над матрицами. Решение матричных уравнений. Нахождение обратной матрицы через приведение к единичной. Матричный способ решения системы линейных уравнений.
2. Решение задач по теме 1.3

Тема 1.4 Определители.

(Л 6-9) Перестановки из n элементов. Инверсии. Четность перестановки. Количество перестановок в S_n . Изменение четности перестановки при транспозиции. Обратная перестановка. Теорема об одинаковой четности прямой и обратной перестановок. Определитель n -го порядка. Вычисление определителей малых порядков (1, 2 и 3 порядков). Определитель треугольной матрицы. Сохранение определителя при транспонировании матрицы.

Свойства определителей, связанные с преобразованиями строк/столбцов матрицы. Определитель произведения матриц.

Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель матрицы с единственным ненулевым элементом в первой строке/столбце. Разложение определителя по строке и столбцу. Разложение по чужой строке/столбцу. Теорема Крамера.

Вырожденные и невырожденные матрицы. Критерий невырожденности. Способ поиска обратной матрицы через определители. Минор i -го порядка прямоугольной матрицы. Метод окаймляющих миноров.

(ПЗ 7-12) Определение четности перестановки. Вычисление определителей 2-4 порядка по определению. Вычисление определителей с помощью преобразований строк/столбцов матрицы. Вычисление определителей разложением по строке/столбцу. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Решение систем линейных уравнений матричным методом с поиском обратной матрицы через определители. Вычисление определителей n -го порядка.

Темы домашнего задания СРС:

1. Определение четности перестановки. Вычисление определителей 2-4 порядка по определению. Вычисление определителей с помощью преобразований строк/столбцов матрицы. Вычисление определителей разложением по строке/столбцу. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Решение систем линейных уравнений матричным методом с поиском обратной матрицы через определители. Вычисление определителей n -го порядка.
2. Решение задач по теме 1.4

Тема 1.5 Векторная алгебра.

(Л 10-11) Векторы, линейные операции над векторами (сложение, умножение на число), свойства. Проекция вектора на ось, скалярное произведение векторов, свойства. Векторное произведение векторов, свойства. Смешанное произведение векторов, свойства.

Координаты вектора на прямой, плоскости, в пространстве. Операции с векторами в координатах.

(ПЗ 13) Операции с векторами в координатах.

Темы домашнего задания СРС:

1. Операции с векторами в координатах.
2. Решение задач по теме 1.5

Тема 1.6 Прямые на плоскости. Плоскости и прямые в пространстве.

(Л 12-14) Уравнения прямой на плоскости (общее, векторное, параметрическое, каноническое, через 2 точки, в отрезках). Критерий попадания 2-х точек в одну или разные полуплоскости. Взаимное расположение прямых на плоскости, угол между прямыми. Пучок прямых. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости (общее, векторное, параметрическое, каноническое, через 3 точки, в отрезках). Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей, угол и расстояние между ними. Пучок плоскостей.

Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол и расстояние между прямыми. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве, угол и расстояние между ними.

(ПЗ 14-17) Уравнения прямой на плоскости. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол и расстояние между прямыми.

Темы домашнего задания СРС:

1. Уравнения прямой на плоскости. Пучок прямых. Расстояние от точки до прямой. Уравнения плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол и расстояние между прямыми.
2. Решение задач по теме 1.6

Тема 1.7 Кривые 2-го порядка. Поверхности 2-го порядка.

(Л 15-16) Эллипс, каноническое уравнение, свойства. Гипербола, каноническое уравнение, свойства. Парабола, каноническое уравнение, свойства. Директрисы кривой 2 порядка, свойства.

Общее уравнение кривой 2 порядка. Центр кривой 2 порядка. Теорема о наличии центра у кривой 2 порядка. Преобразования системы координат на плоскости. Теорема о центре кривой 2 порядка. Теорема об избавлении от a_{12} . Классификация кривых второго порядка. Цилиндрические поверхности, канонические уравнения, свойства. Конические поверхности, каноническое уравнение, свойства. Эллипсоиды, канонические уравнения, свойства. Гиперболоиды, канонические уравнения, свойства. Параболоиды, канонические уравнения, свойства. Классификация поверхностей 2 порядка. Графическое изображение поверхностей.

(ПЗ 18-23) Составление канонического уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду с помощью преобразования координат. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.

Темы домашнего задания СРС:

1. Составление канонического уравнения эллипса, гиперболы, параболы. Приведение общего уравнения кривой 2-го порядка к каноническому виду с помощью преобразования координат. Канонические уравнения поверхностей 2-го порядка.
2. Решение задач по теме 1.7

Тема 1.8 Линейные пространства. Подпространства, пересечение и сумма подпространств

(Л 17) Определение линейного пространства. Примеры. Линейная зависимость и независимость векторов. Размерность и базис линейного пространства. Пересечение и сумма подпространств. Координаты вектора в базисе. Операции с векторами в координатах. Критерий базисности набора векторов. Матрица перехода. Теорема о последовательном переходе. Обратный переход. Связь между координатами вектора в разных базисах.

(ПЗ 24-25) Размерность и базис подпространств. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора.

Темы домашнего задания СРС:

1. Матрица перехода от одного базиса к другому. Преобразование координат вектора. Размерности и базисы пересечения и суммы подпространств.
2. Решение задач по теме 1.8.

Тема 1.9 Евклидовы пространства. Ортогональный и ортонормированный базисы

(Л 18) Евклидово пространство. Ортогональный и ортонормированный базисы. Ортогональное дополнение подпространства евклидова пространства

(ПЗ 26-27) Процесс ортогонализации и нормирования. Размерность и базис ортогонального дополнения подпространства.

Темы домашнего задания СРС:

1. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Вычисление ортогональной проекции и ортогональной составляющей вектора относительно подпространства.
2. Решение задач по теме 1.9.

Демонстрационный вариант СР1

Тема: «Комплексные числа. Системы линейных уравнений. Арифметическое n -мерное пространство»

1. Вычислить корни из комплексного числа:
$\sqrt[3]{\frac{5i-5}{i+3} + \frac{3i-1}{i-2}}$
2. Исследовать векторы на линейную зависимость, найти базис и ранг системы векторов:
$\vec{a}_1 = (1, -1, 0, 2, -1), \vec{a}_2 = (1, 2, -1, -3, 1),$ $\vec{a}_3 = (2, -1, 2, 0, 2), \vec{a}_4 = (4, 0, 1, -1, 2)$
3. Методом Гаусса решить систему линейных уравнений:
$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ -3x_1 + 7x_2 + 4x_4 = 7 \\ -4x_1 - 2x_3 + 5x_4 = -9 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = -5 \end{cases}$

Демонстрационный вариант СР2

Тема: «Определители»

1. Методом Крамера найти неизвестные x_1 и x_3 в системе линейных уравнений:
$\begin{cases} -2x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ -3x_1 + 7x_2 + 4x_4 = 7 \\ -4x_1 - 2x_3 + 5x_4 = -9 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 + 4x_4 = -5 \end{cases}$
2. Решить систему уравнений матричным методом, при этом обратную матрицу найти через определители:
$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = 6 \\ -3x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -10 \\ -4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 9 \end{cases}$

Демонстрационный вариант СР3

Тема: «Прямая на плоскости. Кривые 2-го порядка»

1. Решить задачу на прямую на плоскости
В треугольнике с вершинами А (2, -1), В(-3, -2) и С(5,0) составить уравнение высоты, проведенной из вершины В.
3. Составить каноническое уравнение эллипса, у которого:
$\frac{\sqrt{3}}{4}$ эксцентриситет равен $\frac{\sqrt{3}}{4}$, а большая ось равна 8.
4. Привести уравнение кривой к каноническому

виду с помощью преобразования координат, определить вид кривой:

$$-x^2 + 36xy + 14y^2 - 38x + 8y - 75 = 0$$

Демонстрационный вариант СР4

Тема: «Линейные пространства. Евклидовы пространства»

1. Даны две системы векторов в пространстве R^3 . Доказать, что каждая из них образует базис пространства и найти матрицу перехода от базиса

$$(\vec{e}) = \begin{cases} \vec{e}_1 = (3, 2, -1) \\ \vec{e}_2 = (0, 1, 5) \\ \vec{e}_3 = (-1, 2, 14) \end{cases} \quad (\vec{v}) = \begin{cases} \vec{v}_1 = (4, -1, -2) \\ \vec{v}_2 = (3, 2, -6) \\ \vec{v}_3 = (1, 0, -1) \end{cases}$$

2. Найти ортонормированный базис линейной оболочки векторов.

$$L(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (1, 1, -1, -2) \\ \vec{a}_2 = (5, 8, -2, -3) \\ \vec{a}_3 = (3, 9, 3, 8) \end{cases}$$

Контрольные вопросы к УЭМ1 (КЛ 1)

1. Определение комплексного числа, действия над ними в алгебраической форме записи, свойства арифметических операций и операции сопряжения.
2. Геометрическая интерпретация и тригонометрическая форма записи комплексного числа, произведение/частное чисел в тригонометрической форме, теорема Муавра-Лапласа.
3. Системы линейных уравнений (СЛУ). Решение СЛУ. Однородные/неоднородные, совместные/несовместные СЛУ. Равносильные системы. Элементарные преобразования СЛУ I, II и III рода. Теорема о равносильности элементарных преобразований.
4. Основная и расширенная матрицы СЛУ. Ступенчатый вид матрицы. Теорема о приведении матрицы к ступенчатому виду.
5. Метод Гаусса решения СЛУ. Исследование СЛУ по ступенчатому виду расширенной матрицы. Общее и частное решения СЛУ.
6. Арифметическое n -мерное векторное пространство – определения и свойства. Подпространство. Линейная оболочка векторов.
7. Линейная зависимость и независимость системы векторов, свойства.
8. Ранг и базис системы векторов, размерность подпространства, свойства.
9. Горизонтальный и вертикальный ранги матрицы. Теорема о сохранении рангов при элементарных преобразованиях строк.
10. Теорема о ранге матрицы. Способ нахождения ранга матрицы. Инвариантность числа главных неизвестных СЛУ.
11. Критерии совместности и определенности СЛУ. Особенные и неособенные матрицы. Единичная матрица. Критерий неособенности матрицы (приведение ее к единичной).
12. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений.
13. Операции над матрицами. Свойства операций. Теорема о ранге произведения матриц.

14. Треугольные матрицы. Теорема о произведении треугольных матриц. Обратная матрица, свойства.
15. Элементарные матрицы. Теорема об эквивалентности элементарных преобразований строк/столбцов умножению на элементарные матрицы.
16. Критерий обратимости матрицы. Способ поиска обратной матрицы через приведение к единичной. Матричный способ решения системы линейных уравнений.
17. Перестановки из n элементов. Инверсии. Четность перестановки. Количество перестановок в S_n . Изменение четности перестановки при транспозиции. Обратная перестановка. Теорема об одинаковой четности прямой и обратной перестановок.
18. Определитель n -го порядка. Вычисление определителей малых порядков (1, 2 и 3 порядков). Определитель треугольной матрицы. Сохранение определителя при транспонировании матрицы.
19. Свойства определителей, связанные с преобразованиями строк/столбцов матрицы.
20. Определитель произведения матриц.
21. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Определитель матрицы с единственным ненулевым элементом в первой строке/столбце. Разложение определителя по строке и столбцу. Разложение по чужой строке/столбцу.
22. Теорема Крамера.
23. Вырожденные и невырожденные матрицы. Критерий невырожденности. Способ поиска обратной матрицы через определители.
24. Минор r -го порядка прямоугольной матрицы. Метод окаймляющих миноров.

Контрольные вопросы к УЭМ1 (КЛ 2)

1. Векторы, линейные операции над векторами (сложение, умножение на число), свойства.
2. Проекция вектора на ось, скалярное произведение векторов, свойства.
3. Векторное произведение векторов, свойства.
4. Смешанное произведение векторов, свойства.
5. Координаты вектора на прямой, плоскости, в пространстве. Операции с векторами в координатах.
6. Уравнения прямой на плоскости (общее, векторное, параметрическое, каноническое, через 2 точки, в отрезках). Критерий попадания 2-х точек в одну или разные полуплоскости.
7. Взаимное расположение прямых на плоскости, угол между прямыми. Пучок прямых.
8. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
9. Уравнения плоскости (общее, векторное, параметрическое, каноническое, через 3 точки, в отрезках).
10. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
11. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол и расстояние между прямыми.
12. Взаимное расположение плоскостей, угол и расстояние между ними. Пучок плоскостей.
13. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве, угол и расстояние между ними.
14. Эллипс, каноническое уравнение, свойства.
15. Гипербола, каноническое уравнение, свойства.
16. Парабола, каноническое уравнение, свойства.
17. Директрисы кривой 2 порядка, свойства.

18. Общее уравнение кривой 2 порядка. Центр кривой 2 порядка. Теорема о наличии центра у кривой 2 порядка.
19. Преобразования системы координат на плоскости. Теорема о центре кривой 2 порядка.
20. Теорема об избавлении от a_{12} . Классификация кривых второго порядка.
21. Цилиндрические поверхности, канонические уравнения, свойства.
22. Конические поверхности, каноническое уравнение, свойства.
23. Эллипсоиды, канонические уравнения, свойства.
24. Гиперболоиды, канонические уравнения, свойства.
25. Параболоиды, канонические уравнения, свойства.
26. Классификация поверхностей 2 порядка. Графическое изображение поверхностей.
27. Линейные пространства – определение, примеры, свойства.
28. Линейные подпространства – определение, критерий. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.
29. Линейная зависимость и независимость векторов, свойства. Размерность подпространства.
30. Базис подпространства. Теорема о дополнении до базиса. Теорема о размерностях суммы и пересечения подпространств.
31. Связь между базисами. Преобразование координат вектора.
32. Евклидово пространство. Длина вектора, угол между векторами. Теоремы.
33. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства.
34. Ортогональное дополнение подпространства.

A2 Методические рекомендации по организации изучения раздела учебного модуля УЭМ2 «Математический анализ»

Методические рекомендации по организации УЭМ2 предусматривает следующие виды учебных занятий: теоретические (лекционные), практические занятия.

Содержание основных разделов, а так же методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л1 -1 академический час, ПЗ-1 академический час). Теоретические разделы, практические занятия и домашние задания соответствуют учебным пособиям [10,11,12]. После каждого практического занятия домой задаются те примеры, которые не успели решить в аудитории. Темы самостоятельной работы представлены в конце каждого раздела. Отчёт о проделанной самостоятельной работе и домашние работы предоставляются в виде конспекта.

Данная дисциплина предполагает изучение объектов, относящихся не только к области математического анализа, но и к области дифференциальных уравнений. При этом каждый раздел является отдельной темой, требующей довольно длительного изучения. В этой связи очень важной является самостоятельная работа студентов над изучением некоторых несложных, но объемных тем. Такой подход позволяет на лекциях изучать в основном темы, наиболее сложные для понимания. Затем на практических занятиях происходит закрепление изученного материала. При преподавании дисциплины нужно учитывать будущую специализацию студентов I курса, которые впоследствии будут заниматься скорее не фундаментальными, а прикладными исследованиями.

Изучаемый в курсе материал является крайне важным и будет в дальнейшем востребован в прикладных дисциплинах. Таким образом, общее построение курса можно разбить на следующие три части: 1) изучение на лекциях наиболее сложных тем; 2) самостоятельное изучение студентами более простых тем; 3) закрепление изученного материала на практических занятиях.

УЭМ2: Математический анализ (1 семестр)

Тема 2.1.1. Числовые функции. Предел. Непрерывность

(Л 1-4) Функции одной и n переменных. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства. Предел функции. Свойства пределов. I и II замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на множестве. Точки разрыва. Свойства функций непрерывных на отрезке.

(ПЗ 1-6) Модуль числа, неравенства с модулем. Построение графиков преобразованиями известных. Техника вычисления пределов. Исследование на непрерывность. Точки разрыва.

Темы домашнего задания СРС 2.1.1:

1. Операции над множествами (разность, дополнение, декартово произведение).
2. Числовая последовательность, предел. Монотонность, ограниченность. Число e .
3. Основные элементарные функции, свойства, графики.

Тема 2.1.2. Дифференцируемость функций

(Л 5-6) Дифференцируемость функции, Производная и дифференциал. Частные производные и полный дифференциал. Правила дифференцирования. Производные и дифференциалы высших порядков.

(ПЗ 7-9) Техника дифференцирования.

Темы домашнего задания СРС 2.1.2:

1. Вывод табличных производных.
2. Функции, заданные параметрически и неявно, их дифференцирование.
3. Теоремы Ферма и Лагранжа.

Тема 2.1.3. Приложения дифференциального исчисления в механике, геометрии, анализе

(Л 7-8) Механический и геометрический смысл производной. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Исследование функций одной и n переменных на экстремум.

(ПЗ 10-12) Исследование функций и построение графиков.

Темы домашнего задания СРС 2.1.3:

1. Локальная формула Тейлора, ее приложения.
2. Правила Лопиталя.
3. Асимптоты.
4. Направление выпуклости. Точки перегиба.

Тема 2.1.4. Неопределенный и определенный интегралы, свойства, вычисление, приложения

(Л 9-14) Первообразная, неопределенный интеграл, свойства. Замена переменной. Интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функции. Определенный интеграл, условия существования, свойства, вычисление. Вычисление площадей, объемов, длин.

(ПЗ 13-21) Техника интегрирования. Приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

Темы домашнего задания СРС 2.1.4:

1. Интегрирование тригонометрических функций. Универсальная подстановка.
2. Интегрирование линейных и дробно-линейных иррациональностей.
3. Методы приближенного вычисления определенных интегралов.

Тема 2.1.5. Понятия двойного и криволинейных интегралов

(Л 15-18) Двойной интеграл, свойства, сведение к повторному, приложения. Замена переменных, двойной интеграл в полярной системе координат. Криволинейный

интеграл II рода. Формула Грина. Условия независимости от выбора кривой интегрирования.

(ПЗ 21-27) Техника вычисления двойных и криволинейных интегралов, их приложения.

Темы домашнего задания СРС 2.1.5:

1. Понятие тройного интеграла, сведение к повторному. Замена переменных, цилиндрические и сферические координаты.

2. Криволинейный интеграл III рода, вычисление, приложения.

Демонстрационный вариант СР1 (1 семестр)

Тема 2.1.1: «Числовые функции. Предел. Непрерывность»

1. Найти область определения:

а) $y = \frac{\sqrt{3x-1}}{\ln x},$

б) $z = \sqrt{y \sin x}$

2. Построить график:

а) $y = (x-1)^2 = 2,$

б) $y = x^2 - 2|x| - 3$

3. Решить неравенство:

а) $|1-3x| > 7,$

б) $|x^2 - 6| \leq 2$

4. Вычислить:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(x-1)^2(2x+1)^3 \sqrt{3x} - 1}{x^5 - 2},$

г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+1}{x+5} \right),$

б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 - 1},$

д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x} - 1}{\ln(1+2x)},$

в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sin 3x}{1 - \cos x}.$

5. Исследовать на непрерывность, указать тип точек разрыва:

а) $y = \frac{x^2 - 1}{|x - 1|},$

б) $y = \begin{cases} -x^2, & x < 0, \\ \sin x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ \frac{1}{x-4}, & x \geq \pi. \end{cases}$

Демонстрационный вариант СР2 (1 семестр)

Тема 2.1.2: «Дифференцируемость функций»

1. Найти y' :

а) $y = \sqrt{\sin \frac{1}{x}},$

г) $y = \log_2^3(\operatorname{arctg} \sqrt{x})$

б) $y = 2^{x^2 + 3x + 1},$

д) $y = x^{\sin x}$

$$в) y = \frac{\cos^3 x}{\arcsin x},$$

$$е) \left. \begin{aligned} x &= a \cos^3 t \\ y &= a \sin^3 t \end{aligned} \right\}.$$

2. Найти dy и d^2y :

$$а) y = \cos^2 3x,$$

$$б) y = \ln(x^2 + 8).$$

3. Найти dz и d^2z :

$$а) z = x^2 y + \frac{y^2}{x},$$

$$г) z = \operatorname{tg} \frac{x}{y}.$$

4. Вычислить приближенно:

$$а) \arctg(0,35),$$

$$б) 0,97^{1,05}$$

$$в) f(x) = x \ln(x-2) \text{ при } x = 3,2.$$

Демонстрационный вариант СР3 (1 семестр)

Тема 2.1.3: «Приложения дифференциального исчисления в механике, геометрии, анализе»

1. Построить график функции, проведя её исследование:

$$а) y = \frac{x^2}{x-1},$$

$$б) y = x^2 e^{-x}.$$

2. Исследовать функцию на экстремум:

$$z = x^2 + xy + y^2 - 6x - 9y.$$

3. Найти наибольшее значение функции $z = xy(4 - x - y)$ в области $D: x-1, y=0, x+y=6$.

Демонстрационный вариант СР4 (1 семестр)

Тема 2.1.4: «Неопределенный и определенный интегралы, свойства, вычисление, приложения»

1. Найти:

$$а) \int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$$

$$д) \int \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}} dx$$

$$б) \int \sin(3x-1) dx$$

$$е) \int (2x+5) \cdot e^{3x} dx$$

$$в) \int \frac{2x+6}{x^2+6x+1} dx$$

$$ж) \int x \arctg x dx$$

$$г) \int \frac{1+\ln x}{x} dx$$

2. Вычислить:

$$a) \int_1^8 \frac{dx}{3x-2},$$

$$b) \int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1} dx,$$

$$c) \int_1^e \frac{\sqrt[4]{1+\ln x}}{x} dx,$$

$$d) \int_{-2}^0 (x+2) \cos 3x dx.$$

3. Исследовать на сходимость:

$$a) \int_0^{+8} \frac{dx}{x^2 + 2x + 2},$$

$$b) \int_0^2 \frac{dx}{(x-2)^2}.$$

Демонстрационный вариант СР5 (1 семестр)

Тема 2.1.5: «Понятия двойного и криволинейного интегралов»

1. Вычислите повторные интегралы:

$$a) \int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x \frac{x^2}{y^2} dy;$$

$$b) \int_0^{2\pi} dy \int_0^a r^2 \sin^2 y dy.$$

2. Представить $\iint_D f(x,y) dx dy$ в виде повторного двумя способами:

$$a) D: 2y = x^2, y = x;$$

$$b) D: y = x^3, y = 0, x + y = 8.$$

3. Вычислить, сводя к повторному:

$$a) \iint_D (x+2y) dx dy, \quad D: y = x - x^2, y = 1 - x^2, x = 0;$$

$$b) \iint_D x^2 dx dy, \quad D: y = x, y = \frac{1}{x}, x = 2.$$

4. Вычислить, переходя к полярным координатам:

$$a) \iint_D \sin(x^2 + y^2) dx dy, \quad D: \begin{cases} y = \sqrt{9-x^2} \\ y = 0, x = 0, x = -3 \end{cases};$$

$$b) \iint_D \frac{dx dy}{x^2 + y^2 + 1}, \quad D: y = -\sqrt{1-x^2}, y = 0.$$

5. Вычислить криволинейные интегралы:

$$a) \int_{\gamma} x dx - y dy, \quad \gamma = \cup AB :: \begin{cases} x = 2 \cos^3 t \\ y = 2 \sin^3 t \end{cases} \quad A(2,0), \quad B(0,2).$$

$$b) \int_{\gamma} y dx - (y + x^2) dy, \quad \gamma = \cup AB: y = 2x - x^2,$$

расположенная над осью Ox и пробегаемая по ходу часовой стрелки.

$$\text{в) } \int_{(0,2)}^{(1,2)} yxe^x dx + (x-1)e^x dy.$$

**Контрольные вопросы к экзамену
«Алгебра и геометрия, математический анализ»
(УЭМ1, УЭМ2)**

1 семестр

1. Векторы, линейные операции над векторами (сложение, умножение на число), свойства.
2. Проекция вектора на ось, скалярное произведение векторов, свойства.
3. Векторное произведение векторов, свойства.
4. Смешанное произведение векторов, свойства.
5. Координаты вектора на прямой, плоскости, в пространстве. Операции с векторами в координатах.
6. Уравнения прямой на плоскости (общее, векторное, параметрическое, каноническое, через 2 точки, в отрезках). Критерий попадания 2-х точек в одну или разные полуплоскости.
7. Взаимное расположение прямых на плоскости, угол между прямыми. Пучок прямых.
8. Нормальное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой.
9. Уравнения плоскости (общее, векторное, параметрическое, каноническое, через 3 точки, в отрезках).
10. Нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости.
11. Уравнения прямой в пространстве. Взаимное расположение прямых в пространстве. Угол и расстояние между прямыми.
12. Взаимное расположение плоскостей, угол и расстояние между ними. Пучок плоскостей.
13. Взаимное расположение плоскости и прямой в пространстве, угол и расстояние между ними.
14. Эллипс, каноническое уравнение, свойства.
15. Гипербола, каноническое уравнение, свойства.
16. Парабола, каноническое уравнение, свойства.
17. Директрисы кривой 2 порядка, свойства.
18. Общее уравнение кривой 2 порядка. Центр кривой 2 порядка. Теорема о наличии центра у кривой 2 порядка.
19. Преобразования системы координат на плоскости. Теорема о центре кривой 2 порядка.
20. Теорема об избавлении от a_{12} . Классификация кривых второго порядка.
21. Цилиндрические поверхности, канонические уравнения, свойства.
22. Конические поверхности, каноническое уравнение, свойства.
23. Эллипсоиды, канонические уравнения, свойства.
24. Гиперболоиды, канонические уравнения, свойства.
25. Параболоиды, канонические уравнения, свойства.
26. Классификация поверхностей 2 порядка. Графическое изображение поверхностей.
27. Линейные пространства – определение, примеры, свойства.
28. Линейные подпространства – определение, критерий. Линейная оболочка. Сумма и пересечение подпространств.
29. Линейная зависимость и независимость векторов, свойства. Размерность подпространства.

30. Базис подпространства. Теорема о дополнении до базиса. Теорема о размерностях суммы и пересечения подпространств.
31. Связь между базисами. Преобразование координат вектора.
32. Евклидово пространство. Длина вектора, угол между векторами. Теоремы.
33. Ортогональный и ортонормированный базис евклидова пространства.
34. Ортогональное дополнение подпространства.
35. Понятия функции одной и n переменных.
36. Бесконечно малые и бесконечно большие функции, их свойства.
37. Предел функции в точке, единственность предела.
38. Предел суммы, произведения, частного. Предел зажатой функции.
39. Непрерывность функции в точке и на множестве. Непрерывность суммы, произведения, частного.
40. Предел композиции, непрерывность композиции.
41. Точки разрыва функции, их классификация.
42. Понятие производной, ее механический и геометрический смысл.
43. Дифференцируемость и дифференциал функции одной переменной. Связь и непрерывностью и существованием производной.
44. Правила дифференцирования.
45. Производные высших порядков функции одной переменной.
46. Частные производные первого и высших порядков.
47. Дифференцируемость, полный и частные дифференциалы функции n переменных.
48. Формула Тейлора для функций одной и n переменных.
49. Алгоритм исследования на экстремум функций одной и двух переменных.
50. Первообразная и неопределенный интеграл, свойства.
51. Задача и площади криволинейной трапеции. Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
52. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном и в определенном интегралах.
53. Алгоритм интегрирования рациональной функции.
54. Понятие двойного интеграла, свойства.
55. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному.
56. Замена переменных в двойном интеграле. Двойной интеграл в полярных координатах.
57. Понятие тройного интеграла, сведение к повторному. Цилиндрические и сферические координаты.
58. Криволинейный интеграл II рода, механический смысл, вычисление. Условия независимости от выбора кривой интегрирования.

УЭМ2: Математический анализ (2 семестр)

Тема 2.2.1 Дифференциальные уравнения первого и n -го порядков, общие понятия. Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка

(Л 1-4) Дифференциальные уравнения I порядка, задача Коши. Общее, частное и особое решения. Некоторые типы дифференциальных уравнения I порядка.

(ПЗ 1-6) Уравнения с разделяющимися переменными, однородные, линейные, Бернулли, алгоритмы решений.

Темы домашнего задания СРС 2.2.1:

1. Понятие дифференциального уравнения n -го порядка, общее и частное решения.
2. Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.

2.2.2. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка

(Л 5-6) Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка, фундаментальная система решений, общее решение. Линейное однородное дифференциальное уравнение n -го порядка с постоянными коэффициентами, общее решение.

(ПЗ 7-9) Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го и 3-го порядков с постоянными коэффициентами, нахождение общих и частных решений. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами и специальной правой частью, метод неопределенных коэффициентов.

Темы домашнего задания СРС 2.2.2:

1. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения n -го порядка, структура общего решения.
2. Неоднородные линейные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, метод вариации.

2.2.3. Числовые ряды, признаки сходимости. Функциональные ряды, равномерная сходимость

(Л 7-8) Числовые ряды, сходимость, свойства. Знакоположительные ряды, признаки сходимости. Знакопередающиеся ряды, признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимость.

(ПЗ 10-12) Исследование числовых рядов на сходимость.

Темы домашнего задания СРС 2.2.3:

1. Функциональные последовательности, равномерная сходимость.
2. Функциональные ряды, область сходимости, равномерная сходимость.
3. Свойства равномерно сходящихся рядов.

2.2.4. Степенные ряды. Представление функций степенными рядами

(Л 9-14) Степенной ряд. Теорема Коши-Адамара, интервал и радиус сходимости, Свойства степенных рядов. Представление функций степенными рядами, ряды Тейлора и Маклорена.

(ПЗ 13-21) Область сходимости степенного ряда, интервал и радиус сходимости. Разложение функций в степенной ряд.

Темы домашнего задания СРС 2.2.4:

1. Основные разложения (доказательства).
2. Степенные ряды в комплексной области, круг и радиус сходимости.
3. Функции $\exp$, $\sin$, $\cos$, $\ln$ в комплексной области.

2.2.5. Тригонометрические ряды Фурье

(Л 15-18) Тригонометрический ряд. Тригонометрический ряд Фурье для 2π и 2ℓ -периодических функций. Достаточные признаки сходимости. Ряд Фурье для четной и нечетной функций. Разложения только по синусам и только по косинусам.

(ПЗ 22-27) Разложение функций в ряд Фурье.

Темы домашнего задания СРС 2.2.5:

1. Разложить в ряд Фурье функции $y = \exp x$, $y = \sin x$, $y = \cos x$ на интервале $1 < x < 1$.

Демонстрационный вариант СР1 (2 семестр)

Тема 2.2.1: «Дифференциальные уравнения первого и n -го порядков, общие понятия. Некоторые типы дифференциальных уравнений первого порядка»

1. Определить тип уравнения:

а) $(e^x + 2)y' = y \cdot e^x$;

в) $y' = \frac{y^2}{x^2} - 2$;

б) $y' - 4xy = -4x^3$;

г) $y' + 2xy = 2x^3y^2$.

2. Найти общее решения (общий интеграл) дифференциального уравнения:

а) $xyy' = 1 - x^2$;

б) $(xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$;

в) $xy' = y \ln \frac{y}{x}$;

г) $y' + 2xy = xe^{-x^2}$.

3. Найти частное решение (частный интеграл):

а) $y' - y \tan x = \frac{1}{\cos x}$, $y(0) = 0$;

б) $(y^2 - 3x^2)dy + 2xydx = 0$, $y(0) = 1$.

Демонстрационный вариант СР2 (2 семестр)

Тема 2.2.2: «Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка»

1. Найти общие решения однородных линейных дифференциальных уравнений:

а) $y'' - 7y' + 12y = 0$;

г) $y''' - y = 0$;

б) $y'' + 6y' + 9y = 0$;

д) $y^{IV} - 2y'' = 0$.

в) $y'' + 4y' + 13y = 0$;

2. Найти частные решения:

а) $y'' - 4y' + 3y = 0$, $(1; 6; 10)$;

б) $y'' + 4y' + 29y = 0$, $(0; 0; 15)$.

3. Записать вид частных решений для данных неоднородных линейных уравнений:

а) $y'' + 3y' = x^2 + 3$;

в) $y'' - 4y' + 4y = xe^{2x}$;

б) $y'' - 4y = x^2e^{2x}$;

д) $y'' + 9y = x \cos 2x + (x^2 + 1) \sin 2x$.

4. Найти общие частные решения неоднородных линейных дифференциальных уравнений:

А: Методом неопределенных коэффициентов.

а) $y'' - 4y' + 3y = x^3$;

г) $y'' + 4y = 3x \sin x$;

б) $y'' - 4y' + 5y = 2x^2e^x$;

д) $4y' + 16y' + 15y = 4 \cdot e^{1,5x}$, $(0; 3; -5, 5)$.

в) $y'' + y = \cos x$;

Б: Методом вариации:

а) $y'' + y = \operatorname{tg} x$;

б) $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x$.

Демонстрационный вариант СР3 (2 семестр)**Тема 2.2.3: «Числовые ряды, признаки сходимости. Функциональные ряды, равномерная сходимость»**

1. Найти S_n , исследовать на сходимость, пользуясь определением сходимости:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-1)(3n+2)}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1}$.

2. Исследовать на сходимость, подобрав подходящий признак:

а) $\sum_1^{\infty} \frac{2n^2}{3n^2 - 1}$;

д) $\sum_1^{\infty} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot (2n-1)}{2 \cdot 7 \cdot 12 \cdot \dots \cdot (5n-3)}$;

б) $\sum_1^{\infty} \frac{3n-1}{n \cdot 5^n}$;

е) $\sum_1^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$;

в) $\sum_1^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)$;

ж) $\sum_1^{\infty} \cos \frac{1}{n}$;

г) $\sum_1^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n(n+2)}}$;

з) $\sum_1^{\infty} \frac{2n+1}{\sqrt{n \cdot 7^n}}$.

3. Исследовать на абсолютную и условную сходимость:

а) $\sum_1^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^3 + 4}$;

б) $\sum \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{2n+1}}$.

Демонстрационный вариант СР4 (2 семестр)**Тема 2.2.4: «Степенные ряды. Представление функций степенными рядами»**

1. Найти радиус сходимости, интервал сходимости и область сходимости степенного ряда:

а) $\sum_1^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n(n+1)}$;

г) $\sum_0^{\infty} \frac{(x-3)^{2n}}{(2n+1)4^n}$;

б) $\sum_0^{\infty} \frac{n(x+1)}{2^n}$;

д) $\sum_0^{\infty} n(n+1)(x-1)^n$;

в) $\sum_0^{\infty} \frac{(x-1)^n}{n!}$;

е) $\sum_1^{\infty} \frac{x^n}{\sqrt{3n+1}}$.

2. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x)$. Найти область сходимости полученного ряда к этой функции:

а) $f(x) = \sin x^2$;

в) $f(x) = \frac{2}{1-3x^2}$;

$$\text{б)} f(x) = 5^x;$$

$$\text{г)} f(x) = \frac{\sin 3x}{x}.$$

3. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Тейлора в окрестности x_0 . Найти область сходимости полученного ряда к этой функции:

$$\text{а)} f(x) = \frac{1}{x}, \quad x_0 = -2;$$

$$\text{б)} f(x) = e^x, \quad x_0 = 1;$$

$$\text{в)} f(x) = \ln(5x + 3), \quad x_0 = 1.$$

4. Вычислить приближенно с заданной степенью точности α ;

$$\text{а)} \frac{1}{e}, \quad \alpha = 0,001;$$

$$\text{г)} \sqrt{1,3}, \quad \alpha = 0,01;$$

$$\text{б)} \sin 1, \quad \alpha = 0,001;$$

$$\text{д)} \ln 3, \quad \alpha = 0,01;$$

$$\text{в)} \int_0^1 \sin x^2 dx, \quad \alpha = 0,001;$$

$$\text{е)} \int_0^{0,25} \ln(1 + \sqrt{x}) dx, \quad \alpha = 0,001$$

Демонстрационный вариант СР5 (2 семестр)

Тема 2.2.5: «Тригонометрические ряды Фурье»

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию:

$$\text{а)} f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi < x < 0, \\ x, & 0 \leq x \leq \pi \end{cases} \quad T = 2\pi$$

$$\text{б)} f(x) = \begin{cases} -1, & -2 < x < 0, \\ 2, & 0 \leq x \leq 2 \end{cases} \quad T = 4$$

2. Разложить в ряд Фурье:

$$1. \text{ по синусам } f(x) = 2 - x, \quad x \in [0, 2]$$

$$2. \text{ по косинусам } f(x) = x^2, \quad x \in [0; \pi],$$

с помощью полученного ряда вычислить суммы рядов $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$.

2 семестр

А3 Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля «Математическая логика»

Методические рекомендации по организации УЭМЗ предусматривает следующие виды учебных занятий: теоретические (лекционные), практические занятия.

Содержание основных разделов, а так же методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л -1 академический час, ПЗ-1 академический час). Теоретические разделы, практические занятия и домашние задания соответствуют учебному пособию [1]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, которые не успели решить в аудитории. Темы самостоятельной работы представлены в конце каждого раздела. Отчёт о проделанной самостоятельной работе и домашние работы предоставляются в виде конспекта.

УЭМЗ: Математическая логика

Тема 3.1 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями

(Л 1-2) Высказывания и логические операции над ними.

(ПЗ 1 -3) Высказывания и логические операции над ними.

Темы домашнего задания СРС:

3. Высказывания и логические операции над ними.
4. Решение задач по теме 2.1.

Тема 3.2 Формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики Равносильные преобразования формул

(Л 3-4) Понятие формулы алгебры логики. Группы равносильностей.

(ПЗ 4-9) Равносильные преобразования формул.

Темы домашнего задания СРС:

3. Формулы алгебры логики.
4. Таблицы истинности.
5. Решение задач по теме 2.2.

Тема 3.3 Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики

(Л 5-6) Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики

(ПЗ 10) Функции алгебры логики

Темы домашнего задания СРС:

1. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики
2. Решение задач по теме 2.3.

Тема 3.4 Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ)

(Л 7-8) Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма

(ПЗ 11-12). ДНФ и СДНФ. Два способа получения СДНФ.

Темы домашнего задания СРС:

1. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ).
2. Решение задач по теме 2.4.

Тема 3.5 Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ)

(Л 9-10) Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ).

(ПЗ 13-14). (КНФ и СКНФ).

Тема 3.6 Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики

(Л 11-12) Проблема разрешимости. Приложения алгебры логики к РКС.

(ПЗ 15) Проблема разрешимости. Примеры решения задач.

Тема 3.7 Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов

(Л 13-14) Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.

(ПЗ 16-17) Логические и кванторные операции над предикатами

Темы домашнего задания СРС:

1. Решение задач по теме 2.7 [1]: 3.1, 3.4, 3.6, 3.7, 3.10

Тема 3.8 Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма (ПНФ)

(Л 15) Равносильности логики предикатов.

(ПЗ 18-19) Равносильные формулы. ПНФ

Темы домашнего задания СРС:

1. Решение задач по теме 2.8 [1]: 3.18, 3.19, 3.20, 3.22, 3.23, 3.25; ПНФ: 3.33

Тема 3.9 Общезначимость и выполнимость формул. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях

(Л 16-17) Общезначимость и выполнимость формул. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.

(ПЗ 20-22) Общезначимые и выполнимые формулы.

Темы домашнего задания СРС:

1. Решение задач по теме 2.9 [1]: 3.31

Тема 3.10 Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений

(Л 18) Применение логики предикатов в математике.

(ПЗ 23-27) Прямая, обратная и противоположная теоремы. Необходимые и достаточные условия.

Коллоквиум (КЛ2).

Контрольная работа 2.

Темы домашнего задания СРС:

1. Приложения языка логики предикатов.
2. Решение задач по теме 3.10 [1]: 3.34, 3.35, 3.36, 3.39, 3.40.

Демонстрационный вариант КРЗ

Тема: «Алгебра логики, логика предикатов»

1. Доказать равносильность двух данных формул:

$$F(x, y, z) = (x \wedge (y \rightarrow z) \vee \overline{x \vee \overline{z}}) \leftrightarrow \overline{y \leftrightarrow z},$$

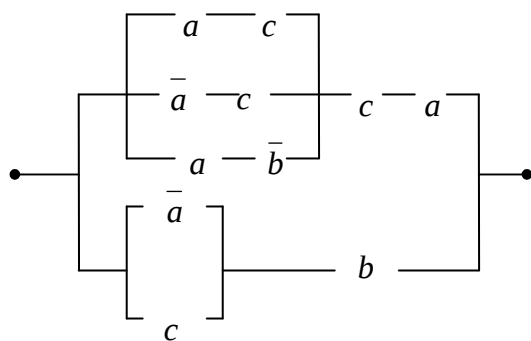
$$G(x, y, z) = x \rightarrow z \vee y.$$

2. Доказать, что следующая формула является тавтологией алгебры высказываний:
 $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow s) \wedge (\overline{r} \vee \overline{s}) \rightarrow (\overline{p} \vee \overline{q}).$

3. Для формулы $F(x, y, z)$ или $G(x, y, z)$ из задачи 1 найти СДНФ и СКНФ, каждую двумя способами (с помощью равносильных преобразований и с помощью таблицы истинности).

4. Составить РКС для любой формулы из задачи 3.

5. Упростить следующую РКС:



6. Четыре ученицы – Анита, Бригитта, Криста и Дана – закончили между собой соревнования. На вопрос, кто какое место занял, получены такие высказывания:

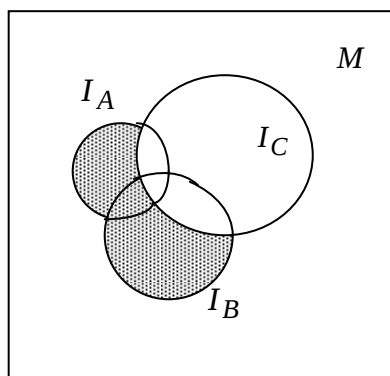
«Анита победила, а Бригитта заняла второе место».

«Анита заняла второе место, а Криста – третье».

«Дана заняла второе место, а Криста – четвертое».

Как выяснилось позднее, в каждом из высказываний одно утверждение правильно, а другое ложно. Какое место заняла каждая из девочек?

7. На рисунке изображена область истинности некоторого предиката. Записать этот предикат.



8. Будут ли равносильны формулы $\exists x(A(x) \& B(x))$ и $\exists xA(x) \& \exists xB(x)$?
9. Является ли формула $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\exists xA(x) \rightarrow \forall xB(x))$ общезначимой?
10. Доказать несправедливость утверждения: «Если числовая последовательность ограничена, то она имеет предел».

Контрольные вопросы к УЭМЗ (КЛЗ)

2 семестр

- 1 Предмет математической логики. Краткая история ее возникновения и развития.
- 2 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями.
- 3 Понятие формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики.
- 4 Алгебра Буля.
- 5 Функции алгебры логики.
- 6 Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
- 7 ДНФ и СДНФ.
- 8 КНФ и СКНФ.
- 9 Проблема разрешимости.
- 10 Приложения алгебры логики.
- 11 Понятие предиката.
- 12 Операции над предикатами: логические и кванторные.
- 13 Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.
- 14 Равносильные формулы логики предикатов.
- 15 Предваренная нормальная форма.
- 16 Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости.
- 17 Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.
- 18 Приложения логики предикатов к математике. Запись определений и теорем. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы.
- 19 Приложения логики предикатов к математике. Необходимые и достаточные условия. Доказательство методом от противного.

Контрольные вопросы к экзамену
«Математический анализ и математическая логика»
(УЭМ2, УЭМ3)
2 Семестр

- 1 Понятие порядка дифференциального уравнения. Задача Коши. Общее и частное решения.
- 2 Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Алгоритм решения.
- 3 Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка. Методы решений.
- 4 Однородные дифференциальные уравнения I порядка, метод решения.
- 5 Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка.
- 6 Линейные однородные дифференциальные уравнения n -го порядка.
- 7 Фундаментальная система решений. Структура общего решения.
- 8 Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, общее решение.
- 9 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения n -го порядка. Структура общего решения.
- 10 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, метод вариации.
- 11 Понятие числового ряда, сумма ряда, свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости.
- 12 Знакоположительные ряды, признаки сходимости.
- 13 Знакопередающиеся ряды, признак сходимости Лейбница.
- 14 Функциональные ряды, область сходимости, равномерная сходимость, свойства.
- 15 Степенные ряды. Теорема Коши-Адамара, интервал и радиус сходимости.
- 16 Свойства степенных рядов
- 17 Разложение функции в степенной ряд. Ряды Тейлора и Маклорена.
- 18 Степенной ряд в комплексной области, круг и радиус сходимости
- 19 Разложение в ряд только по синусам и только по косинусам.
- 20 Предмет математической логики. Краткая история ее возникновения и развития.
- 21 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями.
- 22 Понятие формулы алгебры логики. равносильные формулы алгебры логики.
- 23 Алгебра Буля.
- 24 Функции алгебры логики.
- 25 Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики.
- 26 ДНФ и СДНФ.
- 27 КНФ и СКНФ.
- 28 Проблема разрешимости.
- 29 Приложения алгебры логики.
- 30 Понятие предиката.
- 31 Операции над предикатами: логические и кванторные.
- 32 Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.
- 33 равносильные формулы логики предикатов.
- 34 Предваренная нормальная форма.
- 35 Общезначимость и выполнимость формул. Проблема разрешимости.
- 36 Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.
- 37 Приложения логики предикатов к математике. Запись определений и теорем. Построение противоположных утверждений. Прямая, обратная и противоположная теоремы.

38 Приложения логики предикатов к математике. Необходимые и достаточные условия. Доказательство методом от противного.

А4 Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля УЭМ4 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Методические рекомендации по организации УЭМ4 предусматривает следующие виды учебных занятий: теоретические (лекционные), практические занятия.

Содержание основных разделов, а так же методы и средства проведения занятий представлены ниже (Л -1 академический час, ПЗ-1 академический час). Теоретические разделы, практические занятия и домашние задания соответствуют учебному пособию [13, 14, 15]. После каждого практического занятия на дом задаются те примеры, которые не успели решить в аудитории. Темы самостоятельной работы представлены в конце каждого раздела. Отчёт о проделанной самостоятельной работе и домашние работы предоставляются в виде конспекта.

УЭМ4: Теория вероятностей и математическая статистика

Тема 4.1 Классическая теория вероятностей

(Л 1) События и вероятность. Алгебра событий. Аксиоматика теории вероятностей.

(ПЗ 1-2) Классическая теория вероятностей. Комбинаторный подход. Геометрические вероятности

(Л 2-3) Теоремы сложения и умножения вероятностей. Независимые события. Условная вероятность.

(ПЗ 3-4) Теоремы сложения и умножения вероятностей.

(ПЗ 2) Комбинаторный подход в теории вероятностей

(Л 4) Формула полной вероятности. Формула Байеса

(ПЗ 5) Формула полной вероятности и формула Байеса.

Темы домашнего задания СРС:

1. Классическая теория вероятностей.
2. Решение задач по теме 4.1.

Тема 4.2 Дискретные случайные величины

(Л 5-6) Распределение и функция распределения дискретной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднеквадратическое отклонение, их свойства. Мода и медиана.

(ПЗ 6) Характеристики дискретных случайных величин.

(Л 7-8) Стандартные дискретные распределения. Равномерное и биномиальное распределения. Распределение Пуассона, геометрическое распределение.

(ПЗ 7) Стандартные дискретные распределения.

Темы домашнего задания СРС:

1. Дискретные случайные величины.
2. Решение задач по теме 4.2.

Тема 4.3 Непрерывные случайные величины

(Л 9-10) Функция и плотность распределения непрерывной случайной величины. Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение, их свойства. Мода и медиана.

- (ПЗ 8) Характеристики непрерывных случайных величин
- (Л 11-12) Равномерное, показательное, нормальное распределения
- (ПЗ 9) Стандартные непрерывные распределения.

Темы домашнего задания СРС:

1. Непрерывные случайные величины.
2. Решение задач по теме 4.3.

Тема 4.4 Совместное распределение случайных величин.

(Л 13-14) Совместное распределение дискретных случайных величин и его характеристики. Маргинальные распределения. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин. Независимость случайных величин.

(ПЗ 10) Характеристики совместного распределения дискретных случайных величин.

(Л 15) Совместное распределение непрерывных случайных величин и его характеристики. Совместное нормальное распределение..

(ПЗ 11-12) Характеристики совместного распределения случайных величин.

Темы домашнего задания СРС:

1. Совместное распределение случайных величин.
2. Решение задач по теме 4.4.

Тема 4.5 Центральная предельная теорема и закон больших чисел.

(Л 16-17) Центральная предельная теорема.

(ПЗ 13-14). Оценки сумм независимых случайных величин.

(Л 18) Закон больших чисел. Оценки сумм и средних значений независимых случайных величин.

(ПЗ 15) Оценки среднего значения независимых случайных величин.

Темы домашнего задания СРС:

1. Оценки сумм и среднего значения независимых случайных величин.
2. Решение задач по теме 4.5.

Тема 4.6 Точечные статистические оценки.

(Л 19) Точечные статистические оценки. Состоятельность, несмещенность, эффективность. Точечные оценки математического ожидания и дисперсии нормального распределения

(ПЗ 16-17) Точечные оценки математического ожидания и дисперсии независимых случайных величин.

Темы домашнего задания СРС:

1. Точечные статистические оценки.
2. Решение задач по теме 4.6.

Тема 4.7 Интервальные статистические оценки.

(Л 20) Интервальные статистические оценки. Доверительный интервал, доверительная вероятность, уровень значимости. Интервальная оценка математического ожидания в случаях известной и неизвестной дисперсии. Распределение Стюдента.

(ПЗ 18-19) Интервальные оценки неизвестного математического ожидания нормального распределения

(Л 21) Интервальные оценки неизвестной дисперсии в случаях известного и неизвестного математического ожидания. Хи-квадрат распределение.

(ПЗ 20-21) Интервальные оценки неизвестной дисперсии нормального распределения

Темы домашнего задания СРС:

1. Интервальные статистические оценки.
2. Решение задач по теме 4.7.

Тема 4.8 Регрессионный анализ.

- (Л 22-23) Уравнение парной регрессии. Критерий R-квадрат.
- (ПЗ 22-23) Уравнение парной регрессии.
- (Л 24) Уравнение множественной регрессии.
- (ПЗ 24) Уравнение множественной регрессии.

Темы домашнего задания СРС:

1. Регрессионный анализ.
2. Решение задач по теме 4.8.

Тема 4.9 Проверки статистических гипотез.

- (Л 26) Основные понятия проверки гипотез. Ошибки первого и второго рода.
- Лемма Неймана-Пирсона.
- (Л 27) Критерии проверки гипотез.
- (ПЗ 26) Проверка гипотез.
- (ПЗ 27) Контрольная работа

Темы домашнего задания СРС:

1. Проверки статистических гипотез.
2. Решение задач по теме 4.9.

Демонстрационный вариант КР1

Тема: «Классическая теория вероятностей и дискретные случайные величины»

Задача №1. Подбрасываются 6 монет. Найти вероятности событий:

- а) выпали ровно 3 герба, б) выпали менее 2 гербов.

Задача №2. Вероятности выигрышей двух игроков равны соответственно 0,6 и 0,7, вероятность их одновременного выигрыша равна 0.5. Найти вероятности выигрышей:

- а) только у первого игрока, б) ровно у одного игрока, в) ни у одного из игроков

Задача №3. Среднее время до отказа устройства равно 100 дням. Найти вероятность того, что оно откажет на третьем месяце работы.

Задача №4. На склад поступили партии изделий от двух поставщиков, от первого 100 изделий и от второго – 200 изделий. Изделия первого и второго сорта у них встречаются с вероятностями: у первого – 0.2 и 0.8, у второго – 0.4 и 0.6. Какова вероятность того, что взятое наудачу изделие из общей партии – первого сорта?

Задача №5. Пусть в условиях предыдущей задачи взятое наудачу изделие оказалось первого сорта. Каковы в этом случае вероятности того, что оно поступило от первого и второго поставщиков?

Задача №6. Случайная величина X задана распределением

x_i	0	1	3	5	Σ
p_i	0.2	0,3	0,3	0,2	1

Найти $M(X)$, $M(X^2)$, $D(X)$, точечную диаграмму и функцию распределения.

Контрольная работа №2.

Тема: «Совместное распределение случайных величин и математическая статистика»

Задача №1. Совместное распределение случайных величин X_1, X_2 имеет вид

$X_2 \backslash X_1$	1	2
1	0.2	0,3
2	0,1	0,4

Найти ковариацию и коэффициент корреляции случайных величин X_1, X_2 .

Задача №2. Случайная величина X задана распределением

$$f(x) = \begin{cases} 2(x+1), & \text{при } -1 \leq x < 0 \\ 0 & \text{в противном случае} \end{cases}$$

Найти $M(X)$, $M(X^2)$, $D(X)$, медиану и моду, функцию распределения.

Задача №3. Подбрасывается 1600 монет. Оценить вероятность того, что число выпавших гербов находится в пределах от 760 до 840.

Задача №4. Дана выборка из нормального распределения; при этом

$$x_1 + \dots + x_{12} = 0; \quad x_1^2 + \dots + x_{12}^2 = 200.$$

Оценить с доверительной вероятностью $P=0.9$ неизвестное значение $M(X)$

а) из нормального распределения, считая известным $\sigma(X)=3$;

б) из распределения Стьюдента, считая $\sigma(X)$ неизвестным.

Задача №5. Дана выборка из нормального распределения; при этом

$$x_1 + \dots + x_{12} = 0; \quad x_1^2 + \dots + x_{12}^2 = 200.$$

Оценить с доверительной вероятностью $P=0.9$ неизвестное значение $\sigma(X)$ из χ^2 – распределения,

а) считая известным $M(X)=2$;

б) считая $M(X)$ неизвестным.

Контрольные вопросы к УЭМ4

1. События и их теоретико-множественная интерпретация. Операции над событиями.
2. Пространство элементарных событий. Гипотеза о равновероятности элементарных событий и условия ее применимости. Подсчет вероятностей событий в этом случае.

3. Формулы суммирования вероятностей для несовместных и совместных событий.
4. Условная вероятность. Формула умножения вероятностей. Независимость событий.
5. Формула полной вероятности и формула Байеса.
6. Дискретная случайная величина. Математическое ожидание и дисперсия, их свойства. Формула моментов. Точечная диаграмма и функция распределения.
7. Дискретное равномерное распределение. Математическое ожидание и дисперсия стандартного равномерного распределения.
8. Биномиальное распределение. Математическое ожидание и дисперсия биномиального распределения.
9. Геометрическое распределение. Математическое ожидание и дисперсия геометрического распределения.
10. Распределение Пуассона. Интенсивность простого потока событий. Параметр, математическое ожидание и дисперсия распределения Пуассона.
11. Непрерывная случайная величина. Математическое ожидание и дисперсия непрерывной случайной величины. Плотность и функция распределения.
12. Непрерывное равномерное распределение. Математическое ожидание и дисперсия равномерного распределения.
13. Показательное распределение. Функция и плотность показательного распределения.
14. Нормальное распределение. Функция и плотность нормального распределения. Функция Лапласа и ее связь с функцией нормального распределения
15. Совместное распределение случайных величин. Определение маргинальных распределений по их совместному распределению.
16. Математическое ожидание и дисперсия суммы дискретных случайных величин.
17. Корреляция и независимость случайных величин.
18. Ковариация и коэффициент корреляции и случайных величин и их свойства. Формула моментов.
19. Определение совместного распределения независимых случайных величин по их маргинальным распределениям.
20. Совместное нормальное распределение.
21. Центральная предельная теорема и оценки сумм независимых случайных величин.
22. Закон больших чисел и оценки среднего значения независимых случайных величин..
23. Точечные оценки параметров распределений. Состоятельность, несмещенность, эффективность.
24. Интервальная оценка неизвестного математического ожидания нормального распределения (случай известной дисперсии).
25. Интервальная оценка неизвестного математического ожидания нормального распределения (случай неизвестной дисперсии – распределение Стьюдента).

26. Интервальная оценка неизвестной дисперсии нормального распределения из χ^2 -квадрат распределения (случай известного математического ожидания).
27. Интервальная оценка неизвестной дисперсии нормального распределения из χ^2 -квадрат распределения (случай неизвестного математического ожидания).
28. Уравнение парной регрессии.
29. Критерий R-квадрат
30. Уравнение множественной регрессии.
31. Проверка статистических гипотез. Ошибки первого и второго рода.
32. Лемма Неймана-Пирсона.
33. Критерии проверки гипотез.

Демонстрационный вариант экзаменационных билетов

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра алгебры и геометрии

Экзаменационный билет № 11

Дисциплина «Математика»

Для направления **09.03.01 – Информатика и вычислительная техника**

- 1 Связь между базисами. Преобразование координат вектора.
- 2 Определение производной и дифференциала функции.
- 3 Найти ортонормированный базис линейной оболочки

$$\text{векторов } L(\vec{a}) = \begin{cases} \vec{a}_1 = (1, 2, 2, -1) \\ \vec{a}_2 = (1, 1, -5, 3) \\ \vec{a}_3 = (3, 2, 8, -7) \end{cases}.$$

- 4 Пусть $z = \ln(x^3 + 2y^3 - 7xy)$. Найти dz .

Принято на заседании кафедры

Протокол №

Заведующий кафедрой АГ _____ Сукачева Т.Г.

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого
Кафедра алгебры и геометрии

Экзаменационный билет № 13

Дисциплина «Математика»

Для направления **09.03.01 – Информатика и вычислительная техника**

- 1 Определение и свойства интеграла Римана.
- 2 Функции алгебры логики.
- 3 Вычислить $\int_l x dy - y dx$, где l – дуга параболы $y = x^3$ от $O(0,0)$ до $A(2,8)$.
- 4 На множестве $M = \{-10, -9, -8, \dots, 8, 9, 10\}$ заданы предикаты $A(x): x \leq 4; B(x): x \leq 8; C(x): x > 0$. Найти область истинности предиката $\overline{B(x)} \& \overline{C(x)} \rightarrow A(x)$. Изобразить ее на диаграмме Эйлера-Венна.

Принято на заседании кафедры

Протокол №

Заведующий кафедрой АГ _____ Сукачева Т.Г.

Приложение Б1

Технологическая карта

учебного модуля «Математика» (УЭМ1 – алгебра и геометрия, УЭМ2 – математический анализ)

семестр 1 ЗЕТ 6, вид аттестации экзамен, акад. часов 126

баллов рейтинга 300

№ и наименование раздела учебного модуля, КЛ/КР	№ недел и сем.	Трудоемкость, ак. час					Форма текущего контроля успев. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим кол-во баллов рейтин а
		Аудиторные занятия				СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС			
УЭМ1: Алгебра и геометрия	1 сем.	18	27	-	9	45		
1.1 Комплексные числа.	1	1	2		1	3	ДР	1
1.2 Системы линейных уравнений.	2-3	3	3		1	3	ДР, СР 1	2 15
1.3 Алгебра матриц.	3	1	1		1	3	ДР	1
1.4 Определители.	4-5	4	6		1	5	ДР, СР 2 КЛ 1	2 20 20
1.5 Векторная алгебра.	6	2	1		1	3	ДР	2
1.6 Прямые на плоскости. Плоскости и прямые в пространстве.	7	3	4		1	5	ДР	2
1.7 Кривые 2-го порядка. Поверхности 2-го порядка.	8	2	6		1	5	ДР, СР 3	1 15
1.8 Линейные пространства. Подпространства, пересечение и сумма подпространств.	9	1	2		1	9	ДР	2

1.9 Евклидовы пространства. Ортогональный и ортонормированный базисы.	9	1	2		1	9	ДР, СР 4	2 20
Рубежная аттестация (Контрольный опрос КЛ 2)	9						КЛ 2	20
Всего по УЭМ1:		18	27		9	45		125
УЭМ2: Математический анализ	2 сем.	18	27	-	9	45		
2.1 Понятия функции одной и n переменных	10	2	3	-	1	5	ДР, СР	2 2
2.2 Ф. Непрерывность суммы, произведения, частного функций	11	2	6	-	1	8	ДР, СР	3 2
2.3 Предел композиции функций, непрерывность композиции функций	12	2	1	-	1	3	ДР, СР	2 2
2.4 Понятие производной, дифференциал функции одной и n переменных	13	2	2	-	1	4	ДР, СР	2 2
2.5 Формула Тейлора для функций одной и n переменных	14	2	2	-	1	4	ДР, СР	2 2
2.6 Первообразная и неопределенный интеграл, их свойства.	15	2	1	-	1	3	ДР, СР	2
2.7 Определенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница	16	2	2	-	1	4	ДР, СР	1 3
2.8 Алгоритм интегрирования рациональной функции	17	1	2	-	1	3	ДР, СР	1 3
2.9 Понятие двойного и тройного интегралов, их вычисление.	17	2	3	-	-	5	ДР, СР	1 3
2.10 Вычисление криволинейного интеграла II рода	18	1	5	-	1	6	ДР, СР КР1	2 3 35
Рубежная аттестация (Контрольный опрос КЛ2)								50

Всего по УЭМ2:								125
ЭКЗАМЕН								50
Итого:		36	54	-	18	90		300

Критерии оценки качества освоения студентами модуля в 1 семестре

трудоемкость дисциплины $6 \text{ ЗЕ} = 506 \times 6 = 300 \text{ б.}$

- (оценка «удовл.») - 150 - 209.
- (оценка «хор.») - 210 - 269.
- (оценка «отл.») - 270 - 300.

Приложение Б2

Технологическая карта

учебного модуля «Математика» (УЭМ2 – математический анализ, УЭМ3 – математическая логика)

семестр 2 ЗЕТ 6, вид аттестации экзамен, акад. часов 126

баллов рейтинга 300

№ и наименование раздела учебного модуля, КЛ/КР	№ недел и сем.	Трудоемкость, ак. час					Форма текущего контроля успев. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим кол-во баллов рейтинг а
		Аудиторные занятия				СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС			
УЭМ2: Математический анализ	2 сем.	18	27	-	9	45		
1.1 Понятие порядка дифференциального уравнения. Задача Коши. Общее и частное решения	1	1	2		1	3	ДР	1
1.2 Линейные дифференциальные уравнения I порядка. Методы решений	2-3	3	3		1	3	ДР, СР 1	2 15
1.3 Дифференциальные уравнения 2-го порядка, допускающие понижение порядка	3	1	1		1	3	ДР	1
1.4 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения <i>n</i> -го порядка. Структура общего решения	4-5	4	6		1	5	ДР, СР 2 КЛ 1	2 20 20
1.5 Линейные неоднородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами, метод вариации	6	2	1		1	3	ДР	2
1.6 Понятие числового ряда, сумма ряда, свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости	7	3	4		1	5	ДР	2
1.7 Знакочередующиеся ряды, признак сходимости Лейбница.	8	2	6		1	5	ДР,	1

							СР 3	15
1.8 Функциональные ряды, область сходимости, равномерная сходимость, свойства	9	1	2		1	9	ДР	2
1.9 Степенной ряд в комплексной области, круг и радиус сходимости .	9	1	2		1	9	ДР, СР 4	2 20
Рубежная аттестация (Контрольный опрос КЛ 2)	9						КЛ 2	20
Всего по УЭМ1:		18	27		9	45		125
УЭМ3: Математическая логика	2 сем.	18	27	-	9	45		
2.1 Понятие высказывания. Логические операции над высказываниями	10	2	3	-	1	5	ДР, СР	2 2
• 2.2 Формулы алгебры логики. Равносильные формулы алгебры логики. Равносильные преобразования формул	11	2	6	-	1	8	ДР, СР	3 2
2.3 Алгебра Буля. Функции алгебры логики. Представление произвольной функции алгебры логики в виде формулы алгебры логики	12	2	1	-	1	3	ДР, СР	2 2
2.4 Закон двойственности. Дизъюнктивная нормальная форма и совершенная дизъюнктивная нормальная форма (ДНФ и СДНФ).	13	2	2	-	1	4	ДР, СР	2 2
2.5 Конъюнктивная нормальная форма и совершенная конъюнктивная нормальная форма (КНФ и СКНФ).	14	2	2	-	1	4	ДР, СР	2 2
2.6 Проблема разрешимости. Некоторые приложения алгебры логики.	15	2	1	-	1	3	ДР, СР	2
2.7 Понятие предиката. Логические операции над предикатами. Кванторные операции. Понятие формулы логики предикатов. Значение формулы логики предикатов.	16	2	2	-	1	4	ДР, СР	1 3
2.8 Равносильные формулы логики предикатов. Предваренная нормальная форма (ПНФ).	17	1	2	-	1	3	ДР, СР	1 3
2.9 Общезначимость и выполнимость формул. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.	17	2	3	-	-	5	ДР, СР	1 3

.								
2.10 Применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений	18	1	5	-	1	6	ДР, СР КР2	2 3 35
Рубежная аттестация (Контрольный опрос КЛ2)								50
Всего по УЭМ2:								125
ЭКЗАМЕН								50
Итого:		36	54	-	18	90		300

Критерии оценки качества освоения студентами модуля во 2 семестре

трудоемкость дисциплины $6 \text{ ЗЕ} = 506 \cdot 6 = 300 \text{ б.}$

- (оценка «удовл.») - 150 - 209.
- (оценка «хор.») - 210 - 269.
- (оценка «отл.») - 270 - 300.

Приложение Б3

Технологическая карта

учебного модуля «Математика» (УЭМ4 – теория вероятностей и математическая статистика)

семестр 3 ЗЕТ 3, вид аттестации дифференцированный зачет, акад. часов 108

баллов рейтинга 150

№ и наименование раздела учебного модуля, КЛ/КР	№ недел и сем.	Трудоемкость, ак. час					СРС	Форма текущего контроля успев. (в соотв. с паспортом ФОС)	Максим кол-во баллов рейтинг а
		Аудиторные занятия							
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС				
УЭМ4: Теория вероятностей и математическая статистика	3 сем.	27	27	-	9	54			
4.1 Классическая теория вероятностей	1-3	4	5	-	1	6	разноуровнев ые задачи	15	
4.2 Дискретные случайные величины	4-5	4	2	-	1	6	разноуровнев ые	10	
4.3 Непрерывные случайные величины	6-7	4	2	-	1	6	разноуровнев ые	10	
4.4 Совместное распределение случайных величин	8-9	3	1	-	1	6	разноуровнев ые	10	
Рубежный контроль	9		2				КР1	30	
4.5 Центральная предельная теорема и закон больших чисел	10-11	3	3	-	1	6	разноуровнев ые	10	

4.6 Точечные статистические оценки	12	1	2	-	1	6	разноуровневые	5
4.7 Интервальные статистические оценки	13-14	2	4	-	1	6	разноуровневые	10
4.8 Регрессионный анализ	15-16	3	3	-	1	6	разноуровневые	5
4.9 Проверка статистических гипотез.	17-18	3	2	-	-	6	разноуровневые	
Рубежный контроль	18		1		1		KP2	20
ДИФФЕРЕНЦИРОВАННЫЙ ЗАЧЕТ								25
Всего по УЭМ4:								150

Критерии оценки качества освоения студентами модуля в 3 семестре

трудоемкость дисциплины $3 \text{ ЗЕ} = 506 \times 3 = 150 \text{ б.}$

- (оценка «удовл.») - 75 - 104.
- (оценка «хор.») - 105 - 134.
- (оценка «отл.») - 135 - 150.

Приложение В

Карта учебно-методического обеспечения

модуля Математика

Направление (специальность) 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника

Форма обучения очная

Курс 1, 2; семестр 1, 2, 3

Часов: всего 234, лекций 99, практ. зан. 135, лаб. раб. , СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 234

Экзамен (1, 2 семестр); дифференцированный зачет (3 семестр).

Обеспечивающая кафедра - кафедра алгебры и геометрии и кафедра прикладной математики

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Лихтарников Л.М. Сукачева Т.Г. Математическая логика: Курс лекций. Задачник – практикум и решения: учебн. пособие для вузов. – 3-е изд., испр. – СПб.: Лань, 2008г.-276с.	98	
2. Кадомцев С.Б. Аналитическая геометрия и линейная алгебра. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 160	147	
3. Шипачев В.С. Высшая математика: Учебное пособие для студентов вузов. – 5 изд., стер. – М.: Высшая школа, 2000–2009. – 479 с.	230	
4. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учеб.для вузов. - М. : Высшая школа, 2001-2002. - 575с..	71	
5. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учеб.пособие для студ.вузов. - М. : Юрайт, 2009, 2012. – 478 с.	62	
Учебно-методические издания		

1. Рабочая программа учебного модуля «Математика» для направления 09.03.01 – Информатика и вычислительная техника / Сост. Д.В. Коваленко, А.В. Колногоров, В.Г. Николаев, Т.Г. Сукачева. – Великий Новгород: НовГУ, 2016. – 48 с.		
---	--	--

Таблица 2 – Информационное обеспечение модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
1. Национальный Открытый Университет ИНТУИТ	http://www.intuit.ru/studies/courses/13859/1256/info	
2. Колногоров А.В. Тестовый минимум задач по дисциплине «Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы». [Электронный ресурс] / НовГУ им. Ярослава Мудрого. - В.Новгород; 2013. - 10 С.		
1. Сукачева Т.Г., Матвеева О.П. Алгебра логики [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие. – Великий Новгород, 2013., 68 с. – Режим доступа: www.URL : электронный адрес: https://novsu.bibliotech.ru/Reader/BookPreview/-1709	https://novsu.bibliotech.ru/Reader/BookPreview/-1709 ;	Для просмотра требуется логин пароль

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библиот. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика: учебн. пособие – 3-е изд., стер. – СПб.;М: Лань, 2004. – 336с.	26	
2. Сукачева Т.Г., Матвеева О.П. Алгебра логики / Учебно-методическое пособие. – Великий Новгород, 2013., 68 с.	10	имеется

3. Цубербиллер О.Н. Задачи и упражнения по аналитической геометрии. – М.: Наука, 2005. – 336 с. – [2003].	11	
4. Окунев Л.Я. Высшая алгебра. – М.: Лань, 2014. – 336 с. – [2009].	22	
5. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу: Учебное пособие, - 6-ое изд., стер. – СПб.: Лань, 2010. – 495 с.	15	
6. Теория вероятностей и математическая статистика в задачах : Учеб.пособие для вузов. - - М. : Дрофа, 2005. - 315с.	12	
7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: Учебное пособие. – 22-е изд., перераб. – СПб.: Профессия, 2002-2006. – 432 с.	135	

Действительно для учебного года _____/_____

Зав. кафедрой _____

подпись

И.О.Фамилия

_____ 20..... г.

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ:

должность

подпись

расшифровка