

Преподавание учебного модуля (УМ) «Математика» ставит своей целью формиро-
Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого»
Институт информационных и электронных систем
Кафедра прикладной математики и информатики



Математика

Учебный модуль по направлению подготовки

35.03.06 Агроинженерия

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Рабочая программа

СОГЛАСОВАНО

Начальник учебного отдела

О.Б. Широколова
24 03 2017 г.

Разработали

Доцент КПИИ

П.В. Лысухо

Старший преподаватель КПИИ

С.А. Цапаева

25 февраля 2017 г.

Принято на заседании кафедры

Протокол № 7 от 01 марта 2017 г.

Заведующий кафедрой

А.В. Колногоров

01 марта 2017г.

ние у студента-бакалавра в рамках компетентностного подхода системы знаний, умений и навыков решения задач фундаментальных и прикладных разделов математики, необходимых для выполнения работ и проведения исследований в профессиональной деятельности.

Для достижения указанной цели решаются следующие задачи:

- воспитание посредством УМ «Математика» культуры личности через понимание значимости математики для научно-технического прогресса, отношение к математике как к части общечеловеческой культуры;
- формирование представления о математике как об универсальном языке науки, средстве моделирования явлений и процессов, о методах и подходах в математике;
- развитие логического мышления, пространственного воображения, алгоритмической культуры, критичности мышления на уровне, необходимом для будущей профессиональной деятельности, для продолжения образования и самообразования;
- ознакомление студентов со способами формализации и решения технических задач математическими методами;
- овладение математическими знаниями и умениями, необходимыми в повседневной жизни, для изучения смежных естественнонаучных дисциплин и дисциплин профессионального цикла, для получения образования в областях требующих знаний математики на базовом уровне.

2 Место учебного модуля (УМ) в структуре ООП направления подготовки

Учебный модуль «Математика» относится к базовой части математического и естественнонаучного цикла ФГОС ВПО и ООП по направлениям подготовки бакалавров 35.03.06, 13.03.01, 15.03.05, 23.03.03, 15.03.06 и базируется на знаниях по математике в объеме программы средней школы.

УМ обеспечивает математическую подготовку бакалавров и необходим для освоения учебной программы ряда учебных модулей естественнонаучного и профессионального циклов. Базовые знания в области математики, полученные при изучении данного курса, используются при освоении УМ или элементов УМ естественнонаучного цикла (физика, информатика, теоретическая механика, сопротивление материалов и др.), а также многих модулей профессионального цикла.

3 Требования к результатам освоения учебного модуля

Процесс изучения УМ направлен на формирование следующих компетенций:

Содержание компетенций	35.03.06	23.03.03	13.03.01	15.03.06	15.03.05
Направление					
способность представлять адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики				ОПК-1	
владение физико-математическим аппаратом, необходимым для описания мехатронных и робототехнических систем				ОПК-2	
способность демонстрировать базовые знания в области естественнонаучных дисциплин, готовностью выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности; применять для их разрешения основные законы естествознания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования			ОПК-2		
способность к использованию основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности	ОПК-2				
способность проводить и оценивать результаты измерений	ОПК-6				
способностью работать в коллективе, толерантно воспринимая социальные, этнические, конфессиональные и культурные различия		ОК-6			
способностью к самоорганизации и самообразованию		ОК-7			
способностью к самоорганизации и самообразованию					ОК-5

В результате освоения УМ студент должен знать, уметь и владеть:

№ специальности	Уровень освоения	Знать	Уметь	Владеть
35.03.06 13.03.01 15.03.05 23.03.03 15.03.06	базовый	– основные понятия линейной алгебры – основные понятия векторной алгебры – основы аналитической геометрии – основы дифференциального исчисления функции одной переменной – основы интегрального исчисления функции одной переменной – основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных – основы теории обыкновенных дифференциальных уравнений – основы интегрального исчисления функции нескольких переменных – основы теории рядов – элементы теории функций комплексной переменной –элементы теории вероятностей математической статистики в объеме, достаточном для изучения естественно-научных дисциплин на современном научном уровне	– применять математический аппарат при изучении общетеоретических и специальных дисциплин и в инженерной практике – пользоваться математической литературой – работать самостоятельно и в коллективе	методами решения задач дифференциального и интегрального исчисления, алгебры и геометрии, дифференциальных уравнений, теории вероятностей и математической статистики

4 Структура и содержание учебного модуля

4.1 Трудоемкость учебного модуля

Форма обучения дневная

Учебная работа (УР)	Всего	Распреде- ление по семестрам		Коды форми- руемых компетенций
		1	2	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	12	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в академиче- ских часах (АЧ): УЭМ 1 <i>Элементы линейной алгебры</i> УЭМ 2 <i>Элементы векторной алгебры</i> УЭМ 3 <i>Аналитическая геометрия</i> УЭМ 4 <i>Основы дифференциального исчисления функции одной переменной</i> УЭМ 5 <i>Основы интегрального исчисления функции од- ной переменной</i> - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		18 27 9 45		в зависимости от направле- ния подготов- ки (см.3)
УЭМ 6 <i>Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных</i> УЭМ 7 <i>Дифференциальные уравнения и системы диф- ференциальных уравнений</i> УЭМ 8 <i>Кратные, криволинейные, поверхностные инте- гралы</i> УЭМ 9 <i>Ряды</i> УЭМ 10 <i>Элементы теории функций комплексной пере- менной</i> УЭМ 11 <i>Теория вероятностей</i> УЭМ 12 <i>Элементы математической статистики</i> - лекции - практические занятия - в том числе, аудиторная СРС - внеаудиторная СРС		18 27 9 45		в зависимости от направле- ния подготов- ки (см.3)
Аттестация: - экзамены	72	36	36	

Форма обучения заочная **35.03.06** Агроинженерия

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды форми- руемых ком- петенций
		1	2	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	12	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в АЧ: - лекции - практические занятия - в том числе, установочные занятия - СРС	192	7 8 2	7 8 192	ОПК-2 ОПК-6
Аттестация: - экзамен	18	9	9	

Форма обучения заочная

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	12	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в АЧ: - лекции - практические занятия - в том числе, установочные занятия - СРС	192	10 10 6	10 10 192	в зависимости от направления подготовки (см.3)
Аттестация: - экзамен	18	9	9	

Форма обучения заочная **15.03.06 Мехатроника и робототехника**

Учебная работа (УР)	Всего	Распределение по семестрам		Коды формируемых компетенций
		1	2	
Трудоемкость модуля в зачетных единицах (ЗЕТ)	12	6	6	
Распределение трудоемкости по видам УР в АЧ: - лекции - практические занятия - в том числе, установочные занятия - СРС	192	10 10 2	10 10 192	ОК-5
Аттестация: - экзамен	18	9	9	

4.2 Содержание и структура разделов учебного модуля**Введение**

Особенности преподавания математики в университете на инженерных факультетах. Знакомство студентов с рабочей программой по математике для данных направлений подготовки бакалавров, модульно-рейтинговой системой обучения и контроля знаний, с технологической картой дисциплины. Разъяснения контрольных заданий, тестов и индивидуальных домашних заданий, заданий для аудиторной и внеаудиторной СРС, требования к экзамену. Перечисление основной литературы.

УЭМ 1 Элементы линейной алгебры**1.1 Элементы линейной алгебры**

Матрицы и действия над ними. Определители и их свойства. Обратная матрица. Ранг матрицы. Решение матричных уравнений. Системы линейных алгебраических уравнений (далее СЛАУ). Исследование СЛАУ по теореме Кронекера – Капелли и способы их решения: с помощью теоремы Крамера, методом Гаусса, с помощью обратной матрицы. Собственные числа и собственные векторы матрицы.

1.2 Комплексные числа. Многочлены

Комплексные числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Геометрическая интерпретация комплексного числа. Действия с комплексными числами. Формулы Муавра. Многочлены. Разложение многочлена на множители. Рациональные функции и их разложение на простейшие.

УЭМ 2 Элементы векторной алгебры

Основные понятия векторной алгебры. Линейные операции над векторами. Линейно-зависимые и линейно - независимые векторы: определения и свойства. Базис. Декартова система координат. Преобразование декартовых координат на плоскости. Полярная система координат. Понятие евклидова пространства и нормы вектора. Разложение вектора по ортам координатных осей. Скалярное произведение векторов: определение, свойства, приложения. Векторное произведение векторов: определение, свойства, приложения. Смешанное произведение векторов: определение, свойства, приложения. Критерии коллинеарности и компланарности векторов.

УЭМ 3 Аналитическая геометрия

3.1. Аналитическая геометрия на плоскости

Прямая на плоскости: определение, различные виды уравнений. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой. Линии второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

3.2 Аналитическая геометрия в пространстве

Уравнение поверхности. Определение, различные виды уравнений плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Определение, различные виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Расстояние от точки до прямой. Поверхности второго порядка: эллипсоиды, гиперboloиды, параболоиды, цилиндры, конусы.

УЭМ 4 Основы дифференциального исчисления функции одной переменной

4.1 Теория пределов

Предел последовательности. Предел функции. Теоремы о пределах. Замечательные пределы. Бесконечно малые и бесконечно большие функции. Правила вычисления пределов. Непрерывность функции в точке: определения и основные теоремы. Классификация разрывов непрерывности функций. Непрерывность элементарных функций. Непрерывность функции на отрезке.

4.2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Понятие дифференцируемости функции. Производная функции. Дифференцирование сложной и обратной функции. Таблица производных, правила дифференцирования. Дифференцирование функции в неявном виде, функции, заданной параметрически. Логарифмическое дифференцирование. Геометрический и физический смысл производной. Дифференциал функции, его геометрический смысл, инвариантность формы дифференциала. Производные высших порядков. Таблицы производных высших порядков. Дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теорема Ферма, Ролля, Коши, Лагранжа. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Исследование поведения функций: возрастание и убывание, экстремумы, выпуклость, точки перегиба, асимптоты. Наибольшее и наименьшее значения функции.

УЭМ 5 Основы интегрального исчисления функции одной переменной

5.1 Неопределенный интеграл

Первообразная и неопределенный интеграл: понятия, свойства. Основная таблица интегралов. Методы интегрирования неопределенного интеграла: метод подведения функции под знак дифференциала, замена переменной, интегрирование по частям. Интегрирование рациональных функций. Интегрирование тригонометрических и иррациональных функций.

5.2 Определённый интеграл. Несобственные интегралы

Понятие определенного интеграла. Теорема Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле. Теорема Барроу. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку и от неограниченных функций. Приложения определенного интеграла.

УЭМ 6 Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных

Понятие функции многих переменных. Геометрическое изображение функции двух переменных. Частные производные. Дифференциал функции многих переменных. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцирование неявной функции. Дифференцирование сложной функции. Производная по направлению, градиент. Приложения диф-

ференциального исчисления нескольких переменных к геометрии в пространстве. Экстремум функции двух переменных. Локальный экстремум. Наибольшее и наименьшее значения функции двух переменных. Метод наименьших квадратов.

УЭМ 7 Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений

7.1 Дифференциальные уравнения первого порядка

Основные понятия теории дифференциальных уравнений. Частное и общее решение. Дифференциальные уравнения первого порядка. Задача Коши. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные, линейные уравнения первого порядка. Уравнение Бернулли.

7.2 Дифференциальные уравнения высших порядков

Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков. Метод вариации произвольных постоянных. ЛОДУ с постоянными коэффициентами. ЛНДУ с постоянными коэффициентами и со специальной правой частью.

7.3 Системы дифференциальных уравнений

Системы дифференциальных уравнений, основные понятия. Линейные системы дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Приложение дифференциальных уравнений и систем.

УЭМ 8 Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы

8.1 Кратные интегралы

Двойные и тройные интегралы и их свойства. Вычисление кратных интегралов в декартовых координатах. Вычисление кратных интегралов в криволинейных координатах. Полярные, цилиндрические и сферические координаты. Физические и геометрические приложения кратных интегралов.

8.2 Криволинейные интегралы

Криволинейные интегралы первого и второго рода и их свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода. Формула Грина. Приложения криволинейных интегралов.

8.3 Поверхностные интегралы

Определение и вычисление поверхностных интегралов первого и второго рода. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода. Формула Остроградского. Формула Стокса.

8.4 Приложения кратных, криволинейных, поверхностных интегралов

Скалярное поле. Векторное поле. Векторные линии и их дифференциальные уравнения. Интегралы векторного поля. Дивергенция векторного поля и её свойства. Ротор векторного поля и его свойства. Потенциальные и соленоидальные поля. Теорема о разложении векторного поля. Гармоническое поле. Оператор Гамильтона. Оператор Лапласа.

УЭМ 9 Ряды

9.1 Числовые ряды

Основные понятия. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся рядов. Достаточные признаки сходимости положительных рядов. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость. Признак Лейбница.

9.2 Функциональные ряды

Функциональные ряды. Степенные ряды. Область сходимости. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в степенные ряды. Гармоники и их свойства. Тригонометрические ряды. Понятие и свойства гармоник. Ряды Фурье. Применение рядов.

УЭМ 10 Элементы теории функций комплексной переменной

Функция комплексной переменной. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Интегрирование функции комплексной переменной.

УЭМ 11 Теория вероятностей

11.1 Элементы теории вероятностей

Элементы комбинаторики: сочетания, размещения, перестановки. Понятие случайного события, действия и свойства действий над событиями. Классическое и статистическое определение вероятности. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Локальная и интегральная теоремы Лапласа. Формула Пуассона.

11.2 Случайные величины

Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ. Виды распределений ДСВ. Непрерывные случайные величины (НСВ). Функция распределения и плотность распределения НСВ. Числовые характеристики НСВ. Равномерный и показательный законы распределения. Нормальное распределение.

11.3 Системы случайных величин

Закон распределения дискретной двумерной случайной величины. Условные законы распределения вероятностей, составляющих дискретной двумерной случайной величины. Плотность, условные законы распределения вероятностей, составляющих непрерывной двумерной случайной величины. Числовые характеристики.

УЭМ 12 Элементы математической статистики

Выборочный метод: статистическое распределение выборки, эмпирическая функция распределения, полигон и гистограмма. Статистические оценки параметров распределения: точечные оценки, интервальные оценки. Методы расчета сводных характеристик выборки. Элементы теории корреляции. Статистическая проверка статистических гипотез.

Календарный план, наименование разделов учебного модуля с указанием трудоемкости по видам учебной работы представлены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

4.3 Лабораторные работы учебным планом не предусмотрены.

4.4 Курсовые проекты (работы) учебным планом не предусмотрены.

4.5 Организация изучения учебного модуля

Методические рекомендации по организации изучения УМ с учетом использования в учебном процессе активных и интерактивных форм проведения учебных занятий даются в Приложении А.

Интегральную модель образовательного процесса (ОП) по модулю формируют технологии методологического уровня: модульно-рейтинговое обучение, контекстное обучение, технология поэтапного формирования умственных действий, технология развивающего обучения, элементы технологии развития критического мышления.

Реализация данной модели предполагает использование следующих образовательных технологий стратегического уровня (задающих организационные формы взаимодействия субъектов ОП), осуществляемых с использованием определенных тактических процедур:

- **лекционные занятия** проводятся в традиционной форме: вводная лекция, информационная лекция, обзорная лекция, лекция-консультация, проблемная лекция;
- **практические занятия** проводятся в традиционной форме (углубление знаний, полученных на теоретических занятиях, решение задач);
- **тренинговые** (формирование определенных умений и навыков, формирование алгоритмического мышления);

- **активизации** познавательной деятельности (приемы технологии развития критического мышления через чтение и письмо, работа с литературой, подготовка презентаций по темам домашних работ);
- **самоуправления** (самостоятельная работа включает подготовку к контрольным работам и контрольным опросам, выполнение и оформление индивидуальных заданий, подготовку к защите индивидуальных заданий, самостоятельное изучение материала, составление конспектов, подготовку к зачету и экзамену);
- **консультации** индивидуальные и групповые.

Рекомендуется использование информационных технологий при организации коммуникации со студентами для представления информации, выдачи рекомендаций и консультирования по оперативным вопросам (электронная почта), использование мультимедиа-средств при проведении лекционных и практических занятий.

5 Контроль и оценка качества освоения учебного модуля

5.1 Для дневной формы обучения

Контроль качества освоения студентами УМ и его составляющих осуществляется непрерывно в течение всего периода обучения с использованием балльно-рейтинговой системы (БРС), являющейся обязательной к использованию всеми структурными подразделениями университета (в соответствии с Положением об обучении студентов по балльно-рейтинговой системе от 27.09.2011 № 42).

Для оценки качества освоения модуля используются формы контроля: текущий – регулярно в течение всего семестра; рубежный – на девятой неделе семестра; семестровый.

Оценка качества освоения модуля осуществляется с использованием фонда оценочных средств, разработанного для данного модуля, по всем формам контроля в соответствии с Положением о фонде оценочных средств для проведения текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации студентов и итоговой аттестации выпускников от 25.06.2013 г.

Содержание видов контроля и их график отражены в технологической карте учебного модуля (Приложение Б).

5.2. Для заочной формы обучения

Форма проверки знаний студентов заочной формы обучения: проверка контрольных работ, экзамен.

6 Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля

Учебно-методическое и информационное обеспечение учебного модуля представлено Картой учебно-методического обеспечения (Приложение В)

7 Материально-техническое обеспечение учебного модуля

Для осуществления образовательного процесса по модулю иногда необходим компьютерный класс, оборудованный мультимедийными средствами для демонстрации лекций-презентаций и проведения тестирования.

Приложения (обязательные):

А – Методические рекомендации по организации изучения учебного модуля

Б – Технологическая карта

В - Карта учебно-методического обеспечения УМ

Приложение А
(обязательное)

**Методические рекомендации по организации изучения
учебного модуля (УМ) «Математика»**

УМ «Математика» разделен на 12 учебных элементов модуля (УЭМ):

- УЭМ 1 *Элементы линейной алгебры*
- УЭМ 2 *Элементы векторной алгебры*
- УЭМ 3 *Аналитическая геометрия*
- УЭМ 4 *Основы дифференциального исчисления функции одной переменной*
- УЭМ 5 *Основы интегрального исчисления функции одной переменной*
- УЭМ 6 *Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных*
- УЭМ 7 *Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений*
- УЭМ 8 *Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы*
- УЭМ 9 *Ряды*
- УЭМ 10 *Элементы теории функций комплексной переменной*
- УЭМ 11 *Теория вероятностей*
- УЭМ 12 *Элементы математической статистики*

Каждый УЭМ состоит из нескольких разделов, по которым предусмотрены лекционные, практические занятия и самостоятельные занятия студентов как аудиторные, так и внеаудиторные.

А.1 Методические рекомендации по теоретической части учебного модуля

Теоретическая часть модуля направлена на формирование системы знаний об основных понятиях и методах математики. Основное содержание теоретической части излагается преподавателем на лекционных занятиях. Для более глубокого овладения и понимания материала студенту рекомендуется изучение литературы, указанной для соответствующего УЭМ.

А.2 Методические рекомендации по практическим занятиям

Цель практических занятий – формирование у студентов навыков решения типовых математических задач, используемых при принятии решений в профессиональной деятельности, овладение методами математического анализа и моделирования, теоретического исследования для решения профессиональных задач.

Практические занятия предназначены для объяснения решения типовых задач или заданий преподавателем, самостоятельного решения задач студентами, разбор ошибок при решении задач, подведения итогов текущих занятий, а также подведения итогов контрольных точек УЭМ.

А.3 Методические рекомендации по самостоятельной работе студентов

Самостоятельная работа студентов (СРС) делится на аудиторную и внеаудиторную. Аудиторная СРС проводится при непосредственном присутствии и контроле преподавателя. Внеаудиторная СРС состоит:

- в самостоятельном прорабатывании лекционного материала;
- в изучении теоретического материала и составлении конспекта;
- в решении домашних и индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
- в подготовке к контрольным точкам (контрольная работа, тест, опрос);
- в подготовке рефератов и докладов;
- в подготовке к экзамену.

По каждой теме студент может пройти тесты на сайте <http://training.i-exam.ru/> в режимах «Обучение», «Самоконтроль» и «Контрольное тестирование».

При возникновении затруднений при изучении материала студент может получить консультацию у преподавателей (см. расписание индивидуальных консультаций на кафедре ВМ).

А.4 Типовые варианты ИДЗ, контрольных работ и типовых задач

Типовой вариант ИДЗ 1.1 Элементы линейной алгебры

Задание 1. Найти матрицу $A^2 + 2AB - 3E$, если: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$.

Задание 2. Решить систему линейных алгебраических уравнений двумя способами: 1) методом Крамера; 2) с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11 \end{cases}.$$

Задание 3. Решить систему методом Гаусса

$$\begin{cases} 2x_1 + 7x_2 + 3x_3 + x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 4 \\ 9x_1 + 4x_2 + x_3 + 7x_4 = 2 \end{cases}.$$

Задание 4. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Типовые задачи по теме: Элементы линейной алгебры

1. Вычислить определители четвёртого порядка

$$\begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 & -2 \\ 1 & 4 & -1 & 3 \\ 2 & 5 & 4 & -4 \\ -5 & 0 & 2 & 10 \end{vmatrix}.$$

2. Найти матрицу, обратную к матрице $A = \begin{pmatrix} -1 & 9 & 5 \\ -4 & 6 & 2 \\ 3 & 7 & 8 \end{pmatrix}$.

3. Решить матричное уравнение: $X \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 0 & 1 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & 1 & -1 & 2 \\ 8 & -2 & 0 & 1 & 4 \\ -1 & 3 & 2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

5. Решить систему с помощью теоремы Крамера:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 3x_3 = -3, \\ -2x_1 + 6x_2 + 9x_3 = -11, \\ -4x_1 - 3x_2 + 8x_3 = -2. \end{cases}$$

6. Решить систему методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + 3x_3 = 2, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 5. \end{cases}$$

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Вычисление определителей

Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 & -3 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 3 & 0 \\ 6 & 0 & 3 & 7 \end{vmatrix}$ равен ...

Тема: Линейные операции над матрицами

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & 5 & 1 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 0 \\ 3 & 5 & 6 \end{pmatrix}$. Если $C = A + B$, то след матрицы C равен...

вен...

Тема: Умножение матриц

Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$ и $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$. Тогда существует произведение

матриц...

Тема: Ранг матрицы

Ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & b \\ 3 & a & 9 \end{pmatrix}$ равен единице, если a и b принимают значения ...

Тема: Обратная матрица

Для матрицы A существует обратная, если ее определитель ...

Тема: Системы линейных уравнений

Методом Крамера не может быть решена система линейных уравнений ...

$$\begin{cases} x + 2y - 1 = 0, \\ 2x + 4y - 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 7x + 3y - 4 = 0, \\ 2x - 5y - 7 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + y - 1 = 0, \\ 7x - y + 1 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x + 4y - 1 = 0, \\ -5x + y - 6 = 0 \end{cases}$$

Типовой вариант ИДЗ 1.2 Комплексные числа. Многочлены

ИДЗ 1.2 Комплексные числа

Задание 1. Привести к алгебраической форме комплексные числа:

- $(1 + 2i)^2(2 - i)$;
- $\frac{1-2i}{2+i} + i^2$.

Задание 2. Дано комплексное число $z_0 = \frac{i^3}{\sqrt{3}i - i^2}$.

- Привести комплексное число z_0 к алгебраической форме;
- привести комплексное число z_0 к тригонометрической форме;
- вычислить z_0^{12} ;
- решить уравнение $w^3 + z_0 = 0$.

Задание 3. Решить уравнение $x^2 - 2x + 5 = 0$.

Задание 4. Построить область, заданную неравенствами

$$\begin{cases} \operatorname{Re}(z + 1 - i) \leq 3, \\ \operatorname{Im}(z - 5 - 2i) \geq -3, \\ |z + 1 - 2i| \leq 2. \end{cases}$$

Задание 5. Разложить дробно-рациональную функцию на простейшие

$$\frac{x^2 + 2x - 2}{(x^2 + 2x + 5)(x^2 + 2x - 3)}.$$

Типовые задачи по теме: Комплексные числа. Многочлены

Дополните

- Если комплексные числа $z_1 = a - b + i$ и $z_2 = a + 2 + (3a + b)i$ равны, то $a + b = \underline{\hspace{2cm}}$
- $z_1 = \sqrt{3} - 2i$, $z_2 = 1 + ai$, $a = \operatorname{Re} z_1 \cdot \operatorname{Im} z_1$. Тогда $z_1 \cdot z_2 = \underline{\hspace{2cm}}$
- Тригонометрическая форма комплексного числа $z = -\sqrt{7} - i\sqrt{21}$ имеет вид $\underline{\hspace{2cm}}$
- Если $z_1 = 4 - \sqrt{2}i$, $z_2 = \sqrt{2} - i$, $w = \frac{z_1}{z_2}$, то $\bar{w} = \underline{\hspace{2cm}}$
- Площадь части круга $|z - 1 - i| \leq 1$, лежащего ниже луча $\arg z = \frac{\pi}{4}$ равна $\underline{\hspace{2cm}}$
- Если $x = -i$ – корень многочлена $P(x) = x^6 + ax^5 + 3x^4 + 2x^3 + x^2 - 1$, то $a = \underline{\hspace{2cm}}$
- $P(x)$ – многочлен 4-ой степени, $Q(x)$ – многочлен 5-ой степени. Тогда степень многочлена $(x^2 P(x) + Q(x))(P(x) - x^2 Q(x))$ равна $\underline{\hspace{2cm}}$
- Представление дроби $\frac{x^6 + 2x^4 - x^3 + 2x^2 + 7x - 2}{x^3 + 2x - 3}$ в виде суммы целой и правильной рациональных функций имеет вид: $\underline{\hspace{2cm}}$

Установите соответствие

9. $z = 3 - \sqrt{3}i$

w	$\operatorname{Im} w$
1) $i(\bar{z})^2$	а) $-24\sqrt{3}$ б) -12 в) $2\sqrt{3}$
2) $8(z - 2)^{-1}$	г) $6\sqrt{3}$ д) 6
3) z^3	

10. $z = i^m + i^n$

Значения m и n	z
1) $m = 12$, $n = -8$	а) -2 б) $-2i$ в) 0
2) $m = 25$, $n = 19$	
3) $m = -31$, $n = 41$	г) 2 д) $2i$

11. $\arg z_1 = \frac{\pi}{12}$, $\arg z_2 = \frac{3\pi}{8}$

w	$\arg w$
1) $\left(\frac{z_2}{z_1}\right)^3$	а) $\frac{\pi}{4}$ б) $\frac{3\pi}{4}$ в) $\frac{7\pi}{8}$
2) $z_1^3 \cdot z_2^4$	г) $\frac{13\pi}{16}$ д) $\frac{7\pi}{4}$

3) $\frac{iz_1^6}{z_2^2}$	
---------------------------	--

12.

Уравнение	Г.М.Т., описываемое данным уравнением
1) $z \cdot \bar{z} = 2Jm^2 z + 1$	а) прямая б) парабола
2) $ z + Jmz = 1$	в) эллипс г) гипербола
3) $ 2z + \bar{z} = 1$	д) окружность

13. $P_6(x)$ – многочлен 6-ой степени с вещественными коэффициентами, старший коэффициент которого $a_0 = 1$.

Корни многочлена $P_6(x)$	Сумма всех корней многочлена $P_6(x)$ (с учетом кратности)
1) $x = 3$ кратности 2; $x = -1 + 5i$ кратности 2	а) 2 б) 3 в) 4
2) $x = 1 - 7i$ кратности 3	
3) $x = -1$ кратности 2; $x = 2 - 3i$ кратности 1; $x = 3$ кратности 2	г) 6 д) 8

14.

Дана дробь: $\frac{2x^2 + x + 10}{(x^m - n^2)^n}$

Значение параметров m и n	Разложение дроби на сумму простейших дробей (с неопределенными коэффициентами)
1) $m = 4, \quad n = 1$	а) $\frac{A}{(x-9)^3} + \frac{B}{(x-9)^2} + \frac{C}{x-9}$
2) $m = 3, \quad n = 1$	б) $\frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+1} + \frac{Cx+D}{x^2+1}$
3) $m = 1, \quad n = 3$	в) $\frac{Ax+B}{x^2+1} + \frac{Cx+D}{x^2-1}$
	г) $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+x+1}$
	д) $\frac{A}{x-1} + \frac{Bx+C}{x^2+1}$

Выберите номер правильного ответа

15. Если $z = x + iy$ и $-7xi + 8yi + 7 = i - 49x - 64y$, то $\arg z$ равен

- 1) 0 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) $\frac{\pi}{2}$ 4) $\frac{3\pi}{4}$ 5) π

16. Аргумент одного из пяти значений $\sqrt[5]{z}$, где $z = 3\left(\cos \frac{2\pi}{9} + i \sin \frac{2\pi}{9}\right)$, равен

- 1) $\frac{4\pi}{45}$ 2) $\frac{8\pi}{45}$ 3) $\frac{20\pi}{45}$ 4) $\frac{28\pi}{45}$ 5) $\frac{38\pi}{45}$

17. Многочлен $P(x) = x^5 + 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + ax + b$ имеет корень $x = \sqrt{2}$ кратности 2. Тогда $a \cdot b$ равно

- 1) 12 2) 24 3) 36 4) 48 5) 60

18. Для многочлена $P(x) = (x^2 - 5x + 6)^3(x+1)^4 + 12(x^2 - 5x + 6)^2(x+1)^5$ сумма всех корней с учетом кратности равна

- 1) -6 2) -2 3) -1 4) 4 5) 6

19. Даны дроби:

а) $\frac{4x+5}{2x^2+9x+11}$ б) $\frac{4x}{3x^2+7x+3}$ в) $\frac{3}{4x^2+12x+9}$ г) $\frac{3-x}{3x^2+10x+9}$

Простейшими дробями 2-го рода являются

- 1) только а 2) а и б 3) б и в 4) в и г 5) а и г

20. Известно, что $\frac{3x^2+4x+4}{(x+2)(x^2+2x+4)} = \frac{A}{x+2} + \frac{Bx+C}{x^2+2x+4}$. Тогда сумма $A+B+C$ равна

- 1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Комплексные числа и их представление

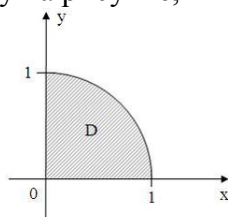
Комплексное число задано в показательной форме $z = 3 \cdot e^{i\frac{\pi}{3}}$. Тогда его тригонометрическая форма записи имеет вид ...

Тема: Операции над комплексными числами

Дано комплексное число $z = 3 \cdot \left(\cos \frac{2\pi}{5} + i \cdot \sin \frac{2\pi}{5} \right)$. Тогда z^5 равно ...

Тема: Области на комплексной плоскости

Все точки $z = x + iy$ комплексной плоскости, принадлежащие множеству D , изображенному на рисунке,



удовлетворяют условию ...

Типовой вариант ИДЗ 2 Элементы векторной алгебры

Задание. Даны векторы $\vec{a}(3,1,2)$, $\vec{b}(4,0,-3)$, $\vec{c}(1,2,-4)$, $\vec{d}(-3,2,2)$.

Требуется:

- доказать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ некопланарны и найти координаты вектора $\vec{d}$ в базисе $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$;
- проекцию вектора $\vec{a}$ на вектор $\vec{b}$;
- угол между векторами $\vec{b}$ и $\vec{c}$;
- площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a}$ и $\vec{b}$;
- объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$.

Типовые задачи по теме: Векторная алгебра

- Даны три вершины параллелограмма: $A(1; 3; 5)$, $B(-2; 7; 1)$, $C(0; 4; 1)$. Найти координаты вершины D .

2. При каких α и β векторы $\vec{a} = (1, 2, 3)$ и $\vec{b} = (-3, \alpha, \beta)$ линейно зависимы.
3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Найти проекцию вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ на вектор $\vec{b}$.
4. Найти косинус угла, образованного ортами $\vec{e}_1$ и $\vec{e}_2$, при условии, что векторы $\vec{a} = \vec{e}_1 + 2\vec{e}_2$ и $\vec{b} = 5\vec{e}_1 - 4\vec{e}_2$ перпендикулярны.
5. Вычислить площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{a} - 5\vec{b}$, где $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$, $(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{2\pi}{3}$.
6. Даны векторы $\vec{a} = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - \alpha\vec{j} + 2\vec{k}$. При каком значении параметра α векторы $\vec{a} \times \vec{b}$ и $\vec{c}$ взаимно перпендикулярны?
7. Найти объем пирамиды с вершинами $A(2, 0, 3)$, $B(0, 3, -2)$, $C(0, 4, 6)$ и $D(2, 3, 7)$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Линейные операции над векторами

Даны три вектора: $\vec{a} = (-2; 3; 1)$, $\vec{b} = (2; -3; -4)$ и $\vec{c} = (-1; 5; -2)$. Тогда вектор $3\vec{a} - 2\vec{b} + 4\vec{c}$ имеет координаты ...

Тема: Норма вектора в евклидовом пространстве

В евклидовом пространстве со стандартным скалярным произведением норма вектора $\vec{a}$ равна 3, норма вектора $\vec{b}$ равна 3, их скалярное произведение равно -1. Тогда норма вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ равна ...

Тема: Скалярное произведение векторов

Даны два вектора: $\vec{a} = \vec{p} - \vec{q}$ и $\vec{b} = 2\vec{p} + \vec{q}$, где $\|\vec{p}\| = 3$, $\|\vec{q}\| = 2\sqrt{2}$, угол между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равен $\frac{\pi}{4}$. Тогда скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ будет равно ...

Тема: Векторное произведение векторов

Векторное произведение векторов $\vec{a} = 3 \cdot \vec{p} - 2 \cdot \vec{q}$ и $\vec{b} = 2 \cdot \vec{p} - 5 \cdot \vec{q}$ равно ...

Тема: Смешанное произведение векторов

Векторы $\vec{a} = (2; 1; -1)$, $\vec{b} = (1; -2; 3)$ и $\vec{c} = (3; -1; \alpha)$ линейно зависимы, если параметр α равен ...

Типовой вариант ИДЗ 3 Аналитическая геометрия

Задание 1. Даны координаты вершин пирамиды $A_1A_2A_3A_4$:

$A_1(1, -1, 1)$, $A_2(-2, 0, 3)$, $A_3(2, 1, -1)$, $A_4(2, -2, -4)$. Требуется найти:

- 1) длину ребра A_1A_2 ;
- 2) угол между ребрами A_1A_2 и A_1A_4 ;
- 3) угол между ребром A_1A_4 и гранью $A_1A_2A_3$;
- 4) площадь грани $A_1A_2A_3$;
- 5) объем пирамиды; 6) уравнения прямой A_1A_2 ;
- 7) уравнение плоскости $A_1A_2A_3$;
- 8) уравнения высоты, опущенной из вершины A_4 на грань $A_1A_2A_3$.

Сделать чертеж.

Задание 2. Написать уравнения сторон треугольника ABC , если задана его вершина $A(1, 3)$ и уравнения двух медиан $x - 2y + 1 = 0$ и $y - 1 = 0$. Сделать чертеж.

Задание 3. Написать уравнение кривой, каждая точка которой находится на одинаковом расстоянии от точки $F(2; 2)$ и от оси Ox . Сделать чертеж.

Задание 4. Дана функция $\rho = \frac{25}{13 - 12 \cos \varphi}$ на отрезке $0 \leq \varphi \leq 2\pi$. Требуется:

- 1) построить график функции в полярной системе координат по точкам, давая φ значения через промежуток $\frac{\pi}{8}$, начиная от $\varphi = 0$;
- 2) найти уравнение линии в прямоугольной декартовой системе координат, начало которой совпадает с полюсом, а положительная полуось абсцисс – с полярной осью;
- 3) по полученному уравнению определить, какая это будет линия, сделать чертеж.

Типовые задачи по теме: Аналитическая геометрия

1. Найти угол между высотой AD и медианой AE в треугольнике с вершинами в точках $A(1; 3)$, $B(4; -1)$, $C(-1; 1)$.
2. Написать каноническое уравнение эллипса, если расстояние между концами большой и малой осей равно 5, а сумма длин полуосей равна 7.
3. Составить уравнение плоскости, проходящей через ось Oz и точку $A(2; -3; 4)$.
4. Найти проекцию точки $A(2; -1; 3)$ на плоскость $5x - 2y + z + 15 = 0$.
5. Найти точку пересечения прямой и плоскости $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$, $5x + 7y + 9z - 32 = 0$.
6. Написать уравнения геометрического места точек, равноудаленных от двух точек $A(3; 2; 1)$ и $B(-4; -2; 1)$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Прямоугольные координаты на плоскости

Точка $M(x; y)$ симметрична точке $A(2; 5)$ относительно биссектрисы первого координатного угла. Тогда точка M имеет координаты ...

Тема: Полярные координаты

Кривая в полярной системе координат задана уравнением $r = 2 \cos \varphi$. Тогда ее уравнение в прямоугольной системе координат имеет вид ...

Тема: Прямая на плоскости

Острый угол между прямыми $5x - y + 7 = 0$ и $3x + 2y = 0$ равен ...

Тема: Кривые второго порядка

Радиус окружности $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 21 = 0$ равен ...

Тема: Прямоугольные координаты в пространстве

Даны точки $A(3; -1; -3)$ и $B(2; -3; -1)$. Тогда длина отрезка AB равна ...

Тема: Плоскость в пространстве

Уравнение плоскости, проходящей через точки $M_1(-1; 2; 0)$, $M_2(2; 3; 1)$ и $M_3(3; -1; 4)$, имеет вид ...

Тема: Прямая линия в пространстве

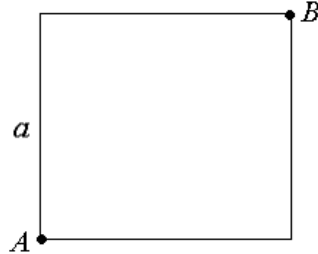
Острый угол между прямыми $l_1: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ и $l_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z}{\sqrt{2}}$ равен ...

Тема: Поверхности второго порядка

Сфера с центром $B(1; 0; -1)$ проходит через точку $A(-1; 2; 0)$. Тогда ее уравнение имеет вид ...

Кейс-задание

В городском парке, имеющем форму квадрата со стороной a , установлены две осветительные установки A и B , расположенные в противоположащих вершинах этого квадрата (см. рисунок).



Устройство этих установок таково, что наилучшая освещенность на поверхности парка достигается в точках, отстоящих в два раза дальше от установки A , чем от установки B . Через все такие точки проложили пешеходную дорожку.

1 Все точки этой дорожки принадлежат некоторой ...

2 В местах пересечения этой дорожки со сторонами квадрата расположены входы в парк. Пусть сторона квадрата равна $a = 54(\sqrt{7} + 1)$ м. Тогда расстояние от установки B до ближайшего такого входа равно _____ м.

Типовой вариант ИДЗ 4.1 Пределы. Непрерывность функции

Задание 1. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталья:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$; б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}$; в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg 3x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 3}{4x + 1} \right)^{2x}$

Задание 2. Исследовать на непрерывность функцию $y = \begin{cases} 3x^2 - 1, & x \leq 1, \\ 2x, & 1 < x \leq 3, \\ x + 2, & x > 3. \end{cases}$

Сделать чертеж.

Типовой вариант ИДЗ 4.2 Дифференциальное исчисление функции одной переменной

Задание 1. Найти производные данных функций:

а) $y = \frac{2x^2 - x - 1}{3\sqrt{2 + 4x}}$; б) $y = \frac{1}{2} \arctg \frac{e^x - 3}{2}$; в) $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$; г) $\begin{cases} x = \arccos\left(\frac{1}{t}\right), \\ y = \sqrt{t^2 - 1} + \arcsin\left(\frac{1}{t}\right). \end{cases}$

Задание 2. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x - 1} \right)$, пользуясь правилом Лопиталья.

Задание 3. Провести полное исследование функции $y = \frac{17 - x^2}{4x - 5}$ и построить график.

Типовые задачи по теме: Основы дифференциального исчисления

1. Вычислить пределы:

а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 1}$; б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - 3x^2}{x^2 + 7x - 2}$; в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{2-x}-1}{\sqrt{5-x}-2}$; г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 5x}$.

2. Исследовать на непрерывность функцию: $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1, & x < 1; \\ 2, & 1 \leq x < 2; \\ 3x, & x > 2. \end{cases}$

3. Найти производные $\frac{dy}{dx}$ следующих функций:

а) $y = \sqrt[5]{1 + \operatorname{ctg} 10x}$; б) $y = (\sin 4x)^{x^2+1}$; в) $x^3 y^2 - \frac{x}{y} = 7^x$; г) $\begin{cases} x = \frac{t+1}{t} \\ y = \frac{t-1}{t} \end{cases}$.

4. Вычислить предел, используя правило Лопиталя: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\operatorname{arctg} 2x}$.

5. Найти наибольшие и наименьшие значения функции $y = 3x^4 - 16x^3 + 2$ на отрезке $[-3; 1]$.

6. Вычислить приближенно $\sqrt{24}$.

7. Провести полное исследование функции $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 4}$ и построить ее график.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Область определения функции

Область определения функции $f(x) = \log_x(6-x)$ имеет вид ...

Тема: Предел функции

Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \operatorname{tg} 3x}{\cos x - \cos^3 x}$ равен ...

Тема: Непрерывность функции, точки разрыва

Точка разрыва функции $f(x) = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x \leq -1, \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 2, \\ 2x - 5, & \text{если } x \geq 2, \end{cases}$ равна ...

Тема: Производные первого порядка

Производная функции $y = \log_3(3 + 2\sqrt{x})$ равна ...

Тема: Производные высших порядков

Производная второго порядка функции $y = \frac{x-1}{2x+3}$ равна ...

Тема: Приложения дифференциального исчисления ФОП

Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t) = \frac{1}{2}t^3 - 3t^2 + t + 7$. Тогда ускорение точки в момент времени $t = 2$ равно ...

Тема: Дифференциалы и теоремы о дифференцируемых функциях

Приближенное значение функции $f(x) = \sqrt[5]{x^2 - 2x + 8}$ при $x = 5,86$, вычисленное с использованием дифференциала первого порядка, равно ...

Тема: Приложения дифференциального исчисления ФОП

Уравнение касательной к графику функции $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2x + 1$ в его точке с абсциссой $x_0 = 2$ имеет вид ...

Тема: Асимптоты графика функции

Горизонтальная асимптота графика функции $f(x) = \frac{2x^3 - 3x^2 + 4}{5 - 4x - 3x^3}$ задается уравнением вида ...

Типовой вариант ИДЗ 5 Основы интегрального исчисления

Задание 1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{2 + \ln(x-1)}{x-1} dx$; б) $\int (1 + 3x^2) \sin x dx$; в) $\int \frac{x+1}{x^3-1} dx$; г) $\int \frac{\sin x}{5 + 3\sin x} dx$.

Задание 2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_0^1 \frac{e^x}{1 + e^{2x}} dx$; б) $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx$.

Задание 3. Вычислить несобственный интеграл (или установить их расходимость)

$\int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^3 x}$.

Задание 4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y = 4 - x^2$ и $y = x^2 - 2x$.

Типовые задачи по теме: Основы интегрального исчисления

1. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int \frac{x}{(x^2 + 4)^5} dx$; б) $\int (2x - 1)e^{3x+2} dx$; в) $\int \frac{x^2}{x^4 - 81} dx$;
г) $\int \frac{\sqrt{x+5}}{1 + \sqrt[3]{x+5}} dx$; д) $\int \frac{1}{3\cos x + 4\sin x} dx$.

2. Вычислить определенные интегралы:

а) $\int_1^{\sqrt{3}} x^2 \sqrt[3]{(3 - x^3)^2} dx$; б) $\int_{-1}^2 \frac{x^4 - 2}{x^2 + 1} dx$; в) $\int_{-4}^{-2} \frac{1}{\sqrt{5 - 4x - x^2}} dx$; г) $\int_0^2 \ln(x^2 + 4) dx$.

3. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int_3^{+\infty} \frac{x^2}{x^2 + 4} dx$; б) $\int_0^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 3x^2 + 1$ и $y = 3x + 7$.

5. Вычислить длину кардиоиды $r = 3(1 - \cos \varphi)$.

6. Вычислить объем тела, образованного вращением вокруг оси Ox фигуры, ограниченной параболлами $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Основные методы интегрирования

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ имеет вид ...

Тема: Замена переменной в неопределенном интеграле

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{\arccos^2 2x}{\sqrt{1-4x^2}}$ имеет вид ...

Тема: Интегрирование по частям в неопределенном интеграле

Множество первообразных функции $f(x) = x \ln 2x$ имеет вид ...

Тема: Интегрирование рациональных функций

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{x+3}{x^2+2x+2}$ имеет вид ...

Тема: Интегрирование иррациональных выражений

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{1-2x^2}}$ имеет вид ...

Тема: Интегрирование тригонометрических функций

Множество первообразных функции $f(x) = \frac{\sin 2x}{\sqrt{3+\cos^2 x}}$ имеет вид ...

Тема: Свойства определенного интеграла

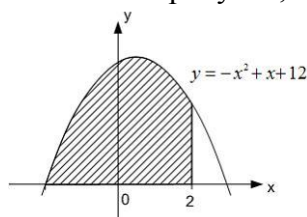
Среднее значение функции $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ на отрезке $[1; \sqrt{3}]$ равно ...

Тема: Методы вычисления определенного интеграла

Несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} x e^{-x^2} dx$...

Тема: Приложения определенного интеграла

Площадь фигуры, изображенной на рисунке,



равна

Типовой вариант ИДЗ 6 Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

Задание 1. Дана функция $z = f(x, y)$. Показать, что

$$F\left(x, y, z, \frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}, \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}\right) \equiv 0. \text{ Если } z = 3 \sin(x + 5y); F = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 25 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

Задание 2. Найти угол между $\text{grad } u$ и $\text{grad } v$ в точке M_0 :

$$u = \frac{yz^2}{x^2}, v = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3, M_0\left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right).$$

Задание 3. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности

$$z = f(x, y) \text{ в точке } M_0(x_0, y_0, z_0): z = \frac{x^2}{2} - y^2, M_0(2, -1, 1).$$

Задание 4. Найти наименьшее и наибольшее значения функции $z = f(x, y)$ в замкну-

той области D , заданной системой неравенств: $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; 0 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 3$. Сделать чертеж.

Типовые задачи по теме: Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных

1. Найти частные производные первого и второго порядков функции: $z = 2^{\cos \frac{y}{x}}$.

2. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z(x, y)$ в замкнутой области D .
Сделать чертеж.

$$z = x^2(y+1)(3-x-y); D: \begin{cases} x = 0, \\ y = -1, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

3. Для поверхности $z = 4x - xy + y^2$ найти уравнение касательной плоскости, параллельной плоскости $4x + y + 2z + 9 = 0$.

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Частные производные первого порядка

Частная производная $\frac{\partial u}{\partial x}$ функции $u = x^2 y^3 + xz - y^2 z + 8y$ имеет вид ...

Тема: Частные производные высших порядков

Частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ функции $z = \operatorname{tg}(x + 2y)$ имеет вид ...

Тема: Полный дифференциал

Приближенное значение функции $z = f(x, y) = 3y^2 - 9xy + y$ в точке $A(1,07; 2,94)$, вычисленное с помощью полного дифференциала, равно ...

Тема: Производная по направлению и градиент

Производная $\frac{\partial z}{\partial l}$ по направлению $\vec{l} = (-1; 2)$ функции двух переменных $z = x^2 + y^2$ в точке $M(1; 3)$ равна ...

Типовой вариант ИДЗ 7 Дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений

Задание 1. Найти общее решение уравнения $y' = \frac{x+y}{x-y}$.

Задание 2. Найти общее решение уравнения $y''' x \ln x = y''$.

Задание 3. Найти решение задач и Коши $y'' - 2y' = 2e^x; y(1) = -1, y'(1) = 0$.

Задание 4. Методом вариации произвольных постоянных решить уравнение

$$y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}}.$$

Задание 5. Найти общее решение системы уравнений $\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$.

Типовые задачи по теме: Дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений

1. Решить дифференциальные уравнения первого порядка:

а) $y' \cos x = (y+1) \sin x$; б) $(x^2 - y^2)y' = 2xy$; в) $x^2 y' - 2xy = 3$.

2. Решить дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка:

а) $(1-x^2)y'' = xy'$; б) $y''y^3 = 1$; в) $y'' = (x^2 + 7x + 9)e^x$; $y(0)=1$, $y'(0)=4$.

3. Найти частное решение дифференциального уравнения $y'' - 2y' + y = 16e^x$, удовлетворяющее начальным условиям $y(0)=1$, $y'(0)=2$.

4. Решить систему
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}.$$

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Типы дифференциальных уравнений

Уравнение $\cos x \cdot y' + 5x^2 y = xy^3$ является ...

Тема: Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными

Общий интеграл дифференциального уравнения $x\sqrt{y}y' - \ln x = 0$ имеет вид ...

Тема: Однородные дифференциальные уравнения первого порядка

Общий интеграл дифференциального уравнения $x^2 y' = xy - y^2$ имеет вид ...

Тема: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения первого порядка

Общее решение дифференциального уравнения $xy' + 2y = x^2$ имеет вид ...

Тема: Задача Коши для дифференциального уравнения первого порядка

Частное решение дифференциального уравнения $y' = \arccos 2x$, удовлетворяющее условию $y\left(\frac{1}{2}\right) = 0$, имеет вид ...

Тема: Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 4y' + 4y = 0$ имеет вид ...

Тема: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами

Частное решение $\bar{y}$ линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка $y'' + 3y' = 9x^2 + 1$ имеет вид ...

Тема: Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка

Функция $y = e^{2x}$ является решением дифференциального уравнения второго порядка ...

$$y'' = 4e^{2x} \quad y'' - 2y' + 2y = e^{2x} \quad y'' = e^{2x} \quad y'' - (y')^2 \cdot e^{-2x} = -e^{2x}$$

Тема: Системы двух линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами

Общее решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} y''_{tt} = x \\ x''_{tt} = y \end{cases}$ имеет вид...

Кейс-задания: Кейс 1

При доходе потребителя, равном $M = 5$ у.е., потребление некоторого блага составляет $X = 30$ ед. Известно, что скорость изменения спроса по доходу равна $\frac{dX}{dM} = \frac{36}{(M+1)^2}$.

- 1 Функция спроса по доходу выражается зависимостью ...
- 2 Объем спроса при $M = 11$ равен ...
- 3 Наибольшее значение объема потребления **не превзойдет** величины ...

Кейс-задания: Кейс 2

Для уборки снега на улицах города используются снегоуборочные машины. Они работают в течение светлого времени суток с 8 до 18 часов ($8 < t < 18$) с постоянной скоростью уборки снега $200 \text{ м}^3/\text{ч}$. Изменение объема снега, выпадающего на улицы города в городе в течение суток, можно описать уравнением $\frac{dS}{dt} = 48t - 2t^2$, где $S(t)$ – объем снега (в м^3), выпавшего за время t (в часах), $0 \leq t \leq 24$. В момент времени $t = 0$ на улицах города лежит 500 м^3 снега.

1 Пусть $V(t)$ – объем снега, лежащего на улицах города в момент времени t , тогда математическая модель для нахождения $V(t)$ может иметь вид ...

$$V(t) = \begin{cases} 500 + \int_0^t (48t - 2t^2) dt, & 0 \leq t \leq 8 \\ 500 + \int_0^t (48t - 2t^2) dt - 200 \int_8^t dt, & 8 < t < 18 \\ 24t^2 - \frac{2t^3}{3} - 1500, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

$$V(t) = \begin{cases} 500 + 48t - 2t^2, & 0 \leq t \leq 8 \\ 500 + 48t - 2t^2 - 200 \int_8^t dt, & 8 < t < 18 \\ 48t - 2t^2 - 1500, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

$$V(t) = \begin{cases} 200 + \int_0^t (48t - 2t^2) dt, & 0 \leq t \leq 8 \\ 200 + \int_0^t (48t - 2t^2) dt - 500 \int_8^t dt, & 8 < t < 18 \\ 24t^2 - \frac{2t^3}{3} - 1500, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

$$V(t) = \begin{cases} 200 + 48t - 2t^2, & 0 \leq t \leq 8 \\ 200 + 48t - 2t^2 - 500 \int_8^t dt, & 8 < t < 18 \\ 48t - 2t^2 - 1500, & 18 \leq t \leq 24 \end{cases}$$

2 Найдите:

- а) Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t = 3$ часов.
- б) Объем снега, лежащего на улицах города в момент времени $t = 15$ часов.

3 Пусть снегоуборочные машины не работали в обеденное время ($12 < t < 13$), тогда объем снега, лежащего на улицах города в конце дня ($t = 24$ ч), будет равен _____ м^3 .

Типовой вариант ИДЗ 8.1 Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы

Задание 1. Найти площадь фигуры, ограниченной линиями:

$$x = \sqrt{36 - y^2}, x = 6 - \sqrt{36 - y^2}. \text{ Сделайте чертеж.}$$

Задание 2. Найти объем тела, ограниченного поверхностями:

$$x^2 + y^2 = 2y, z = \frac{9}{4} - x^2, z = 0. \text{ Сделайте чертежи данного тела и его проекции на плоскость } O_{xy}.$$

Задание 3. Вычислить криволинейный интеграл 2-го рода, взятые вдоль кривой:

$$\int_L (y^2 - z^2) dx + 2yz dy - x^2 dz, \text{ где } L - \text{кривая } x=t, y=t^2, z=t^3, 0 \leq t \leq 1.$$

Задание 4. Вычислить поверхностный интеграл 1-го рода:

$$\iint_S (x + y + z) ds, \text{ где } S - \text{поверхность } x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0.$$

Сделать чертежи данной поверхности и ее проекции на плоскость O_{xy} .

Типовой вариант ИДЗ 8.2 Приложения кратных, криволинейных, поверхностных интегралов

Задание 1. Дано векторное поле $\overline{A(x, y, z)}$ и плоскость P , которая с координатными плоскостями образует пирамиду T . Пусть S_{ABC} - основание пирамиды, принадлежащее плоскости P , L_{ABC} - контур, ограничивающий S_{ABC} . Вычислить:

- 1) поток векторного поля $\overline{A(x, y, z)}$ через полную поверхность S пирамиды T в направлении внешней нормали (непосредственно и по теореме Гаусса-Остроградского);
- 2) циркуляцию данного векторного поля $\overline{A(x, y, z)}$ по контуру L_{ABC} (непосредственно и по теореме Стокса), где $\overline{A(x, y, z)} = (x - y + 5z)\vec{k}$; $P: x + y + z - 2 = 0$.

Задание 2. Убедиться в том, что векторное поле $\bar{A} = (-\frac{1}{x^2}; -\frac{1}{y^2}; -\frac{1}{z^2})$ потенциально.

Найти потенциал этого поля.

Типовые задачи по теме: Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы

1. Изменить порядок интегрирования. Сделать чертёж области интегрирования.

$$\int_{-6}^2 dx \int_{\frac{x^2}{4}-1}^{2-x} f(x, y) dy.$$

2. Вычислить с помощью двойного интеграла в полярных координатах площадь фигуры, заданной уравнением в декартовых координатах

$$(x^2 + y^2)^2 = a^2(3x^2 + 2y^2), a > 0.$$

3. Вычислить с помощью тройного интеграла объём тела, ограниченного заданными поверхностями. Сделать чертёж данного тела и его проекции на плоскость xOy .

$$x^2 + y^2 = 9, \quad z = 4 - x - y, \quad z = 0.$$

4. Вычислить криволинейный интеграл второго рода

$$\int_L (x^2 - y) dx + (x - y^2) dy, \text{ где } L - \text{дуга окружности } x = 3\cos t, y = 3\sin t, \text{ от точки } A(3, 0) \text{ до точки } B(0, 3).$$

5. Вычислить поверхностный интеграл первого рода

$$\iint_S (x^2 + y^2) ds, \text{ где } S - \text{граница тела } \sqrt{x^2 + y^2} \leq z \leq 1.$$

Типовой вариант ИДЗ 9.1 Числовые ряды

Задание 1. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n + 2^n}{6^n}$.

Задание 2. Найти сумму ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}$.

Задание 3. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2n - 7}{7n^2 + 10n - 1}$, используя необходимое условие сходимости.

Задание 4. Доказать расходимость ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n \sin \frac{1}{\ln n}$, используя необходимое условие сходимости.

Задание 5. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg(n^2 + 2n)}{\pi^n}$ на сходимость сравнением с геометрической прогрессией.

Задание 6. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 3n}{n\sqrt{n}}$ на сходимость сравнением с обобщенным гармоническим рядом.

Задание 7. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \operatorname{tg} \frac{1}{\sqrt{n}}$ на сходимость, используя известные эквивалентности.

Задание 8. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1 \cdot 4 \cdot 7 \cdot \dots \cdot (3n-2)}{7 \cdot 9 \cdot 11 \cdot \dots \cdot (2n+5)}$ на сходимость с помощью признака Даламбера.

Задание 9. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \left(e^{\frac{1}{n}} - 1 \right)^{2n}$ на сходимость с помощью радикального признака Коши.

Задание 10. Используя интегральный признак исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{n^2 - 6n + 10}$ на сходимость.

Задание 11. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n+1}{n(n+1)}$.

Задание 12. Вычислить сумму ряда с точностью α : $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1}{3n^2}$; $\alpha = 0,01$

Задание 13. Исследовать сходимость ряд с комплексными членами $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(2i-1)^n}{3^n}$.

Типовые задачи по теме: Ряды

1. Исследовать ряды на сходимость:

а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+2}{2n-1}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{n!}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+3}{2n+1} \right)^n$; г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$; д) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{1}{n^2 + 3}$.

2. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n (x-1)^n}{n(n+1)}$. Исследовать сходимость на концах интервала.
3. Разложить функцию $f(x) = \frac{3}{(1-x)(1+2x)}$ в ряд Маклорена. Указать интервал, в котором это разложение имеет место.
4. Вычислить с точностью до 0,001 определенный интеграл $\int_0^1 \sin x^2 dx$.
5. Разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье: $f(x) = |x| + 1, \quad [-\pi, \pi]$.
6. Найти три первых отличных от нуля члена разложения в степенной ряд решения $y = y(x)$ дифференциального уравнения $y' = x^3 + y^3$, удовлетворяющего данному начальному условию $y(0) = -1$.

Типовой вариант ИДЗ 9.2 Функциональные ряды

- Задание 1. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^{2n}}{n \cdot 9^n}$ и исследовать сходимость на концах интервала сходимости.
- Задание 2. Найти несколько первых (отличных от 0) членов разложения в ряд по степеням x функцию: $\operatorname{tg} x$.
- Задание 3. Разложить функцию $f(x) = \ln(x+2)$ по степеням $(x-x_0)$, где $x_0 = -\frac{3}{2}$.
- Задание 5. Вычислить приблизительно $\cos 10^\circ$ с точностью $\varepsilon = 0,0001$.
- Задание 6. Вычислить интеграл $\int_0^1 \sin x^2 dx$ с точностью до 0,001.
- Задание 7. Найти пять первых членов ряда Тейлора решения задачи Коши: $y'' = xy$, $y(0)=1, y'(0)=0$.

- Задание 8. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} nx, & -\pi < x \leq 0 \\ (n+1)x, & 0 < x < \pi \end{cases}$ в интервале $(-\pi; \pi)$, определить сумму ряда в точке разрыва и на концах интервала, построить график самой функции и суммы ряда (также и вне интервала $(-\pi; \pi)$).

- Задание 9. Написать ряд Фурье для функции $f(x) = \sin \frac{x}{n+1}$ на отрезке $[-\pi; \pi]$.

- Задание 10. Разложить в ряд Фурье по косинусам $f(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{n}, & 0 \leq x \leq \frac{1}{n} \\ 0, & \frac{1}{n} < x \leq \pi \end{cases}$.

Типовые задачи по теме: Функциональные ряды

1. Разложить в ряд Фурье в указанных интервалах следующие функции:

$$а) f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{при } 1 < x < 2; \\ 3-x, & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$$

$$б) f(x) = x \cos x \text{ в интервале } \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right);$$

$$в) f(x) = x \sin x \text{ в интервале } (-\pi; \pi).$$

2. Разложить в ряды Фурье следующие периодические функции:

$$а) f(x) = \arcsin(\sin x);$$

$$б) f(x) = \arcsin(\cos x);$$

$$в) f(x) = |\sin x|.$$

3. Разложить в интервале $(0; \pi)$ по синусам кратных дуг функцию $f(x) = \frac{\pi}{4}$. Полу-

ченное разложение использовать для суммирования числовых рядов:

$$а) 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots;$$

$$б) 1 + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} + \frac{1}{17} - \dots;$$

$$в) 1 - \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{11} + \frac{1}{13} - \dots$$

4. Разложить в неполные ряды Фурье

а) по синусам

б) по косинусам

$$\text{функцию } f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1 \\ 2-x, & \text{при } 1 < x \leq 2. \end{cases}$$

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>

Тема: Числовые последовательности

$$\text{Из числовых последовательностей } \left\{ \left(1 + \frac{2}{n}\right)^{-n} \right\}, \left\{ \left(1 - \frac{3}{n}\right)^n \right\}, \left\{ \frac{2-n+10n^2}{4-n^3} \right\}, \left\{ \frac{3+2n-n^2}{1+1000n^2} \right\}$$

бесконечно малой является последовательность ...

Тема: Сходимость числовых рядов

Даны числовые ряды:

$$А) \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{4n} \right)^{3n},$$

$$В) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5n-1}.$$

Тогда верным является утверждение ...

ряд А) сходится, ряд В) расходится

ряд А) расходится, ряд В) расходится

ряд А) сходится, ряд В) сходится

ряд А) расходится, ряд В) сходится

Тема: Область сходимости степенного ряда

Радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{4n+3}{3n-2} \right)^n x^n$ равен ...

Тема: Ряд Тейлора (Маклорена)

Ряд Маклорена для функции $f(x) = \arctg 3x$ имеет вид ...

Типовой вариант ИДЗ 10 Теория функций комплексной переменной

Задание 1. Проверить, будет ли аналитической заданная функция $w=f(z)$. Если да, то найти значение ее производной в заданной точке z_0 : $w = (iz)^3$, $z_0 = 1 - i$.

Задание 2. Вычислить интеграл $\int_L z \cdot \bar{z} dz$, где L - окружность $|z| = 1$. Обход против часовой стрелки.

Типовые задачи по теме: Теория функций комплексной переменной

1. Найти модуль и аргумент для числа $\sin i$.
 2. Представить заданную функцию $w = f(z)$, где $z = x + iy$, в виде $w = u(x, y) + iv(x, y)$; проверить является ли она аналитической. Если да, то найти значение ее производной в заданной точке z_0 : $w = ze^z$, $z_0 = 1 + i$.

3. Найти аналитическую функцию $f(z)$, если ее действительная часть $u(x, y) = x^2 - y^2 - x$.

4. Вычислить интеграл:

$$\int_L (1 + i - 2\bar{z}) dz, \text{ где } L - \text{отрезок прямой, соединяющий точки } z_1=0 \text{ и } z_2=2+i.$$

5. Вычислить интеграл

$$\oint_{\Gamma} \frac{z dz}{(z-2)^3(z+4)},$$

где Γ - окружность $|z - 3| = 6$.

Типовой вариант ИДЗ 11.1 Элементы теории вероятностей

Задание 1.

- На карточках написаны числа $\{2, 2, 2, 3, 3, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 11\}$. Случайным образом вынимается одна карточка. Событие A : «число $x \in [3, 9]$ ». Событие B : «число x делится на 3». Зависимы ли события A и B ?
- Подбрасываются два игральных кубика. Какова вероятность, что:
 - модуль разности очков не более 3;
 - произведение очков более 23?
- На собрании 14 мужчин и 10 женщин. По жребию выбирается делегация из 6 человек. Какова вероятность, что в нее войдут:
 - 3 женщины;
 - не менее 4 женщин?

4. В урне 7 белых и 9 черных. Из урны случайным образом вынимают 3 шара, а затем еще 2. Оказалось, что среди последних нет черных шаров. Какова вероятность, что в первый раз были вынуты только черные шары?
5. На первом станке изготавливают 95% стандартных деталей. На втором, производительность которого в 1,3 раза больше, – 80% стандартных деталей. Наугад взята одна деталь. Какова вероятность, что она стандартна?
6. На белых карточках написаны числа $\{2, 6, 7, 10, 12\}$, на красных $\{1, 4, 7, 9, 11\}$ – числа. Наугад выбираются одна белая и одна красная карточки. Пусть x – число на белой карточке, y – на красной карточке. Найти вероятность события: « $x > y$ ».

Задание 2.

- Проводится 7 однотипных независимых испытаний. Вероятность успеха в любом испытании равна 0,42.
 - Найти вероятность того, что успех имел место в 5 испытаниях.
 - Найти ту же вероятность, если вероятность успеха в любом испытании увеличилась в два раза.
- Проводится 6 однотипных независимых испытаний. Вероятность успеха в любом из них равна 0,3. Найти вероятность того, что в приведенных испытаниях число успехов $k \in [3, 5]$.
- Проводится 70 однотипных независимых испытаний. Вероятность успеха в любом из них равна 0,3. Найти вероятность того, что в приведенных испытаниях число успехов $k \in [25, 51]$.

Задание 3.

Проводится n ($n = 120, n = 240$) независимых однотипных испытаний. Вероятность успеха в любом из них равна 0,65.

- Найти вероятность того, что частота появления успеха будет отклоняться от его вероятности менее, чем на 0,01.
- При каком числе испытаний вероятность отклонения частоты появления успеха от его вероятности менее, чем на 0,125, будет равна 0,99 ?

Типовой вариант ИДЗ 11.2 Случайные величины

Задание 1. В урне 3 белых и 5 черных шаров. Из урны вынимают одновременно два шара. Какое событие более вероятно: A – шары одного цвета; B – шары разных цветов?

Задание 2. Считая, что вероятность рождения в любой день одна и та же, найти вероятность того, что из 500 студентов у двух день рождения придется на Новый год.

Задание 3. Задан закон распределения дискретной случайной величины X . Найти $M(X)$, $M(2X+5)$, $D(X)$, $D(3X-4)$.

x_i	1	2	3	4	5
p_i	0,1	0,2	0,4	0,2	0,1

Задание 4. Для НСВ X задана функция распределения $F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ A(x^2 - x), & 1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$

Найти A , $f(x)$, $M(X)$, $M(3X-2)$, $D(X)$, $D(2X+4)$, $P(X < 5)$, $P(X > 1)$, $P(-1 < X < 3)$.

Типовые задачи по теме: Теория вероятностей

1. Три стрелка в одинаковых и независимых условиях произвели по одному выстрелу по одной и той же цели. Вероятность поражения цели первым стрелком равна 0,9, вторым - 0,8, третьим - 0,7. Найти вероятность того, что:

- а) только один стрелок попал в цель;
- б) только два стрелка попали в цель;
- в) все три стрелка попали в цель;
- г) хотя бы один стрелок попал в цель.

2. На трех станках при одинаковых и независимых условиях изготавливаются детали одного наименования. На первом станке изготавливают 10%, на втором - 30%, на третьем - 60% всех деталей. Вероятность каждой детали быть бездефектной равна 0,7, если она изготовлена на первом станке, 0,8 - если на втором станке, и 0,9 - если на третьем. Найти вероятность того, что наугад взятая деталь окажется бездефектной.

3. Вероятность наступления события в каждом из одинаковых и независимых испытаний равна 0,8. Найти вероятность того, что в 125 испытаниях событие наступит не менее 75 и не более 90 раз.

Типовые задачи по теме: Случайные величины

1. Дискретная случайная величина X может принимать только два значения: x_1 и x_2 , причем $x_1 < x_2$. Известны вероятность $p_1=0,1$ возможного значения x_1 , математическое ожидание $M(X)=3,9$ и дисперсия $D(X)=0,09$. Найти закон распределения этой случайной величины.

2. Случайная величина X задана функцией распределения $F(x)=\begin{cases} 0, & x \leq 0; \\ x^2, & 0 < x \leq 1; \\ 1, & x > 1. \end{cases}$

Найти плотность распределения вероятностей, математическое ожидание и дисперсию случайной величины.

3. Известны математическое ожидание $m=10$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma=4$ нормально распределенной случайной величины X . Найти вероятность попадания этой величины в интервал $(2,13)$.

Типовые задачи по теме: Системы случайных величин

Совместное распределение дискретных случайных величин X, Y задано указанием их возможных значений и вероятностей $P_{ij} = P(X = x_i; Y = y_j)$.

Требуется:

1. составить законы распределения случайных величин;
2. вычислить математические ожидания суммы и произведения этих случайных величин;
3. вычислить коэффициент корреляции.

$$x_1 = -2, x_2 = -1, x_3 = 3; y_1 = -3, y_2 = -1, y_3 = 1;$$

$$(p_{ij}) = \begin{pmatrix} 0,1 & 0,13 & 0,07 \\ 0,05 & 0,15 & 0,2 \\ 0,1 & 0,1 & 0,1 \end{pmatrix}.$$

Пример теста с <http://training.i-exam.ru/>*Тема: Элементы комбинаторики*

Из города А в город В ведут 5 дорог, из В в С – 3 дороги, имеются также 2 дороги из А в С, минуя В. Из А в С можно попасть _____ способом(-ами)

Тема: Определение вероятности

В партии из 12 деталей имеется 5 бракованных. Наудачу отобраны три детали. Тогда вероятность того, что среди отобранных деталей нет бракованных, равна ...

Тема: Теоремы сложения и умножения вероятностей

В электрическую цепь последовательно включены два элемента, работающие независимо друг от друга. Вероятности отказов элементов равны соответственно 0,1 и 0,15. Тогда вероятность того, что тока в цепи не будет, равна ...

Тема: Полная вероятность. Формулы Байеса

Имеются четыре урны, содержащие по 3 белых и 7 черных шаров, и шесть урн, содержащих по 8 белых и 2 черных шара. Из наудачу взятой урны вытаскивается один шар, который оказался белым. Тогда вероятность того, что этот шар был вынут из первой серии урн, равна ...

Тема: Законы распределения вероятностей дискретных случайных величин

Дискретная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ 0,14 & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 0,30 & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0,68 & \text{при } 3 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда вероятность $P(2 \leq X < 5)$ равна ...

Тема: Числовые характеристики дискретных случайных величин

Дискретная случайная величина X задана законом распределения вероятностей:

X	1	3
p	0,2	0,8

Тогда ее среднее квадратическое отклонение равно ...

Тема: Биномиальный закон распределения вероятностей

Проводится n независимых испытаний, в каждом из которых вероятность появления события A постоянна и равна 0,6. Тогда математическое ожидание $M(X)$ и дисперсия $D(X)$ дискретной случайной величины X – числа появлений события A в $n = 100$ проведенных испытаниях – равны ...

Тема: Простейший поток событий. Распределение Пуассона

Среднее число заявок, поступающих на предприятие бытового обслуживания за 1 час равно пяти. Тогда вероятность того, что за два часа поступит восемь заявок, можно вычислить как ...

Тема: Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины

Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ Cx^2 & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Тогда значение параметра C равно ...

Тема: Законы распределения вероятностей непрерывных случайных величин

Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения вероятностей:

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x^2}{25} & \text{при } 0 < x \leq 5, \\ 1 & \text{при } x > 5. \end{cases}$$

Тогда вероятность $P(-1 < X < 4)$ равна ...

Тема: Числовые характеристики непрерывной случайной величины

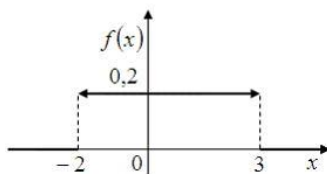
Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 0, \\ \frac{x}{8} & \text{при } 0 < x \leq 4, \\ 0 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

Тогда ее математическое ожидание равно ...

Тема: Равномерное распределение

Дан график плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины X :



Тогда график ее функции распределения вероятностей имеет вид ...

Тема: Показательное распределение

Случайная величина X распределена по показательному закону с плотностью распределения вероятностей $f(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x < 0, \\ 4e^{-4x} & \text{при } x \geq 0. \end{cases}$ Тогда вероятность $P(0,2 < X < 1)$ определяется как ...

Тема: Нормальное распределение

Непрерывная случайная величина X задана плотностью распределения вероятностей $f(x) = \frac{1}{4\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x+3)^2}{32}}$. Тогда математическое ожидание a и среднее квадратическое отклонение σ этой случайной величины равны ...

Кейс-задание: Кейс 1

Вероятность брака при производстве некоторого изделия равна $p = 0,1$. В этом случае производитель терпит убытки в размере 30 у.е. При изготовлении небракованного изделия производитель получает прибыль в размере 20 у.е.

1 Если изготовлено 3 изделия, то вероятность прибыли производителя равна ...

2 Если изготовлено 3 изделия, то ожидаемая средняя прибыль (убыток) производителя будет равна ____ у.е.

Кейс-задание: Кейс 2

В результате многолетних наблюдений в некоторой местности установлено, что вероятность выпадения дождя в течение суток равна 0,2. Кроме того, замечено, что если в какой-то день дождь шел, то с вероятностью 0,7 он будет идти и на следующий день.

1 Если событие A — сегодня шел дождь, событие B — завтра дождя не будет, а событие B/A — условная вероятность события B , при условии, что событие A произошло, то верным является соотношение ...

$$P(B) = P(A) \cdot P(\bar{B}/A) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}/\bar{A})$$

$$P(B) = P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A}) + P(A) \cdot P(B/A),$$

$$P(\bar{B}) = P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A})$$

$$P(\bar{B}) = P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(\bar{B}/\bar{A})$$

2 Пусть p – вероятность того, что завтра будет ясно, если сегодня дождя не было. Тогда значение выражения $80p$ равно ...

Типовой вариант ИДЗ 12 Элементы математической статистики

Задание 1. Дана выборка объёма $n = 100$ из генеральной совокупности

Промежуток $a_i - b_i$	Частоты n_i	Промежуток $a_i - b_i$	Частоты n_i
0 – 2	1	10 – 12	19
2 – 4	6	12 – 14	8
4 – 6	9	14 – 16	5
6 – 8	21	16 – 18	5
8 – 10	26	18 – 20	2

- 1) с помощью критерия согласия χ^2 для уровня значимости $\alpha = 0,05$ проверить гипотезу о том, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение;
- 2) построить доверительный интервал для неизвестного математического ожидания с надёжностью $1 - \alpha = 0,95$.

Задание 2. Найти коэффициент корреляции между величинами X (энерговооружённость труда в квт/час на 1 человека) и Y (годовая выработка на одного работника в млн.рублей) на основании следующих данных:

X	2	3	4	5	6
Y	2.5	3.0	3.5	4.2	5.1

Найти уравнения линейной регрессии Y на X и X на Y . Начертить графики этих уравнений в одной системе координат. Сделать вывод о силе линейной зависимости между X и Y .

Типовые задачи по теме: Элементы математической статистики

Задача 1. По данным выборки

2.0 4.8 5.2 3.8 3.5 3.2 3.2 3.9 4.9 2.8 3.7 1.8 3.4 2.3 3.2 4.5 0.5 3.3
 2.8 2.5 1.4 3.2 3.5 2.2 2.3 3.5 3.5 4.1 4.4 2.3 1.9 2.2 3.8 3.4 2.2 3.1 2.1 2.1
 3.2 2.5 2.1 2.9 2.8 3.1 4.3 2.8 4.0 2.3 2.7 2.4 2.4 2.3 2.4 2.9 2.2 3.6 2.1 3.2
 2.3 2.9 2.0 4.7 3.5 2.8 3.0 -0.2 3.6 3.1 3.3 1.4 2.6 2.6 1.8 4.3 1.8 0.7 4.6 3.0
 1.9 3.7 3.2 2.6 2.6 4.2 2.9 2.3 5.4 3.3 3.1 2.8 2.7 2.7 1.8 2.8 4.6 2.7 1.4 3.9
 3.7 2.5

- 1) построить статистический ряд распределения;
- 2) изобразить гистограмму;
- 3) вычислить выборочное среднее;
- 4) вычислить выборочную дисперсию.

Задача 2. По данным выборки, удовлетворяющей нормальному закону распределения, вычислить:

- 1) выборочное среднее;
- 2) исправленное выборочное среднее квадратическое отклонение;

3) доверительный интервал для математического ожидания при доверительной вероятности γ ;

4) доверительный интервал для среднего квадратического отклонения для того же значения γ .

$\gamma = 0.95$

18.3; 15.5; 24.5; 24.7; 18.0; 13.3; 15.4; 10.1; 23.1; 19.3; 5.7; 11.6; 14.3; 4.5; 20.3; 32.3.

Задача 3. По данным выборки, удовлетворяющей нормальному закону распределения со средним квадратическим отклонением s , вычислить

1) выборочное среднее;

2) доверительный интервал для математического ожидания при доверительной вероятности γ .

$\sigma = 9, \gamma = 0.99$

38.3 26.1 10.5 26.9 25.4 12.1 12.3 15.1 14.0 21.6 23.5 13.0 21.4 24.1 26.6 25.8
12.7 15.2 32.9 22.1 25.7 13.6 27.8 22.8 10.1 27.8 23.8 19.8 24.7 29.2

24.4 5.6 19.4 30.1 15.3 8.4 14.2 22.8 30.8 36.2 22.0 20.5 14.1 18.6 14.7 24.1
26.9 26.2 8.8 22.5 26.3 37.0 37.3 25.1 17.4 37.1 29.6 27.9 30.1 6.2

20.8 27.0 19.2 20.9 28.0 22.2 12.7 15.5 19.6 24.5 24.2 35.4 34.7 25.1 14.1 19.6
40.8 18.4 30.1 26.1 43.0 40.3 27.4 20.1 29.2 25.0 31.5 34.7 5.1 24.6

8.1 33.7 32.2 10.3 29.0 12.6 26.0 28.4 11.1 33.4

Демонстрационные варианты контрольных работ (КР)

Контрольная работа 1(КР 1)

1. Решить матричное уравнение $X \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ -2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 11 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$.

2. Исследовать систему линейных алгебраических уравнений и решить ее методом

Гаусса $\begin{cases} x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 + 3x_2 + 8x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$.

3. Найти все значения корней из комплексного числа $\sqrt[3]{-i}$.

4. Изобразить на комплексной плоскости множества точек, удовлетворяющих следующим условиям: $\begin{cases} 1 \leq z\bar{z} \leq 2, \\ -\sqrt{3} \leq \operatorname{Im} z < -\sqrt{2}. \end{cases}$

Контрольная работа 2(КР 2–тест)

1. Даны три вершины параллелограмма: $A(1; 3; 5)$, $B(-2; 7; 1)$, $C(0; 4; 1)$. Абсцисса его четвертой вершины D равна

2. Если векторы $\vec{a} = (1, 2, 3)$ и $\vec{b} = (-3, \alpha, \beta)$ линейно зависимы, то разность $\beta - \alpha$ равна

3. Даны векторы $\vec{a} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ и $\vec{b} = -2\vec{i} - \vec{j} + 3\vec{k}$. Проекция вектора $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ на ось ординат равна

4. Косинус угла, образованного ортами $\bar{e}_1$ и $\bar{e}_2$, при условии, что векторы $\bar{a} = \bar{e}_1 + 2\bar{e}_2$ и $\bar{b} = 5\bar{e}_1 - 4\bar{e}_2$ перпендикулярны, равен
5. Для векторов $\bar{a}_1 = (4, -2, -4)$ и $\bar{a}_2 = (6, -3, -2)$ длина вектора $\bar{a} = \bar{a}_1 - 2\bar{a}_2$ равна
6. Площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{a} - 2\bar{b}$ и $\bar{a} + \bar{b}$, где $|\bar{a}| = 3$, $|\bar{b}| = 4$, $(\bar{a}, \bar{b}) = \frac{2\pi}{3}$, равна
7. Даны векторы $\bar{a} = \bar{i} + \bar{j} - 2\bar{k}$, $\bar{b} = 2\bar{i} - \bar{j} + \bar{k}$, $\bar{c} = 2\bar{i} - \alpha\bar{j} + \bar{k}$. При каком значении параметра α векторы $\bar{a} \times \bar{b}$ и $\bar{c}$ взаимно перпендикулярны?
8. Объем пирамиды с вершинами $A(2, 0, 0)$, $B(0, 3, 0)$, $C(0, 0, 6)$ и $D(2, 3, 8)$ равен
9. Точка М в полярной системе координат имеет координаты $(2, \frac{\pi}{6})$. Тогда ее абсцисса в ДСК равна
10. В ΔABC известны: точка $M(1, 2, -3)$ - середина стороны BC , точка $O(0, -2, 1)$ - точка пересечения медиан. Абсцисса вершины A равна

Контрольная работа 3 (КР 3– тест)

1. Точка $M(-4; 0; 0)$ делит отрезок, соединяющий точки $A(0; 2; 4)$ и $B(6; 5; 10)$, в отношении λ , равном
2. Плоскость Q проходит через точки $A(2; 1; 0)$, $B(0; 2; 1)$ и $C(1; 0; 2)$. Точка $P(a; a; a)$ принадлежит плоскости Q , если a равно
3. Острый двугранный угол между плоскостью Oxz и плоскостью $x = 3y$ равен
4. Плоскости $\sqrt{2}x - 3z + 10 = 0$ и $\sqrt{2}y - pz - 12 = 0$ перпендикулярны, если p равно
5. Расстояние от оси Oy до прямой $\begin{cases} x = 2 \\ y = -2t \\ z = 2 \end{cases}$ равно
6. Ордината точки пересечения прямой $\begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x - y - 2z = 0 \end{cases}$ и плоскости $2x + y + z - 3 = 0$ равна
7. Точка $A(2; 0)$ – вершина ромба. Уравнение одной из диагоналей ромба $y = \frac{2}{3}x + 4$. Тогда $6x + ay - 12 = 0$ будет уравнением второй диагонали, если a равно
8. Расстояние между директрисами парабол $y^2 = x$ и $y^2 = 2x$ равно
9. В полярной системе координат даны точки $A\left(\sqrt{3}; \frac{\pi}{6}\right)$ и $B\left(\sqrt{12}; \frac{\pi}{2}\right)$. Расстояние между ними равно
10. Если $m = -2$, то уравнение $x^2 + (m+2)y^2 = mz$ описывает

Контрольная работа 4.1 (КР 4.1)

1. Найти пределы функций, не пользуясь правилом Лопиталя:

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 - x}; \quad \text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x}{\arctg 3x}; \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x-3}{4x+1} \right)^{2x}.$$

2. Исследовать функцию на непрерывность и построить ее график:

$$y = \begin{cases} x+2, & x \leq -2; \\ 2-x, & -2 < x < 0; \\ x^2+2, & x \geq 0. \end{cases}$$

Контрольная работа 4.2 (КР 4.2)

Найти производные данных функций:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } y = \frac{3x^2+1}{\cos(2x+5)}; & \text{б) } y = \arccctg^3(\sin 2x + \sqrt{x}); & \text{в) } tg \frac{y}{x} - 5x + y^2 = 4; \\ \text{г) } \begin{cases} x = ctg(2e^t + t); \\ y = \ln tge^t \end{cases}; & \text{д) } y = (2x^2 + 7)^{ctg 5x}. & \end{array}$$

Контрольная работа 5 (КР 5)

1. Найти неопределенные интегралы:

$$\text{a) } \int \frac{x \cos x dx}{\sin^3 x}; \quad \text{б) } \int \frac{x^5 - x^4 - 6x^3 + 13x + 6}{x(x-3)(x+2)} dx; \quad \text{в) } \int \frac{tg^2 x}{4 + 3 \cos 2x} dx.$$

2. Вычислить определенный интеграл $\int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx.$

3. Вычислить несобственный интеграл или установить его расходимость $\int_{-3}^2 \frac{x dx}{\sqrt{x+3}}.$

4. Найдите объём тела, полученного вращением фигуры $y = x - x^2, y = 0$ вокруг оси Ox .

Контрольная работа 6 (КР 6)

1. Дана функция $z = \ln(e^{3y} + e^{2x})$. Найти $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}.$

2. Дана функция $z = 3x^2 - 2y^3 + 1$. Найти приближённое значение функции в точке $M(0,95; -1,02)$.

3. Найти производную функции $z = x^3 - y^3 - 3x + 3y + 1$ по направлению вектора $\vec{a} = -\vec{i} + 3\vec{j}$ в $M_0(-1,2)$.

Контрольная работа 7 (КР 7)

1. Решить задачу Коши: $y' = \frac{x+y}{x-y}, y(1) = 0.$

2. Решить дифференциальное уравнение $y''' x \ln x = y''.$

3. Найти общее решение дифференциального уравнения $y''' + 3y'' + 2y' = 1 + 3x^2$.
4. Указать вид частного решения дифференциального уравнения $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x) + x^2 + 3e^{-2x}$.
5. Найти общее решение системы уравнений $\begin{cases} x' = -4x + y \\ y' = -2x - y \end{cases}$.

Контрольная работа 8 (КР 8)

1. Изменить порядок интегрирования $\int_0^{\sqrt{3}} dx \int_0^{2-\sqrt{4-x^2}} f dy + \int_{\sqrt{3}}^2 dx \int_0^{\sqrt{4-x^2}} f dy$.

2. Найти площадь фигуры, ограниченной данными линиями:

$$y^2 - 2y + x^2 = 0, y^2 - 4y + x^2 = 0, y = x/\sqrt{3}, x = \sqrt{3}x.$$

Сделать чертеж.

3. Вычислить $\iiint_V (15x + 30z) dx dy dz$,

$$V: y = x, y = 0, z = 0, z = x^2 + y^2, z = 4. \text{ Сделать чертеж.}$$

4. Вычислить поверхностный интеграл $\iint_S (x + y + z) ds$,

где S – поверхность $x^2 + y^2 + z^2 = 1, z \geq 0$.

Контрольная работа 9 (КР 9)

1. Исследовать ряды на сходимость:

$$\text{а) } \sum_{n=1}^{\infty} n^3 \arctg^n \frac{\pi}{3n}; \quad \text{б) } \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arcsin \frac{n-1}{n+1}}{n^3 + 2n - 3};$$

2. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_2^{\infty} \frac{x^{n-1}}{n \cdot 3^n \ln n}$.

Контрольная работа 10 (КР 10)(1 час)

1. Выяснить, является ли аналитической функция $w = z^3 + 2z^2 - 3i$.

Если да, то найти значение ее производной в точке $z_0 = \frac{3}{2}i$.

2. Вычислить интеграл:

$$\int_L (1 + i - 2\bar{z}) dz, \text{ где } L - \text{отрезок прямой, соединяющий точки } z_1=0 \text{ и } z_2=1+i.$$

3. Вычислить интеграл

$$\oint_{\Gamma} \frac{z \, dz}{(z-2)^3(z+4)},$$

где Γ – окружность $|z-3| = 6$.

Контрольная работа 11 (КР 11)

1. Производственные мощности трех заводов относятся как 2:3:5. Процент брака соответственно: 5%, 10%, 7%. Случайно взятое изделие оказалось бракованным. Найти вероятность того, что оно изготовлено на третьем заводе.
2. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равна 0,82. Найти вероятность того, что событие наступит 111 раз в 135 испытаниях.
3. Задан закон распределения дискретной случайной величины X .

x_i	-0.7	0	0.2	0.3	0.8
p_i	0,04	0,06	0,2	0,5	p_5

Найти $p_5, M(X), M(3X+5), D(X), D(2X-4)$.

4. Дискретная случайная величина X – число нечетных чисел при бросании трех игральных костей. Составить закон распределения X .
5. Задана функция распределения НСВ X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & \text{если } x \leq 1, \\ A(x^2 + x - 2), & \text{если } 1 < x \leq 3, \\ 1, & \text{если } x > 3. \end{cases}$$

Найти $A, f(x), P(X \in (1,5; 2,5)), M(X)$.

6. Случайная величина X распределена по нормальному закону $X \sim N(9; 5)$. Найти вероятность попадания этой случайной величины в интервал $(4; 15)$.

**Темы для вопросов к экзамену по модулю «Математика»
(первый семестр)**

1. Определители и их свойства.
2. Матрицы, действия над матрицами. Свойства действий над матрицами.
3. Обратная матрица. Решение матричных уравнений.
4. Системы линейных алгебраических уравнений. Теорема Крамера.
5. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Гаусса.
6. Линейные операции над векторами.
7. Линейно зависимые и линейно независимые векторы.
8. Скалярное произведение двух векторов и его свойства.
9. Векторное произведение двух векторов и его свойства.
10. Смешанное произведение трех векторов и его свойства.
11. Полярные координаты. Преобразование декартовых координат на плоскости.
12. Плоскость. Различные виды уравнения плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости.
13. Прямая линия в пространстве. Различные виды уравнений. Взаимное расположение прямых в пространстве.
14. Взаимное расположение прямой и плоскости.
15. Прямая линия на плоскости.
16. Кривые второго порядка.
17. Поверхности второго порядка.
18. Предел функции одной переменной. Односторонние пределы.
19. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
20. Свойства пределов. Действия с пределами.
21. Замечательные пределы.
22. Непрерывность функций в точке. Действия с непрерывными функциями. Классификация точек разрыва непрерывности.
23. Свойства функций непрерывных на замкнутом промежутке (теорема Вейерштрасса и теорема Больцано-Коши).
24. Производная функции. Физический смысл производной. Геометрический смысл производной.
25. Таблица производных. Правила дифференцирования функций.
26. Дифференциал функции.
27. Производные высших порядков.
28. Дифференцирование функции, заданной параметрически, заданной неявно.
29. Теорема Ферма. Теорема Ролля. Теорема Лагранжа.
30. Правило Лопиталя.
31. Формула Тейлора.
32. Критерий постоянства функции. Условия возрастания и убывания функции.
33. Экстремумы функции. Необходимый признак экстремума. Достаточный признак экстремума функции.
34. Выпуклость графика функции. Достаточные признаки выпуклости графика функции вверх и вниз. Точка перегиба графика функции.
35. Асимптоты графика функций. Графики функций.
36. Комплексные числа и действия над ними.
37. Многочлены. Разложение многочлена на множители.
38. Простейшие дробно-рациональные функции. Теорема о разложении правильной дробно-рациональной функции на сумму простейших.
39. Первообразная и ее свойства. Неопределенный интеграл и его свойства.
40. Замена переменной и интегрирование по частям в неопределенном интеграле.
41. Интегрирование рациональных функций.
42. Интегрирование иррациональных функций.

43. Интегрирование тригонометрических функций.
44. Определенный интеграл и его свойства. Теорема Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
45. Определенный интеграл с переменным верхним пределом.
46. Несобственные интегралы.
47. Геометрические и физические приложения определенных интегралов.

**Темы для вопросов к экзамену по модулю «Математика»
(второй семестр)**

1. Функции нескольких переменных. Предел функции, непрерывность. Частные производные.
2. Полный дифференциал. Теорема о полном приращении функции нескольких переменных.
3. Дифференцирование сложных функций. Дифференцирование функций, заданных в неявном виде.
4. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных.
5. Экстремумы функции нескольких переменных.
6. Геометрические приложения: уравнение касательной к линии в пространстве, уравнение касательной плоскости к поверхности.
7. Дифференциальные уравнения первого порядка.
8. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.
9. Линейно-зависимые и линейно независимые функции. Теоремы о линейно зависимых функциях. Определитель Вронского.
10. ЛОДУ n -го порядка. Свойства решений ЛОДУ n -го порядка.
11. ЛОДУ n -го порядка с постоянными коэффициентами.
12. ЛНДУ n -го порядка. Метод вариации произвольных постоянных.
13. ЛНДУ со специальной правой частью.
14. Системы дифференциальных уравнений.
15. Двойной интеграл. Определение и свойства. Вычисление двойного интеграла в декартовых координатах.
16. Тройной интеграл. Определение и свойства. Вычисление тройного интеграла в декартовых координатах.
17. Замена переменных в двойном интеграле. Полярные координаты.
18. Замена переменной в тройном интеграле. Цилиндрические координаты. Сферические координаты.
19. Приложения кратных интегралов.
20. Криволинейные интегралы первого и второго рода и их свойства. Вычисление криволинейных интегралов. Связь между криволинейными интегралами первого и второго рода.
21. Формула Грина.
22. Определение и вычисление поверхностных интегралов первого и второго рода. Связь между поверхностными интегралами первого и второго рода.
23. Формула Остроградского. Формула Стокса.
24. Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости ряда.
25. Признаки сходимости положительных числовых рядов.
26. Знакопеременные ряды. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
27. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема об области сходимости степенного ряда.
28. Ряды Тейлора. Ряды Маклорена.
29. Гармоники и их свойства.
30. Ряды Фурье.

31. Понятие функции комплексной переменной. Понятие предела и непрерывность.
32. Дифференцирование функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
33. Интегрирование функции комплексной переменной.
34. Элементы комбинаторики.
35. Основные понятия теории вероятностей.
36. Классическое определение вероятности случайного события. Геометрическая вероятность.
37. Вероятность суммы событий.
38. Условная вероятность. Вероятность произведения двух событий. Независимые и зависимые события.
39. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
40. Повторение испытаний. Формула Бернулли. Асимптотические формулы.
41. Функция Лапласа и ее свойства. Предельные теоремы теории вероятностей.
42. Дискретные случайные величины (ДСВ). Числовые характеристики ДСВ. Виды распределений ДСВ.
43. Непрерывные случайные величины (НСВ). Функция распределения НСВ и ее свойства. Плотность распределения НСВ и ее свойства. Числовые характеристики НСВ. Виды распределений НСВ.
44. Нормальное распределение одной случайной величины.
45. Закон распределения дискретной двумерной случайной величины. Условные законы распределения вероятностей, составляющих дискретной двумерной случайной величины.
46. Плотность, условные законы распределения вероятностей, составляющих непрерывной двумерной случайной величины.
47. Числовые характеристики системы случайных величин.
48. Коэффициент корреляции и его свойства.
49. Цели и задачи математической статистики. Основные понятия.
50. Точечные оценки.
51. Выборочное среднее. Выборочная дисперсия. Несмещённая выборочная дисперсия.
52. Интервальные оценки.
53. Уравнения выборочной линейной регрессии.
54. Статистическая проверка гипотез.
55. Критерий согласия χ^2 .
56. Дивергенция векторного поля и её свойства. Ротор векторного поля и его свойства.
57. Потенциальные и соленоидальные поля. Гармоническое поле.

Темы докладов:

1. Оптические свойства линий второго порядка.
2. Уравнения кривых второго порядка в полярных координатах.
3. Задачи, сводящиеся к дифференциальным уравнениям.
4. Логика высказываний. Исчисление высказываний.
5. Численные методы решения уравнений: метод половинного деления, метод хорд, метод касательных.
6. Численные методы вычисления определённых интегралов: метод прямоугольников, формула трапеций, формула Симпсона.
7. Численное интегрирование дифференциальных уравнений.
8. Операционное исчисление и его приложения.
9. Метод наименьших квадратов.
10. Графы.

Пример экзаменационного билета

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

Кафедра прикладной математики и информатики

Учебный модуль Математика (первый семестр)

Для направления (специальности подготовки)

35.03.06 Агроинженерия

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Экзаменационный билет № 0

1. Найти матрицу $\begin{pmatrix} 2 & 4 & 2 \\ -1 & 9 & -1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}^2$.

2. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$, где $\bar{a} = 2\bar{p} - \bar{q}$, $\bar{b} = \bar{p} + 3\bar{q}$; $|\bar{p}| = 3$, $|\bar{q}| = 2$, $(\bar{p} \wedge \bar{q}) = \pi / 2$.3. Даны координаты точек $M_1(1; 2; -3)$, $M_2(-2; 1; 3)$, $M_3(0; 3; -1)$.Написать уравнение плоскости, проходящей через начало координат параллельно плоскости $M_1M_2M_3$.4. Привести к каноническому виду уравнение линии $x^2 + y^2 - 4y + 6x = 0$. Сделать чертеж.5. Найти предел функции $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{1 - 2x^2}}{3x^2}$.6. Найти производную функции $y = \ln(\arcsin \sqrt{1 - e^{2x}})$.

7. Найти неопределенные интегралы:

а) $\int (3x - 2) \cdot \sin 2x dx$; б) $\int \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx$.

8. Найти асимптоты графика функции $y = \frac{x^2 - 1}{2x - 4}$.

9. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме.

10. Приложения определенного интеграла к геометрии.

Принято на заседании кафедры ПМИ

_____ 201 г. Протокол № _

Заведующий кафедрой ПМИ _____

_____ (ФИО)

Новгородский государственный университет имени Ярослава Мудрого

Кафедра прикладной математики и информатики

Учебный модуль **Математика (второй семестр)**

Для направления (специальности подготовки)

35.03.06 Агроинженерия

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Экзаменационный билет № 0

- Исследовать ряд на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt[5]{n^4 + n + 1}}{\sqrt[3]{n^2 + 4n - 2}}$.
- Изменить порядок интегрирования $\int_{-2}^{-1} dy \int_{-\sqrt{2+y}}^0 f dx + \int_{-1}^0 dy \int_{-\sqrt{-y}}^0 f dx$.
- Вычислить площадь, ограниченную линиями: $y^2 - 2y + x^2 = 0$, $y^2 - 4y + x^2 = 0$
 $y = x/\sqrt{3}$, $y = \sqrt{3}x$. Сделать чертеж.
- Найти производную u в точке M_0 по направлению вектора $\vec{l}$:
 $u = z^2 + 2\arctg(x - y)$, $M_0(1, 2, -1)$, $\vec{l}(1, 2, -2)$.
- Решить задачу Коши: $y' + \frac{y}{x} = \sin x$, $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$.
- Указать вид частного решения дифференциального уравнения
 $y'' + 2y' = 4e^x(\sin x + \cos x)$.
- Из урны, содержащей 5 красных и 2 черных шара, переложен 1 шар в урну, содержащую 4 белых и 3 черных и 4 красных. Шар, вынутый после этого из второй урны, оказался черным. Найти вероятность того, что был переложен черный шар.
- Задан закон распределения дискретной случайной величины X .

x_i	-0.3	0	0.3	0.5	0.7
p_i	0,04	0,06	0,2	0,5	p_5

Найти $p_5, M(X), M(2X+5), D(X), D(2X-3)$.

- Достаточные признаки сходимости положительных числовых рядов.
- Метод вариации произвольных постоянных для решения ЛНДУ.

Принято на заседании кафедры ПМИ

_____ 201 г. Протокол № _____

Заведующий кафедрой ПМИ _____

_____ (ФИО)

Приложение Б (обязательное)
Технологическая карта
учебного модуля «Математика»
семестр 1, 2, ЗЕТ 12, вид аттестации экзамен, акад.часов 432, баллов рейтинга 600
Форма обучения дневная

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ неде- ли сем.	Трудоемкость, ак.час					СРС	Форма текущего контроля успе- в. (в соотв. с пас- портом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия							
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС				
<i>Первый семестр</i>									
УЭМ1 Элементы линейной алгебры	1-3	6	9		3	15	ИДЗ 1.1	12	
							ИДЗ 1.2	10	
УЭМ2 Элементы векторной алгебры	3-5	4	6		2	10	ИДЗ 2	6	
УЭМ3 Аналитическая геометрия	6-9	8	12		4	20	ИДЗ 3	17	
							Тест	10	
	3						КР 1	25	
	5						КР 2	20	
	9						КР 3	25	
Рубежная аттестация	9	18	27		9	45		125	
УЭМ4 Основы дифференциального исчисления функции одной пере- менной	10-14	9	13		4	22	ИДЗ 4.1	12	
							ИДЗ 4.2	10	
УЭМ5 Основы интегрального исчисления функции одной перемен- ной	14-18	9	14		5	23	ИДЗ 5	18	
							Тест	15	
							Доклад	10	
	12						КР 4.1	10	
	14						КР 4.2	15	
	18						КР 5	35	
Семестровый контроль	18	18	27		9	45		125	
Сессия							экзамен	50	
Итого за семестр		36	54		18	90		300	

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	№ неде- ли сем	Трудоемкость, ак.час					Форма текущего контроля успе- в. (в соотв. с пас- портом ФОС)	Максим. кол-во баллов рейтинга
		Аудиторные занятия				СРС		
		ЛЕК	ПЗ	ЛР	АСРС			
Второй семестр								
УЭМ 6 Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных	1	2	3		2	5	ИДЗ 6	11
УЭМ 7 Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений	2-5	7	10			17	ИДЗ 7	16
УЭМ 8 Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы	5-8	7	11		2	18	ИДЗ 8.1	8
							ИДЗ 8.2	10
УЭМ 9 Ряды	9	2	3		2	5		
							Тест	10
	2						КР 6	15
	5						КР 7	30
	9						КР8	25
Рубежная аттестация	9	18	27		9	45		125
УЭМ 9 Ряды	10-11	4	6				ИДЗ 9.1	6
							ИДЗ 9.2	10
УЭМ 10 Элементы теории функций комплексной переменной	12	2	3		1	4	ИДЗ 10	4
УЭМ 11 Теория вероятностей	13-16	8	12		2	10	ИДЗ 11.1	15
							ИДЗ 11.2	8
УЭМ 12 Элементы математической статистики	17-18	4	6				ИДЗ 12	20
							Тест	16
							Доклад	10
	12						КР 9	8
	13						КР 10	10
	18						КР 11	18
Семестровый контроль		18	27		9	45		125
Сессия							экзамен	50
Итого за семестр		36	54		18	90		300
Итого за год:		72	108		36	180		600

Критерии оценки качества освоения студентами модуля (в соответствии с Положением «Об организации учебного процесса по образовательным программам высшего образования» от 25.03.2014г. № 18):

- оценка «удовлетворительно» – 50 - 69 % от 50*ЗЕТ
- оценка «хорошо» – 70 - 89 % от 50*ЗЕТ
- оценка «отлично» – 90 - 100 % от 50*ЗЕТ

Приложение Б (обязательное)
Технологическая карта
учебного модуля «Математика»
семестр 1, 2, ЗЕТ12, вид аттестации экзамен, акад.часов 432
Форма обучения заочная

№ и наименование раздела учебного модуля, КП/КР	Форма текущего контроля успеваемости (в соответствии с паспортом ФОС)
<i>Первый семестр</i>	
УЭМ2 Элементы векторной алгебры УЭМ1 Элементы линейной алгебры УЭМ3 Аналитическая геометрия УЭМ4 Основы дифференциального исчисления функции одной переменной УЭМ5 Основы интегрального исчисления функции одной переменной	КР 1 КР 2
<i>Сессия</i>	экзамен
<i>Второй семестр</i>	
УЭМ 6 Основы дифференциального исчисления функции нескольких переменных УЭМ 7 Дифференциальные уравнения и системы дифференциальных уравнений УЭМ 8 Кратные, криволинейные, поверхностные интегралы УЭМ 9 Ряды УЭМ 10 Элементы теории функций комплексной переменной УЭМ 11 Теория вероятностей УЭМ 12 Элементы математической статистики	КР 3 КР 4
<i>Сессия</i>	экзамен

Приложение В
(обязательное)
Карта учебно-методического обеспечения

Модуля Математика

Направление (специальность)

35.03.06 Агроинженерия

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

15.03.06 Мехатроника и робототехника

Форма обучения дневная

Курс 1 Семестр 1,2

Часов: всего 432, лекций 72, практ. зан. 108, лаб. раб. 0, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 180

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Модуля Математика

Направление (специальность) **35.03.06** Агроинженерия

Форма обучения заочная

Курс 1 Семестр 1,2

Часов: всего 432, лекций 14, практ. зан. 16, лаб. раб. 0, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 384

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Модуля Математика

Направление (специальность)

13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника

23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов

Форма обучения заочная

Курс 1 Семестр 1,2

Часов: всего 432, лекций 20, практ. зан. 20, лаб. раб. 0, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 384

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Модуля Математика

Направление (специальность) **15.03.06** Мехатроника и робототехника

Форма обучения заочная

Курс 1 Семестр 1,2

Часов: всего 432, лекций 20, практ. зан. 20, лаб. раб. 0, СРС и виды индивидуальной работы (курсовая работа, КП) 384

Обеспечивающая кафедра Кафедра прикладной математики и информатики

Таблица 1- Обеспечение модуля учебными изданиями

Библиографическое описание издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
Учебники и учебные пособия		
1. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие. - 22-е изд., перераб. - СПб. : Профессия, 2006. - 432с. : ил. – [2004]	15	

2. Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т.1. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2006. - 415с. –[2002, 2004]	31	
Пискунов, Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисления : учеб. пособие для вузов : в 2 т. Т.2. - Изд. стер. - М. : Интеграл-Пресс, 2006. - 544с – [2002, 2004]	31	
3. Шипачев, В. С. Высшая математика : учеб. для студентов вузов. - 8-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2007. - 479,[1]с. : ил.	101	
4. Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 368 с..	10	
Высшая математика в упражнениях и задачах : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко [и др.]. - 7-е изд., испр. - М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2008. - 448 с.	7	
5. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии [Электронный ресурс]: учеб. пособие / Д. В. Клетеник ; под ред. Н. В. Ефимова. - 17-е изд., стер. - СПб. : Лань, 2014. - 222, [2] с.: ил. – Режим доступа: WWW. URL : www.e.lanbook.com .	7	
Учебно-методические издания		
1. Рабочая программа учебного модуля по направлениям подготовки 35.03.06 Агроинженерия 13.03.01 Теплоэнергетика и теплотехника 15.03.05 Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств 23.03.03 Эксплуатация транспортно-технологических машин и комплексов 15.03.06 Мехатроника и робототехника / Авт.- сост. П.В. Лысухо, С.А.Цапаева; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2017.– 52 с.		
2. Высшая математика часть 1 [Электронный ресурс]: Мет. указ.и контр. Задания для студ. зо обучения / Сост. О.Н.Барсов; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2009.– 75с.– Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	21	имеется
3. Высшая математика часть 2 [Электронный ресурс]: Мет. указ. и контр. Задания для студ. зо обучения / Сост. О.Н.Барсов; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород , 2013.– 78с.– Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	11	

Таблица 2 – Информационное обеспечение учебного модуля

Название программного продукта, интернет-ресурса	Электронный адрес	Примечание
Интернет-тренажёры	http://training.iexam.ru/	
А.А. Ларин Курс высшей математики	http://alexlarin.net /	лекции
Электронные учебники	http://www.mathelp.spb.ru/	учебники

Таблица 3 – Дополнительная литература

Библиографическое описание* издания (автор, наименование, вид, место и год издания, кол. стр.)	Кол. экз. в библ. НовГУ	Наличие в ЭБС
1. Высшая математика [Электронный ресурс]: Контр. зад. и мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2005.– 45 с. (1ч.) – Режим доступа: WWW.URL:https://novsu.bibliotech.ru	8	имеется
2. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2006.– 52 с.(2 ч.)	11	
3. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2008.– 52с. (3 ч.)	24	
4. Высшая математика: Контр. зад. и мет. указ. для студ. 30 обучения / Сост. С.О. Карданов, Е.Ю. Карданова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2011.– 52с.(4ч.)	28	
5. Элементы линейной алгебры: Метод. ук./ Авт.-сост. О.Н. Барсов; НовГУ. – В.Н-д, 2005.– 25с.	10	
6. Неопределенный интеграл: метод. ук./ Авт.-сост. О.А. Одинцов, В.М. Федорова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2004.– 39с.	10	
7. Определенный интеграл: метод. указания/ авт.-сост. М.Ф. Шанталова; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2007.– 38с.	11	
8. Числовые ряды [Электронный ресурс]: метод. указ./ авт.-сост. С.А. Цапаева; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2005. – 49с.– Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	14	имеется
9. Степенные ряды. Ряды Тейлора [Электронный ресурс]: метод. указ./ авт.-сост. С.А. Цапаева; НовГУ им. Ярослава Мудрого.– Великий Новгород, 2009. – 38с.– Режим доступа: WWW.URL : https://novsu.bibliotech.ru	15	имеется

СОГЛАСОВАНО

НБ НовГУ: мл. Библиотек

должность

Новгородский государственный
университет им. Ярослава Мудрого
Научная библиотека
Сектор учета

подпись

Калитин Н.А.

расшифровка

Действительно для учебного года

Зав. кафедрой

подпись

И.О.Фамилия

20..... г.

Действительно для учебного года

Зав. кафедрой

подпись

И.О.Фамилия

20..... г.

ЛИСТ РЕГИСТРАЦИИ ИЗМЕНЕНИЙ

№ изме- мене- ния	Изменения				Всего листов в документе	ФИО ответст- венного за вне- сение изменения	Дата внесения изменения	Дата введения измене- ния
	№ изме- нен- ного листа	Заменено	Новое	Номер изъ- ятого листа				
1.	47	ИДЗ 8 (18 баллов)	ИДЗ 8.1 (8 баллов) ИДЗ 8.2 (10 баллов)		52	С.А. Цапаева, П.В. Лысухо	28.08.2017	